

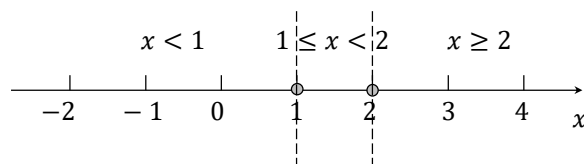
基础知识 去掉绝对值 遇到绝对值，去掉绝对值

.....

任意实数 a 的绝对值， $|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$

(1) 根据定义去掉绝对值，如零点分段法.使绝对值为零的点

$$|x-1| + |x-2| = \begin{cases} x < 1 \text{ 时} & 1-x+2-x=3-2x \\ 1 \leq x < 2 \text{ 时} & x-1+2-x=1 \\ x \geq 2 \text{ 时} & x-1+x-2=2x-3 \end{cases}$$



考点二 去掉绝对值

.....

【例题1】 $|x-3| = a$ ($a > 0$)，则 x 的值为 () .

A. $a+3$

B. $3-a$

C. 3

D. $3-a$ 或 $3+a$

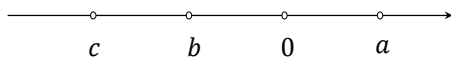
E. a

② 去掉绝对值

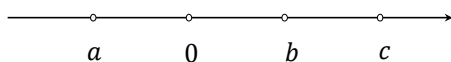
.....

【例题2】（条件充分性判断） $|b-a| + |c-b| - |c| = a$ （ A ）.

(1) 实数 a, b, c 在数轴上的位置为



(2) 实数 a, b, c 在数轴上的位置为



基础知识 去掉绝对值 遇到绝对值，去掉绝对值

.....

任意实数 a 的绝对值， $|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$

(1) 根据定义去掉绝对值

零点（使绝对值为零的点）分段法.

给出算式去掉绝对值后的形式，求绝对值内未知量取值范围

考点二 去掉绝对值

.....

【例题3】若 $|x - 3| = 3 - x$ ，则 x 的取值范围是（ ）。

A. $x > 0$ B. $x = 3$ C. $x < 3$ D. $x \leq 3$ E. $x > 3$ **考点二 去掉绝对值**

.....

【例题4】已知 $\left| \frac{5x-3}{2x+5} \right| = \frac{3-5x}{2x+5}$ ，则实数 x 的取值范围是（ ）。

A. $x < -\frac{5}{2}$ 或 $x \geq \frac{3}{5}$ B. $-\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{3}{5}$ C. $-\frac{5}{2} < x \leq \frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5} \leq x < \frac{5}{2}$

E. 均不正确

基础知识

.....

去掉绝对值 遇到绝对值，去掉绝对值

任意实数 a 的绝对值， $|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$

(1) 根据定义去掉绝对值，如零点分段法.

(2) 平方法去掉绝对值： $|a|^2 = a^2$

考点二 去掉绝对值

.....

【例题4】解方程 $|x - 1| = |x - 3|$

② 去掉绝对值

.....

【例题5】解方程 $|x - 1| = 2x + 1$

基础知识 去掉绝对值 遇到绝对值，去掉绝对值

.....

任意实数 a 的绝对值， $|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$

(1) 根据定义去掉绝对值，如零点分段法.

(2) 平方法去掉绝对值: $|a|^2 = a^2$

- 等号/不等号两侧为一次算式
- 可能产生增根，注意验根

$$|x - 1| = |x - 3| \quad |x - 1| = 2x + 1$$

$$|x - 1| = -1 \quad (|x - 1|)^2 = x^2 - 2x + 1 = (-1)^2 = 1$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

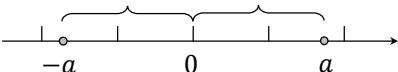
基础知识 去掉绝对值

.....

(3) 利用不等式的性质转化去掉绝对值($a, b > 0$)

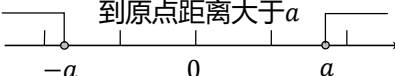
$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$$

到原点距离为 a

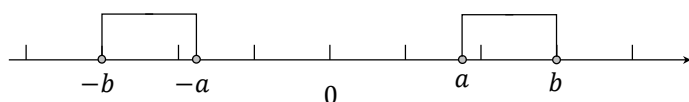


$$|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ 或 } x > a$$

到原点距离大于 a



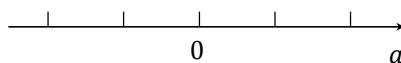
$$0 < a \leq |x| \leq b \Leftrightarrow 0 < a \leq x \leq b \text{ 或 } -b \leq x \leq -a < 0$$



基础知识 去掉绝对值·总结

.....

任意实数 x 的绝对值, $|x| = \begin{cases} x & (\text{当 } x > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } x = 0 \text{ 时}) \\ -x & (\text{当 } x < 0 \text{ 时}) \end{cases}$



(1) 根据定义去掉绝对值 (正应用、逆应用)

若已知 $|x| = x$, 则一定有 $x \geq 0$

若已知 $|x| = -x$, 则一定有 $x \leq 0$

(2) 平方法去掉绝对值: $|x|^2 = x^2$

(3) 利用不等式的性质转化去掉绝对值($a, b > 0$)

➤ $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$

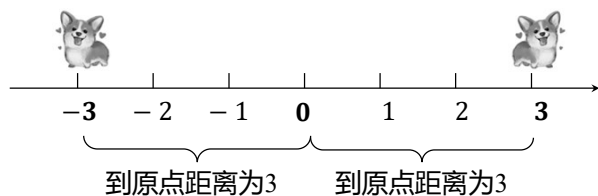
➤ $|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ 或 } x > a (a > 0)$

➤ $0 < a \leq |x| \leq b \Leftrightarrow 0 < a \leq x \leq b \text{ 或 } -b \leq x \leq -a < 0$

(4) 利用绝对值的几何意义去掉绝对值.

