

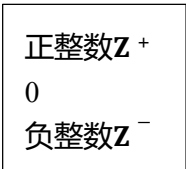
跟学团 质数与合数

.....

自然数N: 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数Z



除法

$a = bk$
整除

$a = bk + r$
带余除法

一个数本身: 因数与倍数

质数与合数

两个数之间: 最大公因数与最小公倍数

跟学团 质数与合数

.....

正整数a {
 若 $a = 1$, 只有一个正因数1
 若 $a \geq 2$, a至少有两个正因数
 (1和它本身a)

{
 质数: 两个正因数
 合数: 三个及以上正因数

常用的30以内质数: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

质数 对于大于等于2的正整数, 若它有且只有两个正因数 (即1和它本身), 则称之为质数 (素数).
合数 对于大于等于2的正整数, 若它除了1和它本身之外至少还有一个其他因数, 则称之为合数.

跟学团 质数与合数

.....

$$\begin{aligned}2700 &= 27 \times 100 \\&= 3 \times 9 \times 10 \times 10 \\&= 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\&= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \\&= 2^2 \times 3^3 \times 5^2\end{aligned}$$

算术基本定理 任一大于等于 2 的整数均能表示成质数的乘积，即对于任意整数 $a \geq 2$ ，有：

$$a = p_1 p_2 \cdots p_n$$

其中 p_k ($k = 1, 2, \dots, n$) 为质数且 $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n$ ，且这样的分解式是**唯一**的。

这样的分解过程称为**因数分解**。

跟学团 质数与合数

.....

【模拟题】 整数 48 共有多少个因数？

跟学团 质数与合数

.....

【模拟题】正整数 X 分解质因数可写成 $X = 2^m \times 3^n$ ，若 X 的二分之一是完全平方数， X 的三分之一是完全立方数，那么 $m + n$ 的最小值为（ ）。

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

E. 9

跟学团 质数与合数

.....

【真题2014.01.10】若几个质数的乘积为770，则它们的和为（ ）。

A. 85

B. 84

C. 28

D. 26

E. 25

跟学团 质数与合数

.....

【模拟题】 1373除以某质数，余数为8，则这个质数为（ ）。

A. 7

B. 11

C. 13

D. 17

E. 19

跟学团 质数与合数

.....

【模拟题】 已知三个质数的倒数和为 $\frac{1661}{1986}$ ，则这三个质数的和为（ ）。

A. 334

B. 335

C. 336

D. 338

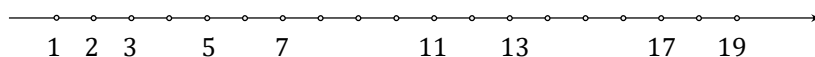
E. 不存在满足条件的三个质数

跟学团 质数与合数

.....

正整数 $a \in \mathbf{Z}^+$ $\begin{cases} \text{合数} \\ \text{质数} \\ 1 \end{cases}$ 【标志词汇】明确讨论范围限制的质数 \Rightarrow 穷举法

- 质数、合数均为正整数，且有无穷多个；1既不是质数也不是合数；
- 最小的质数是2，也是所有质数中唯一的偶数；除了2以外的所有质数都是奇数.
- 最小的合数是4.
- 常用的30以内的十个质数：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.



跟学团 质数与合数

.....

【真题2015.03】设 m, n 是小于20的质数，满足条件 $|m - n| = 2$ 的 $\{m, n\}$ 共有 () .

- A. 2组 B. 3组 C. 4组 D. 5组 E. 6组

跟学团 质数与合数

.....

【模拟题】在20以内的质数中，两个质数之和还是质数的共有（ ）种.

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

E. 7

跟学团 最大公因数与最小公倍数

.....

自然数 N : 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数 Z

正整数 Z^+

0

负整数 Z^-

除法

$$a = bk$$

整除

$$a = bk + r$$

带余除法

一个数本身：因数与倍数

质数与合数

两个数之间：最大公因数与最小公倍数

跟学团 最大公因数与最小公倍数

.....

6的因数有1, 2, 3, 6

6的倍数有6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60 ...

15的因数有1, 3, 5, 15

15的倍数有15, 30, 45, 60, 75, 90, 105 ...

120, 135, 150, 165, 180, 195, 210 ...

14的因数有1, 2, 7, 14

14的倍数有14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112

126, 140, 154, 168, 182, 196, 210 ...

最大公因数 (a, b) 与最小公倍数 $[a, b]$ 的关系 $a, b, c \in \mathbf{Z}^+$

➤ $ab = (a, b) \times [a, b]$ $6 \times 15 = 3 \times 30$

若两数互质, 即 $(a, b) = 1$, 则有 $ab = [a, b]$. $14 \times 15 = 1 \times 210 = 210$

跟学团 最大公因数与最小公倍数

.....

