MBA 大师《跟学团——MBA 数学》

第五章 方程、不等式与函数

函数与方程基础

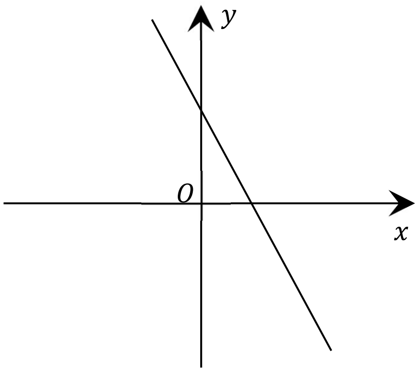
1. 直线$y=-2x+4$不经过（　　）.

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限　E.第一、三象限

【答案】C

【解析】$y=-2x+4$与x轴的交点$(2,0)$，与y轴的交点$(0,4)$.

画出直线大致图象如下：



2. 二次函数$y=-3x^2-6x+5$的图像的顶点坐标是（　　）.

A. $(-1,\ 8)$　B. $(1,\ 8)$　C. $(-1,\ 2)$

D. $(1,\ -4)$　E. $(-1,\ 4)$

【答案】 A

【解析】 $y=-3x^2-6x+5=-3(x+1)^2+8$，所以顶点坐标为$(-1,\ 8)$.

也可以用二次函数的顶点坐标公式$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$直接求出.

3. 已知二次函数$f(x)$的图像过点$A(0,\ -5)$，$B(-1,\ -4)$，$C(2,\ 5)$，则函数$f(x)$的最小值为（　　）.

A. 不存在　B. $-\frac{41}{8}$　C. $\frac{41}{8}$　D. $\frac{39}{8}$　E. $-\frac{39}{8}$

【答案】B

【解析】设二次函数$f(x)=ax^2+bx+c$，由已知$f(0)=-5$，$f(-1)=-4$，$f(2)=$

5，列得方程组$\begin{cases}0+0+c=-5\\ a-b+c=-4\\ 4a+2b+c=5\end{cases}$，解得$a=2$，$b=1$，$c=-5$.

所以$f(x)=2x^2+x-5=2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{41}{8}$，当$x=-\frac{1}{4}$时，$f(x)$取得最小值$-\frac{41}{8}$.

4. 二次函数$y=ax^2+bx+c(a>0)$的对称轴是$x=1$，且图像经过点$P(3,0)$，则$a-b+c$的值为（　　）.

A.-2　　B.-1　　C.0　　D.1　　E.2

【答案】C

【解析】思路一：因为对称轴为$x=1$，即$-\frac{b}{2a}=1$，$2a+b=0$.图像经过点$P(3,0)$，故$9a+3b+c=0$.联立解得$a-b+c=0$.

思路二：二次函数图像经过点$P(3,0)$，为与x轴交点，且对称轴是$x=1$，故抛物线与x轴的另一交点为$x=-1$，代入$y=ax^2+bx+c$得$a-b+c=0$.

5. 若一元二次函数$f(x)=ax^2+bx+c$的图像的对称轴为$x=2$，并且其图像过点（4，0），则代数式$\frac{f(-2)}{f(2)}=$（　　）.

A.3　　B.2　　C.-3　　D.-2　　E.1

【答案】C

【解析】由于函数表达式题中的自然语言表达为“一元二次函数”，所以默认$a\neq 0$，

对称轴为$x=-\frac{b}{2a}=2\Rightarrow b=-4a$，

因为图像过$(4,0)$，所以$16a+4b+c=0$，即$16a-16a+c=0$，得到$c=0$，

原函数变为$f(x)=x^2-4x$，$f(-2)=12$，$f(2)=-4$，所以$\frac{f(-2)}{f(2)}=-3$.

一元二次方程 · 根的判别式

6. 关于x的方程$ax^2+(2a-1)x+(a-3)=0$有两个不相等的实数根.

（1）$a<3$.

（2）$a\geq 1$.

【答案】B

【解析】要使二次方程有两个不相等的实数根，意味着要求根的判别式

$\varDelta=(2a-1)^2-4a(a-3)>0$.解得：$a>-\frac{1}{8}$（结论的等价表达）.

条件（2）充分.

7. 已知$k>0$，且方程$3kx^2+12x+k=-1$，有两个相等的实数根，则k的值等于（　　）.

A.$2\sqrt{3}$　　B.$\pm2\sqrt{3}$　　C.3 或-4　　D.-4　　E.3

【答案】E

【解析】由题已知方程有两个相等的实数根，则$\varDelta=0$，即$12^2-4\times3k(k+1)=0$

整理得：$k^2+k-12=0$，解$k=3$或$k=-4$

由于题目限制$k>0$，所以$k=3$.