基础知识 绝对值的几何意义

.....



$$|3| = 3 = |3 - 0|$$

$$|-3| = 3 = |-3 - 0|$$

$|a - b|$ 为数轴上 a, b 两点之间的距离.

几何



代数

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \quad |a - b| = |2 - 3| = |-1| = 1$$

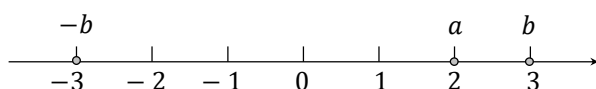
$$\begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \end{cases} \quad |a - b| = |-3 - (-2)| = |-1| = 1$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \quad |a - b| = |-1 - 1| = |-2| = 2$$

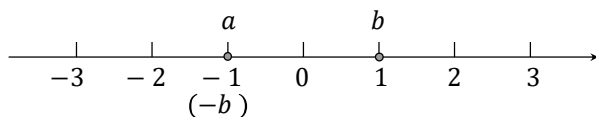
基础知识 绝对值的几何意义距离

.....

$|a + b| = |a - (-b)|$, 为数轴上 $a, -b$ 两点之间的距离.



$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{代数: } |a + b| = |2 + 3| = |5| = 5 \\ \text{几何: } -b = -3 \end{array}$$



$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{代数: } |a + b| = |-1 + 1| = |0| = 0 \\ \text{几何: } -b = -1 \end{array}$$

③③③ 绝对值的几何意义

.....

【例题1】 $|x - 3| = a$ ($a > 0$)，则 x 的值为 ()。

A. $a + 3$ B. $3 - a$

C. 3

D. $3 - a$ 或 $3 + a$ E. a **③③③ 绝对值的几何意义**

.....

【例题2】(条件充分性判断) 已知 a, b, c 为三个实数，则 $\min\{|a - b|, |b - c|, |a - c|\} \leq 5$ ()

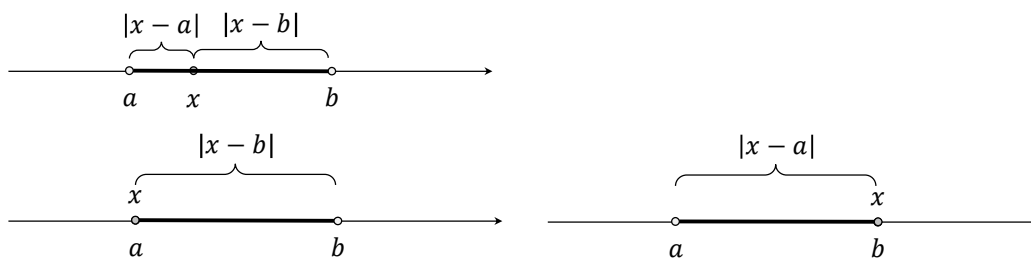
(1) $|a| \leq 5, |b| \leq 5, |c| \leq 5$ (2) $a + b + c = 15$

基础知识 两个绝对值之和

.....

【标志词汇】形如 $|x - a| + |x - b|$ 的两绝对值之和.

(x 到 a 点的距离) + (x 到 b 点的距离)



当 x 在 $[a, b]$ 之内的任意位置时

$|x - a| + |x - b| = |a - b|$ 恒成立

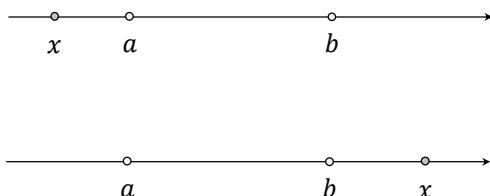
这也是两绝对值之和能取到的最小值.

基础知识 两个绝对值之和

.....

【标志词汇】形如 $|x - a| + |x - b|$ 的两绝对值之和.

(x 到 a 点的距离) + (x 到 b 点的距离)



x 在 $[a, b]$ 之外时, 随着 x 远离 a, b 点, $|x - a| + |x - b|$ 的取值也随之增加, 且没有上限.

【注意】无穷大不可以作为最大值.

基础知识 两个绝对值之和

.....

【标志词汇】形如 $|x - a| + |x - b|$ 的两绝对值之和.

- x 在 $[a, b]$ 内取得最小值 $|x - a| + |x - b| \geq |a - b|$
- 最小值为 $|a - b|$ 当 $x \in [a, b]$ 时 $|x - a| + |x - b| = |a - b|$
- 无最大值

适用几何意义求解题目特征:

- (1) 几个绝对值式子加或者减, 不能有乘除;
- (2) 只有一个变量 x ;
- (3) x 系数为1 (或可统一化为1), 且只在绝对值内出现.

考点三 两个绝对值之和

.....

【例题3】设 $y = |x - 2| + |x + 2|$, 则下列结论正确的是 () .

- A. y 没有最小值
- B. 只有一个 x 使 y 取到最小值
- C. 有无穷多个 x 使 y 取到最大值
- D. 有无穷多个 x 使 y 取到最小值
- E. 以上结论均不正确

③③③ 两个绝对值之和

.....

【例题3】设 $y = |x - 2| + |x + 2|$ ，则下列结论正确的是（ ）。

- A. y 没有最小值 B. 只有一个 x 使 y 取到最小值
C. 有无穷多个 x 使 y 取到最大值 D. 有无穷多个 x 使 y 取到最小值 E. 以上结论均不正确
-

③③③ 两个绝对值之和

.....