【模拟题】两个正整数 x 和 y 的最大公因数是4, 最小公倍数是20, 则 $x^2y^2 + 3xy + 1 = (\quad)$.

A.1000

B.6640

C.6641

D.6642

E.7801

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 求取

.....

先验互质，大数倍乘

14与15 互质，最大公因数为1，最小公倍数为两数乘积 14×15

4、5与9 **两两互质**，两两间最大公因数为1，最小公倍数为 $4 \times 5 \times 9 = 180$ 。

30与18 最大公因数为6，最小公倍数为90。

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 质数与互质

.....

两质数一定互质，互质的数不一定是质数

常用的30以内的十个质数：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29。

质数 VS 质数 3的因数有1, 3 } 3和5互质
 5的因数有1, 5 }

质数 VS 合数 $3 = 3$ 3的因数有1, 3
 $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ 8的因数有1, 2, 4, 8
 $15 = 3 \times 5 = 3^1 \times 5^1$ 15的因数有1, 3, 5, 15

合数 VS 合数 $14 = 2 \times 7 = 2^1 \times 7^1$ 14的因数有1, 2, 7, 14
 $16 = 4 \times 4 = 2^4$ 16的因数有1, 2, 4, 8, 16

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 求取

.....

短除法 求12与30的最大公因数与最小公倍数

$$\begin{array}{r|rr}
 2 & 12 & 30 \\
 3 & 6 & 15 \\
 \hline
 & 2 & 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|rr}
 6 & 12 & 30 \\
 & 2 & 5
 \end{array}$$

2 5 互质

短除式左侧所有数字（乘积）6为最大公因数。 最大公因数是所有公共因数的乘积

短除式左侧及下方所有数字乘积 $6 \times 2 \times 5 = 60$ 为最小公倍数。

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 求取

.....

短除法 求12与30的最大公因数与最小公倍数

$$\begin{array}{r|rr}
 2 & 12 & 30 \\
 3 & 6 & 15 \\
 \hline
 & 2 & 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|rr}
 6 & 12 & 30 \\
 & 2 & 5
 \end{array}$$

2 5 互质

3是12的因数，3也是30的因数 \Leftrightarrow 3是12和30最大公因数6的因数。

➤ 两数共同的因数一定是最大公因数的因数

120是12的倍数，120也是30的倍数 \Leftrightarrow 120是12和30最小公倍数60的倍数。

➤ 两数共同的倍数一定是最小公倍数的倍数

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 求取

.....

短除法 求24、18与36的最大公因数与最小公倍数

$$2 \begin{array}{r|rrr} 24 & 18 & 36 \end{array}$$

$$3 \begin{array}{r|rrr} 12 & 9 & 18 \end{array}$$

$$2 \begin{array}{r|rrr} 4 & 3 & 6 \end{array}$$

$$3 \begin{array}{r|rrr} 2 & 3 & 3 \end{array}$$

$$2 \quad 1 \quad 1$$

商中出现两个数互质 最大公因数 $2 \times 3 = 6$.

商两两之间互质

最小公倍数 $2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 72$.

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 求取

.....

分解质因数法 求12与30的最大公因数与最小公倍数

第①步：分别因数分解 $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 = 2^1 \times 3^1 \times 5^1$$

第②步：按最少个数选取公共质因数，求最大公因数

两数公共的质因数为2和3，按较少个数选取，相乘即为最大公因数 $2 \times 3 = 6$

第③步：按较多个数选取所有质因数，求最小公倍数。

能分解出的全部质因数为2,3,5，相同质因数按较多个数选取。

相乘即为两数的最小公倍数 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$.

跟学团 最大公因数与最小公倍数

.....

【模拟题】已知两个正整数的最大公因数为6，最小公倍数为90，则满足这个条件的正整数有（ ）组.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. 5

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 结合应用题

.....

【模拟题】将长和宽分别为12和9的长方形裁剪成多个面积相等的边长为整数的正方形，且切割后无剩余，则能这些裁剪出的正方形的最少个数为_____个.

跟学团 最大公因数与最小公倍数 · 结合应用题

.....

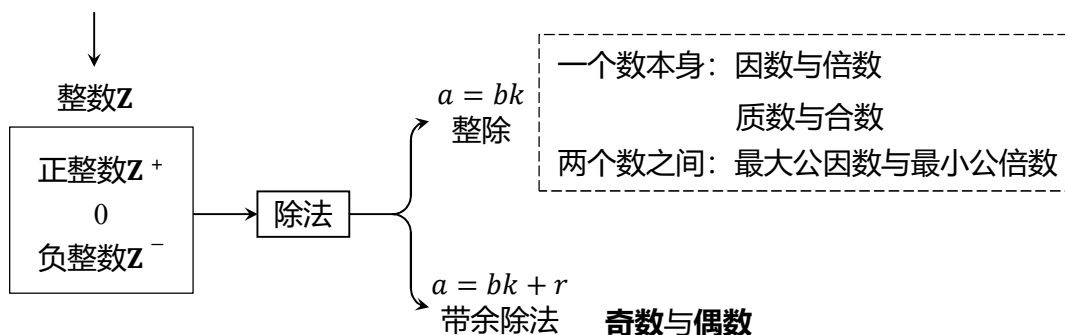
【真题2017.13】将长、宽、高分别为12、9、6的长方体切割成正方体，且切割后无剩余，则能切割成相同正方体的最少个数为（ ）

