

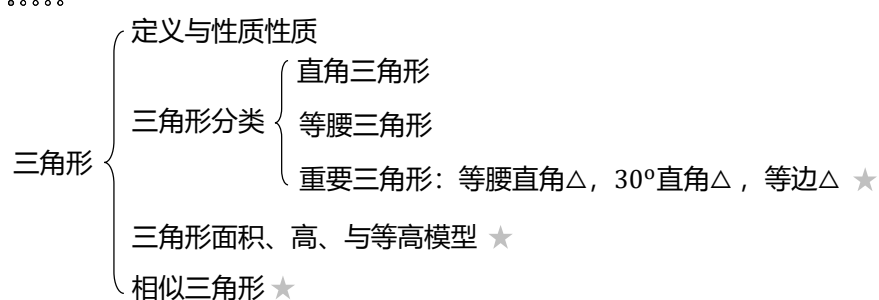
MBA大师跟学团专属

平面几何与立体几何

董璞

平面几何

.....



四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

圆与扇形

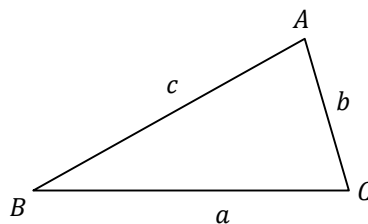
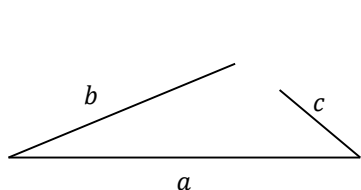
不规则图形（阴影）

跟学团 平面几何 · 三角形基础

.....

三角形 由同一平面内不在同一直线上的三条线段首尾顺次连接所组成的封闭图形称为三角形

1. 三角形任意两边之和大于第三边；任意两边之差小于第三边；
2. 三角形内角和等于180度；



常见边与角的表示

跟学团 平面几何 · 三角形基础

.....

【真题2014.10.20】 三条长度分别为 a , b , c 的线段能构成一个三角形. ()

- (1) $a + b > c$ (2) $b - c < a$
-

跟学团 平面几何 · 三角形基础

.....

三角形 由同一平面内不在同一直线上的三条线段首尾顺次连接所组成的封闭图形称为三角形
按边分

一般三角形：三边都不相等

等腰三角形：两边相等（等边三角形：三个边都相等）

按角分

锐角三角形：三个内角都小于 90°

直角三角形：三个内角中有一个角等于 90°

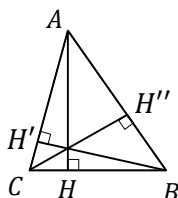
钝角三角形：三个内角中有一个角大于 90°

跟学团 平面几何 · 三角形基础

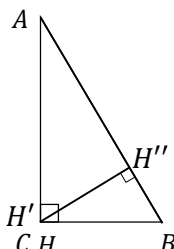
.....

三角形面积： $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \text{任意一个底边} \times \text{相对应的高}$

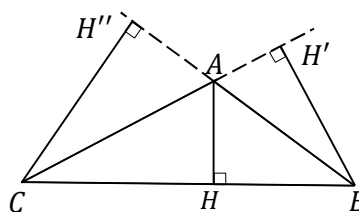
锐角三角形



直角三角形



钝角三角形



$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} BH' \cdot AC = \frac{1}{2} CH'' \cdot AB$$

跟学团 平面几何 · 直角三角形

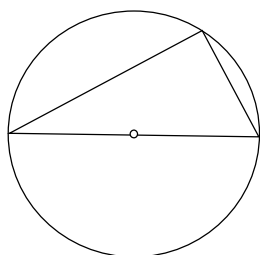
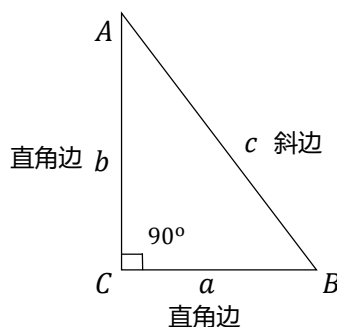
.....