【例题4】（条件充分性判断） $f(x)$ 有最小值2（ ）。

(1) $f(x) = |x - \frac{5}{12}| + |x - \frac{1}{12}|$ (2) $f(x) = |x - 2| + |4 - x|$





MBA大师跟学团专属

平面解析几何

董璞

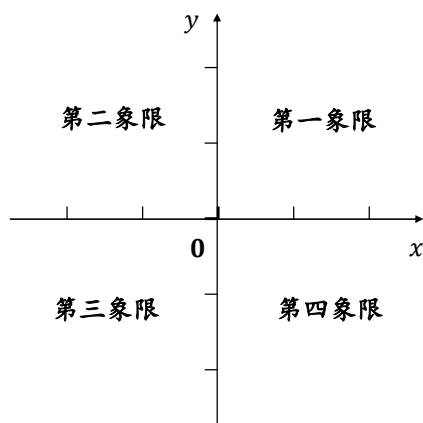
平面解析几何

.....

-  代数与几何相结合，公式繁多
-  每年2-3题，考察力度加大
-  历史重点：直线与圆
-  近年热点：点与直线

跟学团 平面解析几何·基础

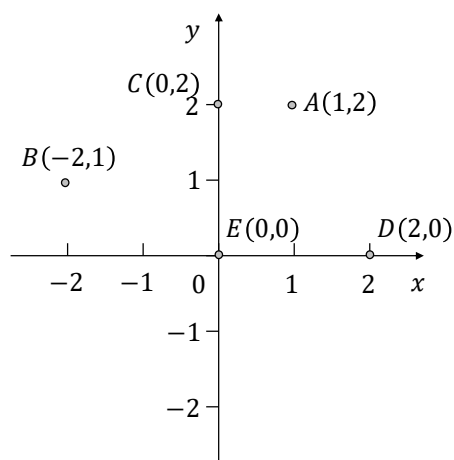
.....



- ① 在同一平面内，画两条有公共原点且垂直的数轴；
 - ② 水平数轴叫 x 轴（横轴）
竖直数轴叫 y 轴（纵轴）
两轴交点叫坐标系原点.
 - ③ 两轴将平面分为四部分，分别命名为第一~四象限
- 【注意】坐标轴上的点不属于任何一个象限.

跟学团 平面解析几何·基础

.....



实数在数轴上的点坐标 \Leftrightarrow 实数在坐标轴上的位置

坐标平面上的点坐标 \Leftrightarrow 点在坐标平面上的位置

对 x 轴做垂线

$P(x, y) = P(\text{横坐标}, \text{纵坐标})$

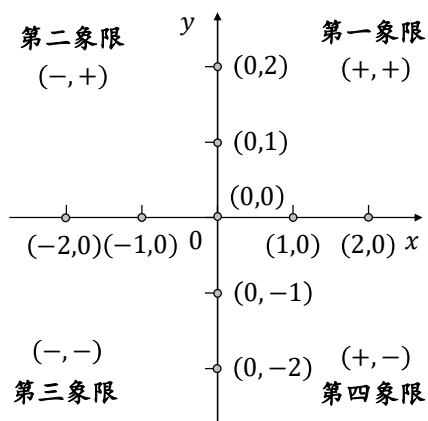
对 y 轴做垂线

$A(1,2)$ $B(-2,1)$ $C(0,2)$

$D(2,0)$ $E(0,0)$

跟学团 平面解析几何 · 基础

.....



$P(x, y) = P(\text{横坐标}, \text{纵坐标})$

横坐标正负决定点在y轴右侧还是左侧

纵坐标正负决定点在x轴上方还是下方

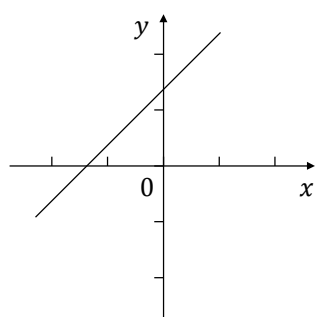
x轴上的点的纵坐标为0, 表示形式为 $(x, 0)$

y轴上的点的横坐标为0, 表示形式为 $(0, y)$

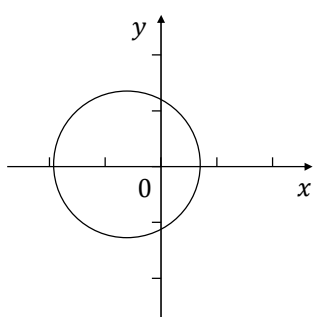
原点既在x轴上又在y轴上, 横纵坐标均为0, 表示为 $(0, 0)$

跟学团 平面解析几何

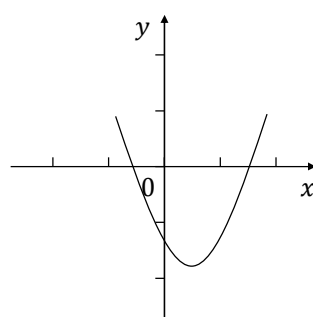
.....



直线



圆

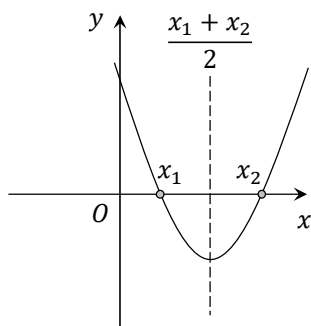


抛物线

跟学团 点与直线 · 两点中点坐标公式

.....