- A.3 B.6 C.24 D.96 E.64

跟学团 奇数与偶数

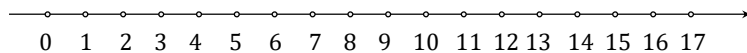
.....

自然数 N : 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



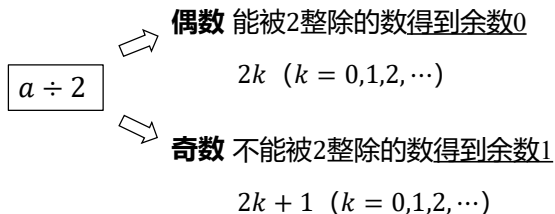
跟学团 奇数与偶数

.....



$$1 = 2 \times 0 + 1 \quad 2 = 2 \times 1 + 0 \quad 3 = 2 \times 1 + 1 \quad 4 = 2 \times 2 + 0$$

$$5 = 2 \times 2 + 1 \quad 6 = 2 \times 3 + 0 \quad 7 = 2 \times 3 + 1 \quad 8 = 2 \times 4 + 0$$



跟学团 奇数与偶数 · 奇偶性判定

.....

奇偶四则运算判断奇偶性

两个相邻整数必为一奇一偶. $(n-1), n, (n+1)$

奇数 \pm 奇数=偶数 1 ± 1	偶数 \pm 偶数=偶数 2 ± 2	偶数 \pm 奇数=奇数 2 ± 1	两数和为奇数, 必为一奇一偶
偶数 \times 任意整数=偶数 $2 \times n$	奇数 \times 奇数=奇数 $1 \times 1 = 1$	偶数个奇数之和为偶数	奇数个奇数之和为奇数

$a + b$ 与 $a - b$ 同奇同偶 ($a, b \in \mathbf{Z}$)

奇偶四则运算代数表达 偶数 \pm 奇数=奇数 $2k_1 \pm (2k_2 + 1) = 2(k_1 \pm k_2) \pm 1$

跟学团 奇数与偶数 · 奇偶性判定

.....

【模拟题】已知 n 是偶数, m 是奇数, x, y 为整数且满足方程 $\begin{cases} x - 1998y = n \\ 9x + 13y = m \end{cases}$, 的解, 那么 ().

- A. x, y 都是偶数 B. x, y 都是奇数 C. x 是偶数, y 是奇数
D. x 是奇数, y 是偶数 E. 以上选项均不正确
-

跟学团 奇数与偶数 · 结合质数

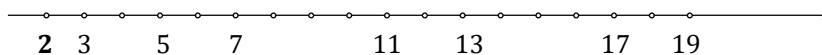
.....

【模拟题】(条件充分性判断) $|m - n| = 15$. ()

- (1) 质数 m, n 满足 $5m + 7n = 129$;
(2) 设 m 和 n 为正整数, m 和 n 的最大公因数为15, 且 $3m + 2n = 180$.
-

跟学团 奇数与偶数 · 结合质数

.....



- 最小的质数是2，也是所有质数中唯一的偶数.
- 除了2以外的所有质数都是奇数.

若两个质数之积为偶数

若两个质数之差为奇数 \iff 其中一个质数一定是2

若两个质数之和为奇数

跟学团 奇数与偶数 · 结合质数

.....

【真题2013.01.17】（条件充分性判断） $p = mq + 1$ 为质数（ ）.

- (1) m 为正整数, q 为质数. (2) m, q 均为质数.
-

跟学团 奇数与偶数 · 结合应用题

.....

