MBA 大师《跟学团——MBA 数学》

第八章 平面解析几何

点与直线

1. 已知 3 个点坐标分别为$A(0,1)$、B(3,1)、$C(1,1)$，线段BC中点到点A的距离为d，则$d=$（　　）.

A.0　B.1　C.2　D.3　E. $\sqrt{5}$

【答案】C

【解析】线段BC的中点坐标为$(\frac{3+1}{2},\frac{1+1}{2})$即$(2,1)$.

$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(2-0)^2+(1-1)^2}=2.$

2. 直线$3x+4y+5=0$与直线$4x+my+6=0$垂直，则$m=$（　　）.

A.-3　B.-2　C.-1　D.2　E.3

【答案】A

【解析】两条直线垂直.意味着需要考虑用直线斜率关系$k_1\times k_2=-1$，或系数关系$A_1A_2+B_1B_2=0.$

所以$3\times4+4\times m=0.$

解得$m=-3.$

3. 直线$x+y+1=0$与过$(1,-1)$点的直线l平行，则直线l的方程为（　　）.

A.$x+y-1=0$　B.$x+y=0$　C.$x+y+1=0$

D.$x+y+2=0$　E.$x+y-2=0$

【答案】B

【解析】设直线$y=kx+b$，两条直线平行.意味着需要用直线斜率关系$k_1=k_2$，或系数关系$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$，即$\frac{k}{1}=\frac{-1}{1}$，解得$k=-1.$

所以直线方程可写为$y=-x+b$，又直线过点$(1,-1)$，即$-1=-1+b$，解得$b=0$

所以直线方程为$y=-x$，即$x+y=0.$

圆与圆

4. 圆$(x+2)^2+y^2=4$与圆$(x-2)^2+(y-1)^2=9$的公切线条数为（　　）

A.0　　B.1　　C.2　　D.3　　E.4

【答案】C

【解析】此题在考察两圆的位置关系：

C_1:圆心坐标为$(-2,0)$，半径$r_1=2$

C_2:圆心坐标为$(2,1)$，半径$r_2=3$

则圆心距$d=\sqrt{(2+2)^2+(1-0)^2}=\sqrt{17}$,

$$3-2<\sqrt{17}<2+3$$

所以两圆相交，有 2 条公切线

5. 两圆C_1：$x^2+y^2-4x+2y+1=0$ 与C_2：$x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 的公切线共有（　）条.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3　　E. 4

【答案】E

【解析】将圆的一般式方程配方化为标准方程得

C_1：$(x-2)^2+(y+1)^2=2^2$，　圆心为$(2,-1)$，半径为 2

C_2：$(x+2)^2+(y-2)^2=2^2$，圆心为$(-2,2)$，半径为 2

故两圆的圆心距$d=\sqrt{(2+2)^2+(-1-2)^2}=5>2+2$

故两圆外离，共有4条公切线.

6. 已知圆$x^2+y^2-2mx+m^2-4=0$与圆$x^2+y^2+2x-4my+4m^2-8=0$相切.

（1）$m=2$.　　（2）$m=-\frac{2}{5}$.

【答案】D

【解析】将两圆一般式方程配方化为标准方程得

$(x-m)^2+y^2=4$ ，圆心为$(m,0)$，半径$r_1=2$

$(x+1)^2+(y-2m)^2=9$，圆心为$(-1,2m)$，半径$r_2=3$.

条件（1）代入$m=2$得，两圆心为$(2,0)$和$(-1,4)$，圆心距为

$$d=\sqrt{(2+1)^2+(0-4)^2}=5=r_1+r_2$$

两圆外切，条件（1）充分.

条件（2）代入$m=-\frac{2}{5}$，两圆心为$\left(-\frac{2}{5},0\right)$和$\left(-1,-\frac{4}{5}\right)$，圆心距为

$$d=\sqrt{\left(-\frac{2}{5}+1\right)^2+\left(0+\frac{4}{5}\right)^2}=1=|r_1-r_2|$$

两圆相内切，条件（2）亦充分.

【说明】两圆相切有两种情况，包括内切和外切.

直线与圆

7. 直线$y=x+b$与圆$x^2+y^2=1$恰好有一个公共点，则b的取值范围是（　）

A. $(-1,1]$或$-\sqrt{2}$　　B. $(-1,1]$或$\sqrt{2}$　　C. $(-1,1)$或$\sqrt{2}$　　D. $\pm\sqrt{2}$　　E. $-\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】将直线$y=x+b$代入圆$x^2+y^2=1$中，得$x^2+(x+b)^2=1$

即$x^2+x^2+2bx+b^2=1\Rightarrow 2x^2+2bx+b^2-1=0$，又因为直线与圆只有一个公共点，所以$\Delta=4b^2-8(b^2-1)=0$，解出$b=\pm\sqrt{2}$

8. 过原点的直线与圆$x^2+y^2+4x+3=0$相切，若切点在第三象限，则该直线的方程是（　）.

A. $y=\sqrt{3}x+1$　　B. $y=\sqrt{3}x$　　C. $y=-\sqrt{3}x$

D. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　E. $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

【答案】E

【解析】所求直线过原点，所以设方程为$y=kx$，

圆的标准形式为$(x+2)^2+y^2=1$，圆心为$(-2，0)$，半径为 1.

圆与直线相切，也就是圆心$(-2，0)$到直线$kx-y=0$的距离等于圆的半径 1.

即$d=\frac{|-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，得$4k^2=k^2+1$，$k=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，

因为切点在第三象限，所以$k>0$，所求直线为$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

9. 已知直线L过点$(m,0)$,当直线L与圆$x^2+y^2=2x$有两个交点时，那么这条直线斜率k的取值范围为$(-\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{4})$

（1）$m=-1$ （2）$m=-2$

【答案】B

【解析】思路一：根据点斜式可设直线L方程为$y=k(x-m)$，整理得$kx-y-km=0$.将圆方程$x^2+y^2=2x$配方整理为标准方程得：$(x-1)^2+y^2=1$，圆心为$(1,0)$，半径$r=1$.直线L与圆有两个交点意味着圆心到直线距离$0<d<r$.根据点到直线距离公式有$d=\frac{|k-km|}{\sqrt{k^2+1}}<1$，$k^2(1-m)^2<k^2+1$，$2mk^2-m^2k^2+1>0$.

代入条件（1）$m=-1$得$-2k^2-k^2+1>0$，$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$，条件（1）不充分.

代入条件（2）$m=-2$得$-4k^2-4k^2+1>0$，$-\frac{\sqrt{2}}{4}<k<\frac{\sqrt{2}}{4}$，条件（2）充分.

思路二：根据点斜式可设直线L方程为$y=k(x-m)$，联立直线与圆方程可得$x^2+y^2-2x=x^2+k^2(x-m)^2-2x=0$，整理得$(1+k^2)x^2-2(mk^2+1)x+m^2k^2=0$.

直线与圆有两个交点即要求根的判别式$\Delta=4(mk^2+1)^2-4m^2k^2(1+k^2)>0$，$2mk^2-m^2k^2+1>0$.

代入条件（1）$m=-1$得$-2k^2-k^2+1>0$，$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$，条件（1）不充分.

代入条件（2）$m=-2$得$-4k^2-4k^2+1>0$，$-\frac{\sqrt{2}}{4}<k<\frac{\sqrt{2}}{4}$，条件（2）充分.