交点式/两根式 抛物线与 x 轴交点为 $(x_1, 0)$ 和 $(x_2, 0)$, 则可设 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ ($a \neq 0$)

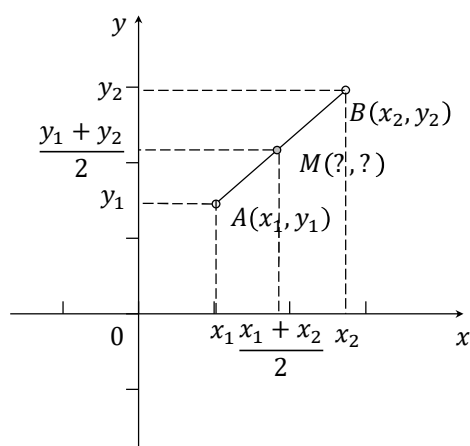


$$y = a(x - 1)(x - 2) \quad (a \neq 0)$$

与 x 轴交点为 $(1, 0)$ 和 $(2, 0)$

跟学团 点与直线 · 两点中点坐标公式

.....



线段中点坐标

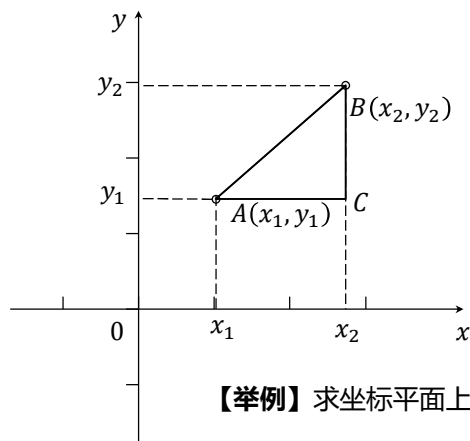
$$\text{两点中点坐标} = \left(\frac{\text{横} + \text{横}}{2}, \frac{\text{纵} + \text{纵}}{2} \right)$$

【举例】 求坐标平面上点 $(1, 2)$ 与点 $(3, 5)$ 之间的中点坐标

$$\text{中点坐标} = \left(\frac{1 + 3}{2}, \frac{2 + 5}{2} \right) = \left(2, \frac{7}{2} \right)$$

跟学团 点与直线 · 两点间距离公式

.....



对于直角三角形 ABC

$$BC = y_2 - y_1$$

$$AC = x_2 - x_1$$

$$\text{斜边} = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

两点间距离公式

【举例】 求坐标平面上点 $(1,2)$ 与点 $(3,5)$ 之间的距离

$$d = \sqrt{(3-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

跟学团 点与直线

.....

【模拟题】 已知3个点坐标分别为 $A(3, -4)$ 、 $B(-3, 2)$ 和 $C(1, 1)$ ，线段 AB 中点到点 C 的距离为 d ，则 $d = (\quad)$.

A. 1

B. $\sqrt{2}$

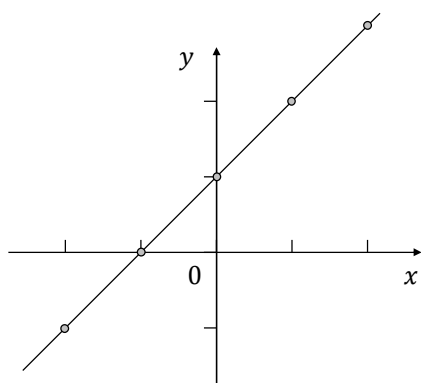
C. $\sqrt{3}$

D. 2

E. $\sqrt{5}$

跟学团 点与直线 · 直线方程

.....



二元一次方程 $x - y + 1 = 0$

$y = 0$ 时 x 的值 \Leftrightarrow 直线与 x 轴交点坐标 \Leftrightarrow 直线在 x 轴截距

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	2	3

$x = 0$ 时 y 的值 \Leftrightarrow 直线与 y 轴交点坐标 \Leftrightarrow 直线在 y 轴截距

任意二元一次方程 $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零)

在坐标平面内均对应为一条直线.

跟学团 点与直线 · 直线方程

.....

一般式 $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零)

已知直线经过的一点及直线倾斜程度，可确定这条直线

斜截式 在 y 轴截距为 b ，斜率为 k 的直线方程为 $y = kx + b$

点斜式 经过点 $P(x_0, y_0)$ ，斜率为 k 的直线方程为 $y - y_0 = k(x - x_0)$

已知直线经过的两点，可确定这条直线

两点式 过两点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ (其中 $x_1 \neq x_2$) 的直线方程为

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

跟学团 点与直线 · 直线方程

.....

点斜式 经过点 $P(x_0, y_0)$, 斜率为 k 的直线方程为 $y - y_0 = k(x - x_0)$

两点式 过两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ (其中 $x_1 \neq x_2$) 的直线方程为

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

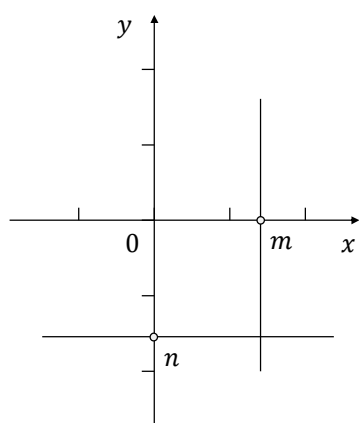
$$y - y_1 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} (y_2 - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

两点斜率公式 过两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的直线斜率为 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_1 \neq x_2$.

点到直线距离 点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离为: $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

跟学团 点与直线 · 直线方程

.....



任意二元一次方程 $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零)
在坐标平面内均对应为一条直线.

当 A, B 中有一个为零时, 方程表示竖直或水平的直线
即与坐标轴平行或重合的直线.

$x = m$: 竖直直线, 与 y 轴平行

$x = 0$: y 轴

$y = n$: 水平直线, 与 x 轴平行

$y = 0$: x 轴

跟学团 点与直线 · 两直线关系

.....