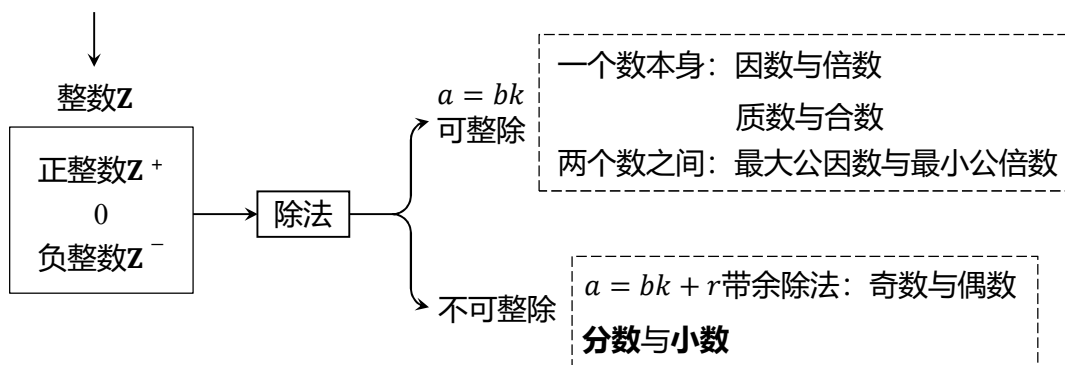
【真题2016.18】利用长度为 a 和 b 的两种管材能连接成长度为37的管道. ()

- (1) $a = 3, b = 5.$ (2) $a = 4, b = 6.$

跟学团 分数与小数

.....

自然数 N : 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



跟学团 分数与小数 · 互化

.....

$$\frac{2}{5} =$$

$$0.75 =$$

$$\frac{1}{3} =$$

无限循环小数化分数 □ 整数部分：照抄

□ 小数部分：有几位循环节，分母就写几个9，循环节作为分子

□ 整理：可以约分的进行约分

$$0.777 \dots = 0.\dot{7} =$$

$$\text{设 } x = 0.\dot{7}$$

$$10x = 0.\dot{7} \times 10 = 7.\dot{7} \quad \Rightarrow \quad 9x = 7.\dot{7} - 0.\dot{7} = 7 \quad x = \frac{7}{9}$$

跟学团 分数与小数 · 互化

.....

【模拟题】 把0.56转化为分数形式为_____

跟学团 分数与小数 · 分数的通分与裂项

.....

分数的加减法 分母相同，分母不变，分子直接加减。

$$\frac{3}{13} + \frac{5}{13} = \frac{3+5}{13} = \frac{8}{13} \quad \frac{9}{13} - \frac{2}{13} = \frac{9-2}{13} = \frac{7}{13}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} \quad \frac{b}{ac} - \frac{3}{ac} = \frac{b-3}{ac} \quad (a \neq 0, c \neq 0)$$

分母不同，先通分（化为同分母分数），再加减。

分数的基本性质 分数的分子与分母同乘一个不为零的数或算式，分数值不变。

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35} \quad \frac{b}{a} = \frac{bc}{ac} = \frac{ab}{a^2} \quad (a \neq 0, c \neq 0)$$

跟学团 分数与小数 · 分数的通分与裂项

.....

分数的通分 异分母分数 \Rightarrow 等值同分母分数

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} + \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{1}{4 \times 5}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} + \frac{ad}{ac} = \frac{bc+ad}{ac}$$

$$\frac{b}{a} - \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} - \frac{ad}{ac} = \frac{bc-ad}{ac}$$

跟学团 分数与小数 · 分数的通分与裂项

.....

分数的通分相减

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4} = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{1}{4 \times 5} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7}{3 \times 7} - \frac{3}{3 \times 7} = \frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{7-3}{21} = \frac{4}{21}$$

分数的裂项 $\frac{\text{大}-\text{小}}{\text{小} \times \text{大}} = \frac{1}{\text{小}} - \frac{1}{\text{大}}$

$$\frac{1}{4 \times 5} = \frac{5-4}{4 \times 5} = \frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \quad \frac{4}{3 \times 7} = \frac{7-3}{3 \times 7} = \frac{7}{3 \times 7} - \frac{3}{3 \times 7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{5 \times 6} = \frac{6-5}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad \frac{3}{40} = \frac{8-5}{5 \times 8} = \frac{1}{5} - \frac{1}{8}$$

跟学团 分数与小数 · 裂项相消

.....

【模拟题】 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} = (\quad)$

A. $\frac{99}{100}$

B. $\frac{97}{100}$

C. $\frac{98}{99}$

D. $\frac{97}{99}$

E. $\frac{93}{100}$

跟学团 分数与小数 · 裂项相消

.....

【模拟题】 $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \cdots + \frac{2}{(x+998)(x+1000)} = (\quad)$

A. $\frac{1}{x}$

B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10}$

C. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1000}$

D. $\frac{2}{x} - \frac{2}{x+100}$

E. $\frac{1}{x+100}$

跟学团 分数与小数 · 分数的通分与裂项

.....

分数的裂项 $\frac{\text{大}-\text{小}}{\text{小} \times \text{大}} = \frac{1}{\text{小}} - \frac{1}{\text{大}}$

$$\frac{3}{40} = \frac{8-5}{5 \times 8} = \frac{1}{5} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3 \times 7} = \frac{1}{7-3} \times \frac{7-3}{3 \times 7} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right)$$

$$\frac{1}{a(a+2)} = \frac{1}{(a+2)-a} \times \frac{(a+2)-a}{a(a+2)} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+2} \right)$$

跟学团 分数与小数 · 裂项相消

.....