8. 关于x的方程$(k-1)x^2+3x-1=0$有实根，则k的取值范围是（　　）.

A. $k\geq-\frac{5}{4}$且$k\neq1$　　B. $k\geq-\frac{5}{4}$　　C. $k>-\frac{5}{4}$ 且$k\neq1$

D. $k>-\frac{5}{4}$　　E. $k<-\frac{5}{4}$

【答案】B

【解析】当$k=1$时，方程为一元一次方程$3x-1=0$，显然有实数解.如有$k\neq1$，方程式为一元二次方程，当$\Delta=3^2-4(k-1)\cdot(-1)\geq0$，即$k\geq-\frac{5}{4}$时，方程有实数根.

所以，当$k\geq-\frac{5}{4}$时，方程都有实数根.故选 B.

一元二次方程 · 根与系数关系

9. 方程$x^2-2x+c=0$的两根之差的平方等于 16，则c的值是（　　）.

A.3　　B.-3　　C.6　　D.0　　E.2

【答案】B

【解析】$(x_1-x_2)^2=16\Rightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16$，

根据韦达定理$x_1+x_2=2$，$x_1x_2=c$，得$4-4c=16$，得$c=-3$

10. 已知方程$x^2-6x+7=0$的两个根为x_1，x_2，则$x_1^2+x_2^2=$（　　）.

A.18　　B.22　　C.50　　D.36　　E.-50

【答案】B

【解析】由根与系数的关系$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1x_2=\frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=6 \\ x_1x_2=7 \end{cases}$，

则$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=6^2-2\times 7=22$

11. 已知x_1,x_2是方程$x^2+2x-1=0$的两根，则$x_1^3+x_2^3=$（　　）.

A.14　　B.2　　C.-2　　D.-14　　E.8

【答案】D

【解析】$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)=(x_1+x_2)[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2]$

根据韦达定理：$x_1+x_2=-2$，$x_1x_2=-1$.

所以原式$=-2\times(4+3)=-14$.

二次函数

12. 已知函数$f(x)=-x^2+4x+a$，$x\in\left[0,1\right]$，若$f(x)$有最小值-2，则$f(x)$的最大值为（　　）.

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. 2　　E. 3

【答案】A

【解析】$f(x)=-x^2+4x+a=-(x-2)^2+a+4$，开口向下，对称轴为$x=2$.

$x\in\left[0,1\right]$，在对称轴的左边，当$x=0$时，$f(x)$取得最小值，因此$f(0)=a=-2$.

当$x=1$时，$f(x)$取得最大值，因此$f(1)=-1+4+a=-1+4-2=1$.

13. 当火箭竖直向上发射时，它的高度h与时间t之间的关系可以用式子$h=-5t^2+150t+10$来表示，那么当火箭达到它的最高点时，需要经过（　）

A. 5s　　B. 10s　　C. 15s　　D. 20s　　E. 25s

【答案】C

【解析】当二次函数$h(t)$取得最大值时，一定在对称轴处，此题定义域$t>0$，所以对称轴$t=-\frac{150}{2\times(-5)}=15$，在定义域内，所以$t=15s$

14. 二次函数$y=x^2-2mx-1$在$x\le 1$时y的值随x的增大而减少.

（1）$m\ge 1$

（2）$m\le 1$

【答案】A

【解析】二次函数的对称轴为$x=m$且开口向上.

条件（1），$m\ge 1$，当$x\le 1$时，是在对称轴的左侧，是减函数，充分.

条件（2）不充分.

故选 A.

15. 若函数$y=x^2+bx+c$的顶点在第一象限，顶点的横坐标是纵坐标的 2 倍，对称轴与x轴的交点在一次函数$y=x-c$的图像上，则$b+c=$（　　）.

A.$\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C.0　　D.1

E.-1

【答案】B

【解析】二次函数$y=x^2+bx+c$的顶点坐标为$\left(-\frac{b}{2},\frac{4c-b^2}{4}\right)$，顶点的横坐标是纵坐标的 2 倍即$-\frac{b}{2}=2\times\frac{4c-b^2}{4}$.对称轴为$x=-\frac{b}{2}$，它与$x$轴的交点即为点$\left(-\frac{b}{2},0\right)$，代入一次函数方程$y=x-c$得$-\frac{b}{2}-c=0$，$b=-2c$.代入$-\frac{b}{2}=2\cdot\frac{4c-b^2}{4}$整理得$c(2c-1)=0$，$c=0$或$c=\frac{1}{2}$，故$b=0$或$b=-2\times\frac{1}{2}=-1$. 题干要求顶点在第一象限即$-\frac{b}{2}>0$，$b<0$，$\frac{4c-b^2}{4}>0$，$4c>b^2$.故$b=-1$，$c=\frac{1}{2}$，$b+c=-\frac{1}{2}$.