一般式 $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零) **斜截式** $y = kx + b$

关系	交点个数	联立两直线方程组的解	斜率关系	系数关系
相交	1个	有唯一解, 即交点坐标 (x_0, y_0) .	$k_1 \neq k_2$ 垂直时 $k_1 \times k_2 = -1$	$A_1B_2 \neq A_2B_1$ 垂直时 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

跟学团 点与直线 · 两直线关系

.....

一般式 $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零) **斜截式** $y = kx + b$

关系	交点个数	联立两直线方程组的解	斜率关系	系数关系
平行	无	无解	$k_1 = k_2$	$A_1B_2 = A_2B_1$ $B_1C_2 \neq B_2C_1$

跟学团 点与直线 · 两直线关系

.....

一般式 $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零) **斜截式** $y = kx + b$

关系	交点个数	联立两直线方程组的解	斜率关系	系数关系
相交	1个	有唯一解, 即交点坐标 (x_0, y_0) .	$k_1 \neq k_2$ 垂直时 $k_1 \times k_2 = -1$	$A_1B_2 \neq A_2B_1$ 垂直时 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$
平行	无	无解	$k_1 = k_2$	$A_1B_2 = A_2B_1$ $B_1C_2 \neq B_2C_1$
重合	2个以上	有无数解	$k_1 = k_2$	$A_1B_2 = A_2B_1$ $B_1C_2 = B_2C_1$

跟学团 点与直线 · 两直线关系

.....

位置关系 \Leftrightarrow 系数关系

【标志词汇】 两条直线垂直 直线斜率关系 $k_1 \times k_2 = -1$
系数关系 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

【标志词汇】 两条直线平行 直线斜率关系 $k_1 = k_2$
或系数关系 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$

跟学团 点与直线 · 两直线关系

.....

【模拟题】 $(m+2)x + 3my + 1 = 0$ 与 $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$ 相互垂直 () .

(1) $m = \frac{1}{2}$.

(2) $m = -2$.

跟学团 点与直线 · 两直线关系

.....

【模拟题】 已知 $b > 0$, 直线 $(b^2 + 1)x + ay + 2 = 0$ 与直线 $x - b^2y - 1 = 0$ 互相垂直, 则 ab 的最小值等于 () .

A.1

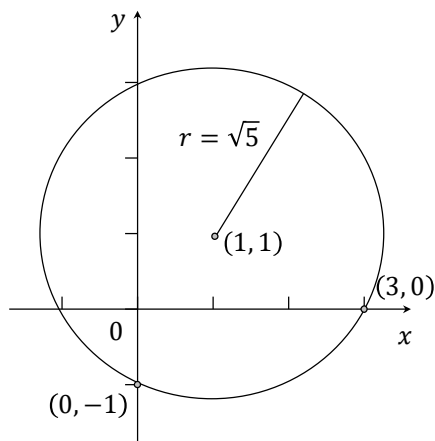
B.2

C.4

D. $2\sqrt{2}$ E. $2\sqrt{3}$

跟学团 圆 · 基础知识

.....



两点间距离公式 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

求坐标平面上点(3,0)与点(1,1)之间的距离

$$d = \sqrt{(3 - 1)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

求坐标平面上点(0, -1)与点(1,1)之间的距离

$$d = \sqrt{(0 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

到平面内(1,1)点距离等于 $\sqrt{5}$ 的所有点的集合

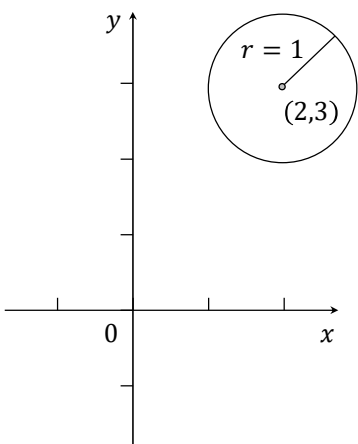
设点(x,y)与点(1,1)之间的距离等于 $\sqrt{5}$, 则有:

$$\sqrt{(x - 1)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{两边平方得: } (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$$

跟学团 圆 · 基础知识

.....



圆 到平面内一定点距离等于定值的所有点的集合

到平面内(2,3)点距离等于1的所有点的集合



圆心



半径

设满足要求的点的坐标为(x,y)

根据两点间距离公式有:

$$\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 3)^2} = 1$$

两边同时平方得:

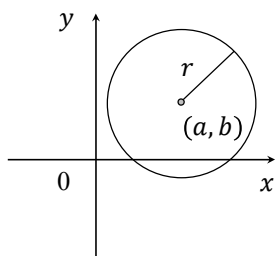
$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1^2 \quad \text{圆的标准方程}$$

跟学团 圆 · 基础知识

.....

圆的标准方程 如果一个圆的圆心是点 (a, b) , 半径为 r , 这个圆的标准方程是

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



【举例】 根据圆的标准方程“瞪眼”求圆心、半径

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

➤ 圆心 $(2, 1)$

➤ 半径2

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

➤ 圆心 $(-2, 1)$

➤ 半径2

跟学团 圆 · 基础知识

.....

圆的标准方程 如果一个圆的圆心是点 (a, b) , 半径为 r , 这个圆的标准方程是

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

圆的一般方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$, 其中, 系数满足 $D^2 + E^2 - 4F > 0$.