【模拟题】 $\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \cdots + \frac{1}{(x+998)(x+1000)} = (\quad)$

A. $\frac{1}{x}$

B. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1000}$

C. $\frac{1}{x+1000}$

D. $\frac{1}{2x} - \frac{1}{2x+2000}$

E. $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2x+2000}$

跟学团 有理数与无理数

.....

自然数N: 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数Z

正整数Z⁺

0

负整数Z⁻

除法

$a = bk$
可整除

一个数本身: 因数与倍数

质数与合数

两个数之间: 最大公因数与最小公倍数

不可整除

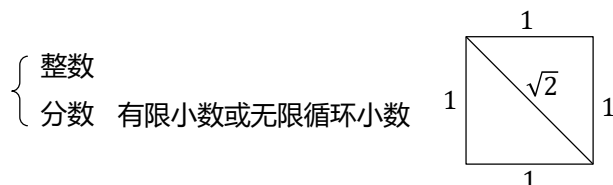
$a = bk + r$ 带余除法: 奇数与偶数

分数与小数

跟学团 有理数与无理数

.....

有理数 可以表示为形如 $\frac{a}{b}$ (其中 a, b 为整数) 的两个整数之比的形式为数.

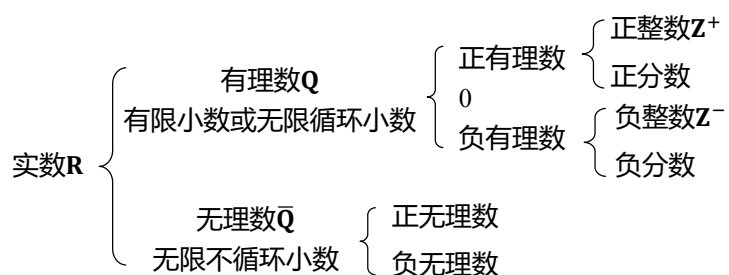
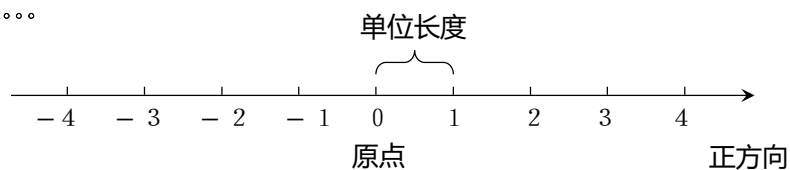


无理数 不能写作两个整数之比形式的数. 若将它写成小数形式, 小数点之后的数字有无限多个, 并且不会循环 (即无限不循环小数) .

$$\sqrt{2} \approx 1.414 \quad \sqrt{3} \approx 1.732 \quad \sqrt{5} \approx 2.236 \quad e \approx 2.718 \quad \pi \approx 3.142$$

跟学团 有理数与无理数

.....

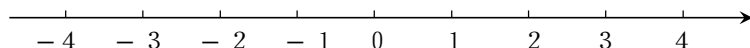


跟学团 有理数与无理数

.....

对任意实数，称不超过实数 x 的最大整数为 x 的**整数部分**，记为 $[x]$ 。整数部分总是小于等于原实数的求取实数的整数部分称为**取整**。

令 $\{x\} = x - [x]$ ，称 $\{x\}$ 为实数 x 的**小数部分**。小数部分总是非负的



$[3] = 3$	$[0] = 0$	$[0.3] = 0$	$[2.17] = 2$
$\{3\} = 0$	$\{0\} = 0$	$\{0.3\} = 0.3$	$\{2.17\} = 0.17$
$[-3] = -3$	$[-1] = -1$	$[-0.3] = -1$	$[-2.17] = -3$
$\{-3\} = 0$	$\{-1\} = 0$	$\{-0.3\} = 0.7$	$\{-2.17\} = 0.83$

跟学团 有理数与无理数

.....

实数 R $\left\{ \begin{array}{l} \text{有理数}Q: \text{可以写成两整数之比的数} \\ \text{无理数}Q: \text{不能写成两整数之比的数} \end{array} \right.$

实数 = 有理部分 + 无理部分

若两个实数相等，那么它们的有理部分与无理部分分别相等。

【举例】若实数 $2 + a\sqrt{5}$ 与实数 $b + 3\sqrt{5}$ 相等，则有理数 a 和 b 的值分别为多少？

$$a\sqrt{5} = 3\sqrt{5}, a = 3, b = 2.$$

跟学团 有理数与无理数

.....

【模拟题】如果 $(2 + \sqrt{2})^2 = a + b\sqrt{2}$ (a, b 为有理数), 那么 $a + b$ 等于 ().