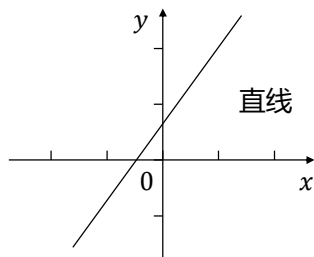
$$\left(x + \frac{D}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{E}{2}\right)^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}$$

$$\text{圆心为}\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right), \text{ 半径}r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

遇见圆的一般方程 \Rightarrow 将其配方化为圆的标准方程

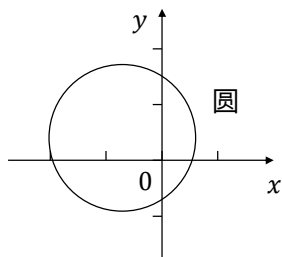
跟学团 平面解析几何·三大图形一般方程

.....



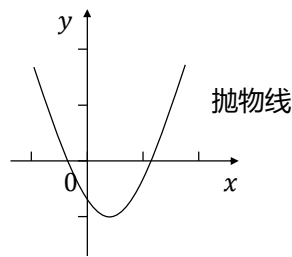
$$Ax + By + C = 0$$

(其中 A, B 不同时为零)



$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

(其中 $D^2 + E^2 - 4F > 0$)



$$y = ax^2 + bx + c$$

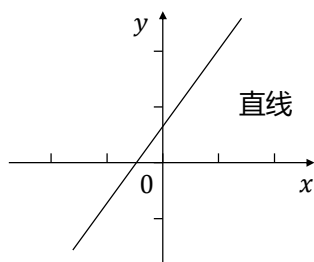
(其中 $a \neq 0$)

代入 $x = 0$ 可得曲线与 y 轴交点

代入 $y = 0$ 可得曲线与 x 轴交点

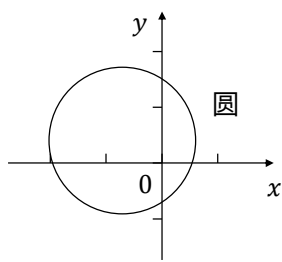
跟学团 平面解析几何·三大图形一般方程

.....



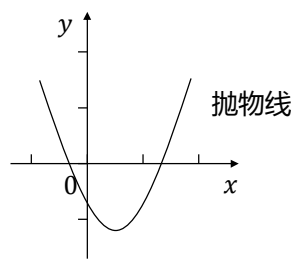
$$Ax + By + C = 0$$

(其中 A, B 不同时为零)



$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

(其中 $D^2 + E^2 - 4F > 0$)



$$y = ax^2 + bx + c$$

(其中 $a \neq 0$)

曲线一般方程中常数项为零 \Leftrightarrow 曲线过原点

跟学团 圆 · 基础知识

.....

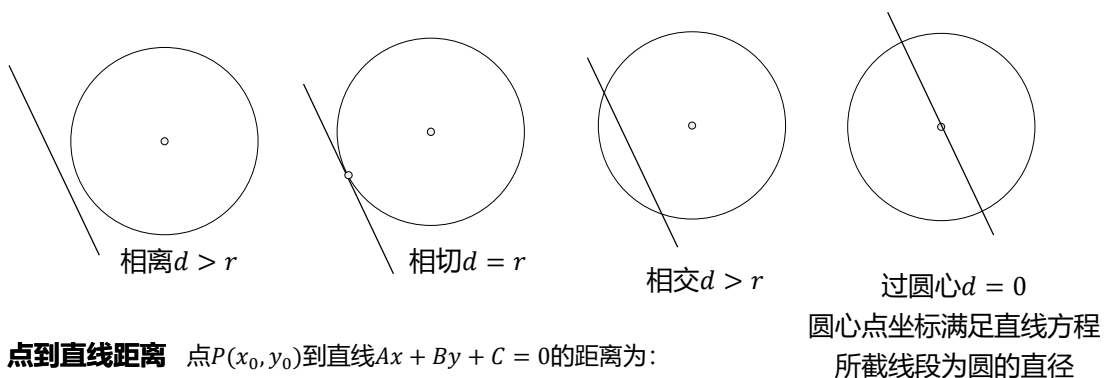
【真题2016.10】圆 $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ 上到原点距离最远的点是 ()

- A. $(-3, 2)$ B. $(3, -2)$ C. $(6, 4)$ D. $(-6, 4)$ E. $(6, -4)$

跟学团 圆 · 圆与直线

.....

【标志词汇】判断直线与圆位置关系 \Leftrightarrow 比较半径 r 与圆心到直线距离 d 的大小



点到直线距离 点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离为:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

跟学团 圆·圆与直线·相交

.....

【模拟题】若圆的一条直径的两个端点分别是 $(-1, 3)$ 与 $(5, -5)$ ，则此圆的方程是（ ）.

- A. $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 20 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 20 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ E. $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 20 = 0$

跟学团 圆·圆与直线

.....

图像的交点对应联立方程组的解

位置关系	图像	距离与半径的关系	交点个数	联立圆与直线方程组的解
相交		$d < r$	2个交点	2组不同实数解
相切		$d = r$	1个交点	2组相同实数解
相离		$d > r$	无交点	方程组无解

两大主要考察思路：1. 定直线与圆位置关系

2. 过定点动直线与圆位置关系

跟学团 圆·圆与直线

.....

【真题2009.10.11】 曲线 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ 上的点到直线 $3x + 4y - 12 = 0$ 的最短距离是 () .

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. 1

D. $\frac{4}{3}$

E. $\sqrt{2}$

跟学团 圆·圆与直线·相交

.....

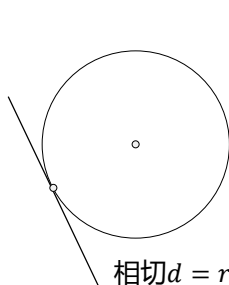
【真题2019.18】 直线 $y = kx$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 有两个交点. ()

(1) $-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < 0$.

(2) $0 < k < \frac{\sqrt{2}}{2}$

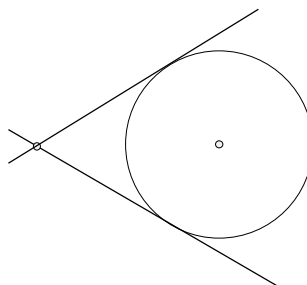
跟学团 圆·圆与直线·相切

.....



过圆上一点有且仅有一条直线与圆相切

切点与圆心连线垂直与切线



过圆外一点有两条直线与圆相切

这两条切线关于圆外一点与圆心的连线对称.

跟学团 圆·圆与直线·相切

.....

【真题2010.10.23】直线 $y = k(x + 2)$ 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的一条切线 () .

(1) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(2) $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

跟学团 圆·圆与直线·相切

.....

【真题2011.10.20】直线 l 是圆 $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0$ 的一条切线. ()

(1) $l: x - 2y = 0$

(2) $l: 2x - y = 0$

跟学团 圆·圆与直线

.....

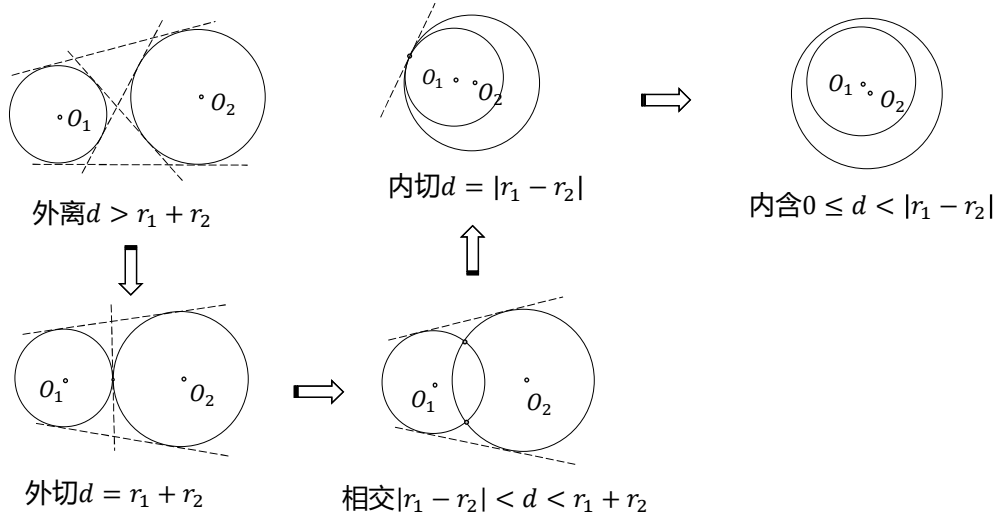
位置关系	图像	距离与半径的关系	交点个数	联立圆与直线方程组的解
相交		$d < r$	2个交点	2组不同实数解
相切		$d = r$	1个交点	2组相同实数解
相离		$d > r$	无交点	方程组无解

两大主要考察思路: 1. 定直线与圆位置关系

2. 过定点动直线与圆位置关系

跟学团 圆 · 圆与圆 两圆的圆心距 $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

.....


跟学团 圆 · 圆与圆

.....

【真题2014.10.09】圆 $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 6y + 6 = 0$ () .

- (A) 外离 (B) 外切 (C) 相交 (D) 内切 (E) 内含

跟学团 圆 · 圆与圆

.....

【真题2008.01.28】圆 $C_1: (x - \frac{3}{2})^2 + (y - 2)^2 = r^2$, 与圆 $C_2: x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ 有交点. ()

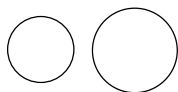
(1) $0 < r < \frac{5}{2}$

(2) $r > \frac{15}{2}$

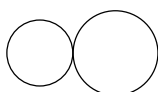
跟学团 圆 · 圆与圆

.....

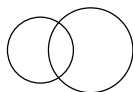
半径已知, 而圆心点未知(可变), 则两圆未知关系可能有5种: 外离、外切、相交、内切、内含



$$d > r_1 + r_2$$



$$d = r_1 + r_2$$



$$|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$$

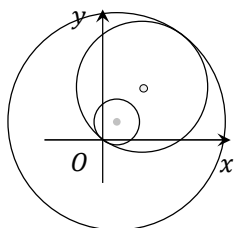


$$d = |r_1 - r_2|$$

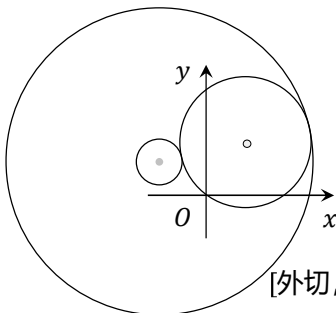


$$0 \leq d < |r_1 - r_2|$$

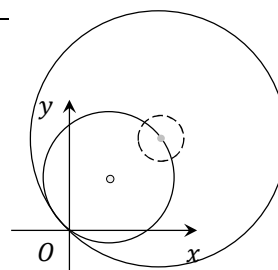
圆心点已知, 而一圆半径未知(可变), 则两圆有交点范围为:



[内切, 外切]



[外切, 内切]



(0, 内切]

跟学团 圆 · 圆与圆

.....

【模拟题】已知圆 $(x+a)^2+(y-2)^2=1$ 与圆 $(x-b)^2+(y-2)^2=4$ 相外切, 若 $a>0, b>0$, 则 ab 的最大值为 () .