A. 4

B. 5

C. 6

D. 10

E. 8

跟学团 有理数与无理数 · 有理化

.....

若两个含有根号的非零数字或算式相乘, 乘积中不含根号, 则它们**互为有理化因式**.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

$$(3 - \sqrt{5}) \times (3 + \sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 4$$

$$(3 + 2\sqrt{5}) \times (3 - 2\sqrt{5}) = 3^2 - (2\sqrt{5})^2 = -11$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{5}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = -2$$

跟学团 有理数与无理数

.....

【标志词汇】分数的分母中带有根号，要求化简/求值 \Rightarrow 分母有理化.

分数分子分母上下同乘分母的有理化因式

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2}) \times (1-\sqrt{2})} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2 \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3}) \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2 \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$$

跟学团 有理数与无理数

.....

【真题2021.03】 $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = (\quad)$

A.9

B.10

C.11

D. $3\sqrt{11}-1$

E. $3\sqrt{11}$

跟学团 有理数与无理数

.....

【模拟题】设 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分为 a ，小数部分为 b ，则 $ab - \sqrt{5} = ()$.

A. 3

B. 2

C. -1

D. -2

E. 0

跟学团 有理数与无理数

.....

【举例】比较 $\sqrt{7} - \sqrt{6}$ 与 $\sqrt{6} - \sqrt{5}$ 大小

跟学团 有理数与无理数

.....

【模拟题】如下几个论述不一定正确的是 ()

- (1) 两个无理数的和是无理数；无理部分互为相反数，则和为有理数
- (2) 两个无理数的积是无理数；互为有理化因式，则积为有理数
- (3) 一个有理数与一个无理数的和是无理数；
- (4) 一个有理数与一个无理数的积是无理数；0与任何实数的乘积均为0
- (5) 任何一个无理数都能用数轴上的点表示；
- (6) 实数与数轴上的点一一对应；

A. ①②

B. ②③

C. ①③④





D. ①②④

E. ①②③④⑤⑥

MBA大师跟学团专属**第三章 整式、分式与根式****董璞**

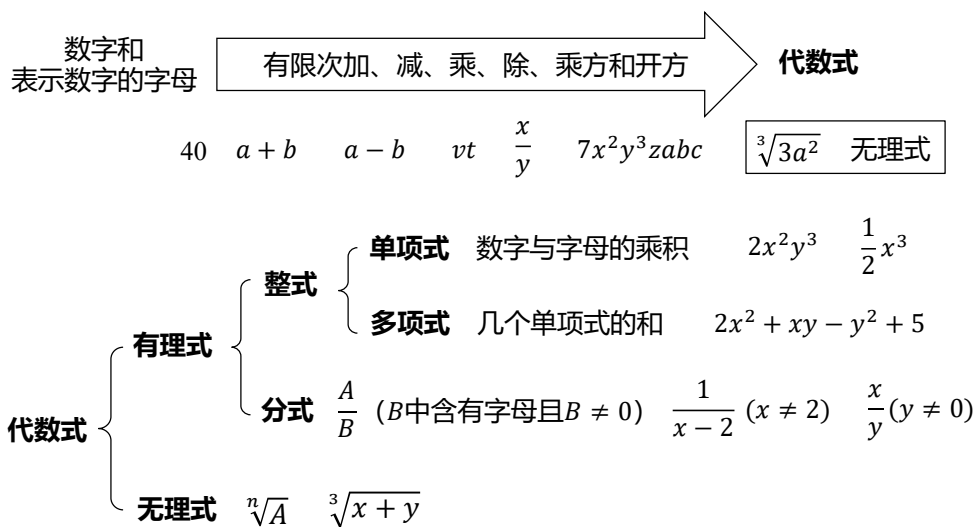
跟学团 分式基础与运算

.....