A. $2\sqrt{3}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

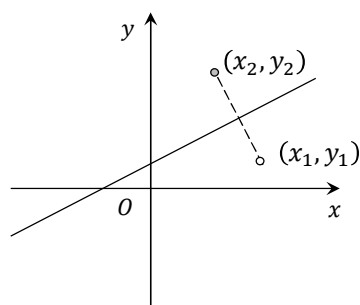
E. $2\sqrt{6}$

跟学团 关于直线对称

.....

【标志词汇】对称 \Leftrightarrow 垂直&平分

$\left\{ \begin{array}{l} \text{两点连成的直线与对称轴垂直} \\ \text{两点的中点在对称轴直线上} \end{array} \right.$



$$\text{两点斜率 } k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

点在曲线上 \Leftrightarrow 点坐标满足曲线方程

$$\text{中点 } \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

跟学团 关于直线对称 · 一般直线

【模拟题】在坐标平面上，以直线 $y = 2x + 4$ 为对称轴关于原点对称的点的坐标是 () .

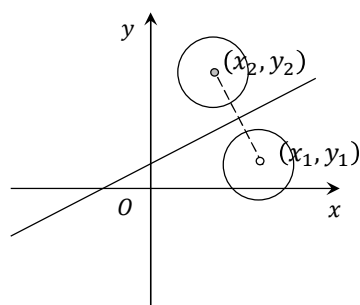
- A. $(-\frac{16}{5}, \frac{8}{5})$ B. $(-\frac{8}{5}, \frac{4}{5})$ C. $(\frac{16}{5}, \frac{8}{5})$ D. $(\frac{8}{5}, \frac{4}{5})$ E. 以上均不正确

跟学团 关于直线对称

.....

【标志词汇】对称 \Leftrightarrow 垂直 & 平分

$\left\{ \begin{array}{l} \text{两圆心连成的直线与对称轴垂直} \\ \text{两圆心的中点在对称轴直线上} \end{array} \right.$



$$\text{两圆心点斜率 } k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

点在曲线上 \Leftrightarrow 点坐标满足曲线方程

$$\text{圆心中点 } \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

求对称圆的核心仍然是求对称点

跟学团 关于直线对称 · 一般直线

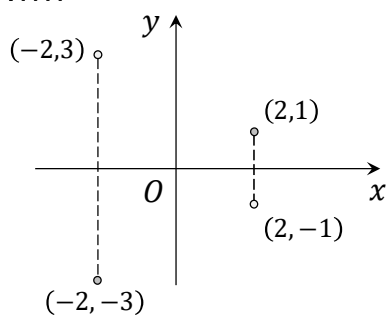
.....

【真题2019.05】设圆 C 与圆 $(x-5)^2+y^2=2$ 关于 $y=2x$ 对称，则圆 C 的方程为 ()

- A. $(x-3)^2+(y-4)^2=2$
 - B. $(x+4)^2+(y-3)^2=2$
 - C. $(x-3)^2+(y+4)^2=2$
 - D. $(x+3)^2+(y+4)^2=2$
 - E. $(x+3)^2+(y-4)^2=2$
-

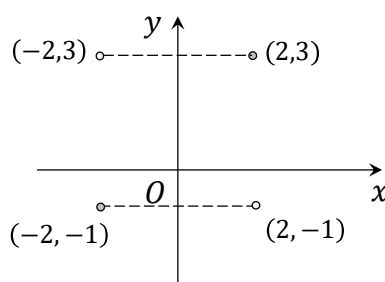
跟学团 关于直线对称 · 特殊直线

.....



关于 x 轴对称：上下翻转

横坐标 x 不变，纵坐标 y 变 $-y$

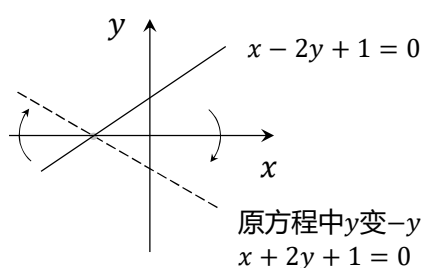


关于 y 轴对称：左右翻转

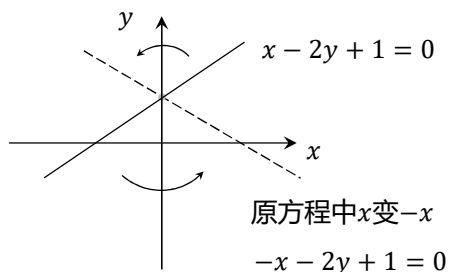
纵坐标 y 不变，横坐标 x 变 $-x$

跟学团 关于直线对称 · 特殊直线

.....



关于 x 轴对称：上下翻转



关于 y 轴对称：左右翻转

跟学团 关于直线对称 · 特殊直线

.....

【标志词汇】

求关于 y 轴对称的新曲线方程，将原曲线方程中的 x 用 $-x$ 替换.

求关于 x 轴对称的新曲线方程，将原曲线方程中的 y 用 $-y$ 替换

求关于 $y = x$ 对称的新曲线方程，将原曲线方程中的 x 和 y 互换.

求关于 $y = -x$ 对称的新曲线方程，将原曲线方程中的 x 变为 $-y$ ， y 变为 $-x$

求关于原点 $(0,0)$ 对称的新曲线方程，将原曲线方程中的 x 变为 $-x$ ， y 变为 $-y$

跟学团 关于直线对称 · 特殊直线

.....

【真题2012.10.19】 直线 L 与直线 $2x + 3y = 1$ 关于 x 轴对称. ()

- (1) $L: 2x - 3y = 1.$ (2) $L: 3x + 2y = 1.$
-

跟学团 关于直线对称 · 特殊直线

.....

【举例】 分别求圆 $C: x^2 + y^2 + 2x - 6y - 14 = 0$ 关于 x 轴、 y 轴和直线 $y = x$ 对称的圆.