-  由数字运算进阶为符号运算
-  本章特点：公式多，表达式多变
-  逆向思维、整体思维
-  对典型数字和固定表达式要有一定敏感度

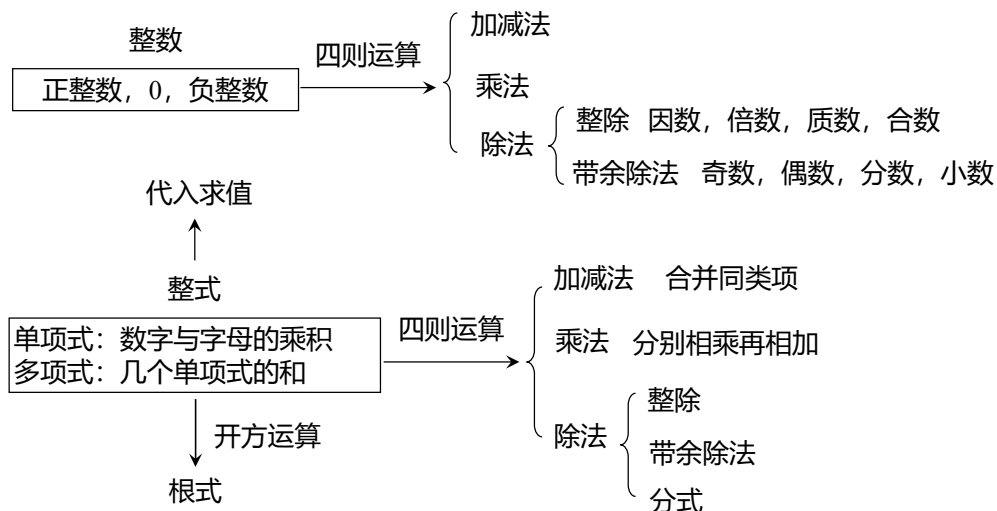
跟学团 整式、分式与根式

.....



跟学团 整式基础与运算

.....



跟学团 整式基础与运算 · 代入求值

.....

【真题2014.10.18】代数式 $2a(a-1) - (a-2)^2$ 的值为 -1 . ()

(1) $a = -1$

(2) $a = -3$

跟学团 整式基础与运算 · 代入求值

.....

【真题2013.10.19】已知 $f(x, y) = x^2 - y^2 - x + y + 1$, 则 $f(x, y) = 1$. ()

(1) $x = y$.

(2) $x + y = 1$.

跟学团 整式基础与运算 · 加减法

.....

元 一个多项式, 含有多少个变量, 就叫做几元多项式

单项式的次数 系数不为零的单项式所有字母的指数和.

$$-\frac{1}{3}x^2$$

$$2^3x^2y^3$$

纯数字单项式 $\begin{cases} \text{非零数字: 零次} \\ \text{数字 "0": 无次数} \end{cases}$

多项式的次数 以标准形式给出的多项式里, 各个单项式中次数最高的项的次数.

$$x^2y - x + y^2 - x^2y - 2$$

跟学团 整式基础与运算 · 加减法

.....

【举例】分析元与次数.

(1) $x + y$ 二元一次多项式

(2) $x^2y + 3xy + y^2$ 二元三次多项式

(3) $3^4xy^3 + y^2 + x^2y$ 二元四次多项式

跟学团 整式基础与运算 · 加减法

.....

同类项 所含的字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的单项式称为同类项.

$4xy^2z$ 和 $-\frac{2}{3}xy^2z$ 30和-25 所有常数项都是同类项

整式的加减法 即合并同类项，把同类项的系数相加减，字母和字母的指数不变.

$$\begin{aligned}
 & x^3y + 2x^2y^2 + 3xy^2 - 5xy^2 + 6 + x^2y^2 + 2xy + 3xy^2 - 2y^3 - 13 \\
 = & x^3y + (2x^2y^2 + x^2y^2) + (3xy^2 - 5xy^2 + 3xy^2) + 2xy - 2y^3 + (6 - 13) \\
 = & x^3y + 3x^2y^2 + xy^2 + 2xy - 2y^3 - 7
 \end{aligned}$$

跟学团 整式基础与运算 · 乘法

.....

同底数幂法则 同底数幂相乘，底数不变，指数相加，即 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

同底数幂相除，底数不变，指数相减，即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$2^5 \times 2^2 = 2^{5+2} = 2^7$$

$$(x+1)^2 \times (x+1)^3 = (x+1)^{2+3} = (x+1)^5$$

积的乘方 把积中每个因式分别乘方，再把所得的幂相乘，即 $(ab)^n = a^n b^n$

$$(xyz)^2 = x^2 \times y^2 \times z^2 = x^2 y^2 z^2$$

幂的乘方 底数不变，幂的指数与乘方的指数相乘，即 $(a^m)^n = a^{mn}$

$$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

跟学团 整式基础与运算 · 乘法

.....

乘法分配律：分别相乘再相加

$$25 \times 41 = 25 \times (40 + 1) = 25 \times 40 + 25 \times 1 = 1000 + 25 = 1025$$

$$25 \times 37 + 25 \times 3 = 25 \times (37 + 3) = 25 \times 40 = 1000$$

$$(2a + 3) \times (4a - 5) = (2a) \times (4a - 5) + 3 \times (4a - 5)$$

$$= (2a) \times (4a) - 5 \times 2a + 3 \times 4a - 3 \times 5$$

$$= 8a^2 - 10a + 12a - 15$$

$$= 8a^2 + 2a - 15 \quad \text{乘法展开式}$$

跟学团 整式基础与运算 · 乘法

.....

乘法分配律：分别相乘再相加

$$\begin{aligned}(2a + 3) \times (4a - 5) &= (2a + 3) \times 4a - 5 \times (2a + 3) \\&= (2a) \times (4a) + 3 \times 4a - 5 \times 2a - 3 \times 5 \\&= 8a^2 + 12a - 10a - 15 \\&= 8a^2 + 2a - 15 \\(2a + 3) \times (4a - 5) &= 2a \times 4a - 5 \times 2a + 3 \times 4a - 3 \times 5 \\&= 8a^2 - 10a + 12a - 15 \\&= 8a^2 + 2a - 15\end{aligned}$$

跟学团 整式基础与运算

.....

【模拟题】 $f(x) = 3x^2 - x + 1$; $g(x) = 5x - 7$, 试写出下列算式的具体表达式:

$$(1) f(x) + g(x) \qquad (2) f(x) - g(x) \qquad (3) f(x) \cdot g(x)$$

跟学团 整式基础与运算 · 乘法

.....

【真题2008.10.17】 $ax^2 + bx + 1$ 与 $3x^2 - 4x + 5$ 的积不含 x 的一次项和三次项. ()

(1) $a:b = 3:4$

(2) $a = \frac{3}{5}, b = \frac{4}{5}$

跟学团 整式基础与运算 · 乘法

.....

【模拟题】 已知 $(x^2 + px + 8)(x^2 - 3x + q)$ 的展开式中不含 x^2, x^3 项, 则常数 p, q 的值为 () .

A. $p = 2 \quad q = 1$

B. $p = 3 \quad q = 2$

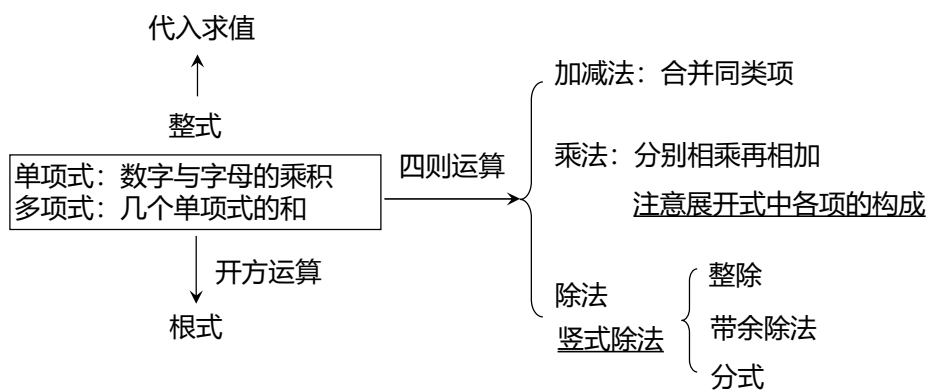
C. $p = 3 \quad q = -1$

D. $p = 1 \quad q = 3$

E. $p = 3 \quad q = 1$

跟学团 整式基础与运算

.....



跟学团 整式基础与运算 · 竖式除法

.....

【举例】用竖式除法进行除法运算

(1) $129 \div 4$

(2) $2x^3 - 5x^2 + 3x - 7$ 除以 $x^2 - x + 2$

跟学团 整式基础与运算 · 竖式除法

.....

【举例】用竖式除法进行除法运算： $2x^3 + 5x^2 + 1$ 除以 $x^2 - 1$ **跟学团 整式基础与运算 · 恒等变形**

.....

恒等变形 代数式的一种变换，即把一个代数式变成另一个与它恒等的代数式.

合并同类项，乘法展开多项式，多项式除法，乘法公式，因式分解

两代数式恒等 \Leftrightarrow 不论代数式中的字母代入任何数值，计算结果均相等.

$$(2a + 3) \times (4a - 5) = 8a^2 + 2a - 15$$

$$a = 0 \text{ 时: 等号左边 } (0 + 3) \times (0 - 5) = -15$$

$$\text{等号右边 } 0 + 0 - 15 = -15$$

$$a = 1 \text{ 时: 等号左边 } (2 + 3) \times (4 - 5) = -5$$

$$\text{等号右边 } 8 + 2 - 15 = -5$$

跟学团 整式基础与运算 · 恒等变形

.....

恒等变形 代数式的一种变换，即把一个代数式变成另一个与它恒等的代数式.

合并同类项，乘法展开多项式，多项式除法，乘法公式，因式分解

两代数式恒等 \Leftrightarrow 不论代数式中的字母代入任何数值，计算结果均相等.

$$2x^3 + 5x^2 + 1 = (x^2 - 1)(2x + 5) + 2x + 6$$

$$x = 0 \text{ 时: 等号左边 } 0 + 0 + 1 = 1$$

$$\text{等号右边 } (0 - 1) \times (0 + 5) + 0 + 6 = 1$$

$$x = 1 \text{ 时: 等号左边 } 2 + 5 + 1 = 8$$

$$\text{等号右边 } (1 - 1) \times (2 + 5) + 2 + 6 = 8$$