判定 1: 一个角为 90° 的三角形

2: 面积 = $\frac{\text{直角边} \times \text{直角边}}{2}$

3: 三边关系符合勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$

4: 三角形底边为圆的直径, 顶点在圆周上



直径所对的圆周角为直角

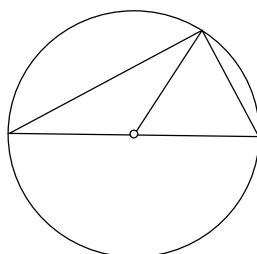
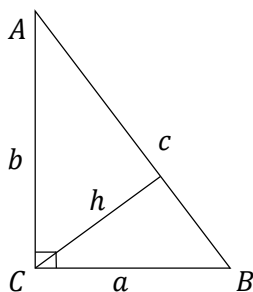
跟学团 平面几何 · 直角三角形

.....

性质 1. 三边满足勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$

2. 直角三角形边长关系 $ab = ch$ 直角边 \times 直角边 = 斜边 \times 高

3. 直角三角形斜边中线等于斜边的一半



跟学团 平面几何 · 直角三角形

.....

【真题2019.10】 在三角形 ABC 中, $AB = 4$, $AC = 6$, $BC = 8$, D 为 BC 的中点, 则 $AD = (\quad)$.A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{10}$

C. 3

D. $2\sqrt{2}$ E. $\sqrt{7}$ **跟学团 平面几何 · 直角三角形**

.....

【模拟题】 $\triangle ABC$ 的三条边长分别为6,8,10, 那么最长边对应的高为 (\quad).

A. 4

B. 4.5

C. 4.8

D. 5

E. 6

跟学团 平面几何 · 直角三角形

.....

【模拟题】直角三角形的直角边为 a, b ，斜边为 c ，斜边上的高为 x ，则（ ）。

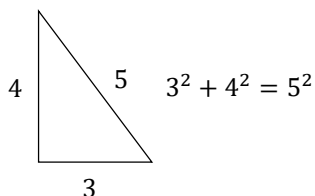
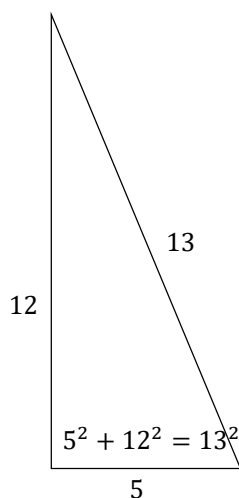
- A. $ab = x^2$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$ C. $a^2 + b^2 = 2x^2$ D. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{x^2}$ E. $\frac{b}{a} = \frac{1}{x}$

跟学团 平面几何 · 直角三角形

.....

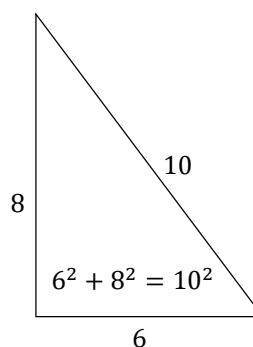
勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 常用勾股数有：3,4,5 6,8,10 5,12,13

注：每组常用勾股数各数字乘以相同倍数，结果仍为勾股数
成等差数列的勾股数，只有 $\{3k, 4k, 5k\}$ 一种



$$(\sqrt{2} \times 3)^2 + (\sqrt{2} \times 4)^2 = (\sqrt{2} \times 5)^2$$

$$2 \times 3^2 + 2 \times 4^2 = 2 \times 5^2$$



跟学团 平面几何 · 直角三角形

.....

【模拟题】三角形的三条边长分别为 a, b, c ，以下哪项可以充分推出 $\triangle ABC$ 为直角三角形_____

(1) $\triangle ABC$ 的三边长之比为 $1: \sqrt{2}: \sqrt{3}$.

(2) $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \frac{1}{2}ab$.

(3) $(c^2 - a^2 - b^2)(a^2 - b^2) = 0$.

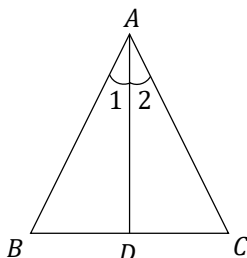
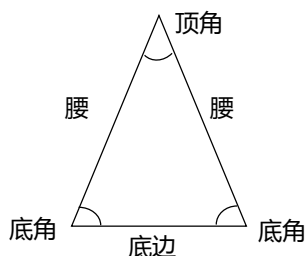
跟学团 平面几何 · 等腰三角形

.....

判定

1. 任意两个角相等
2. 任意两条边相等
3. 三线中有任两条重合

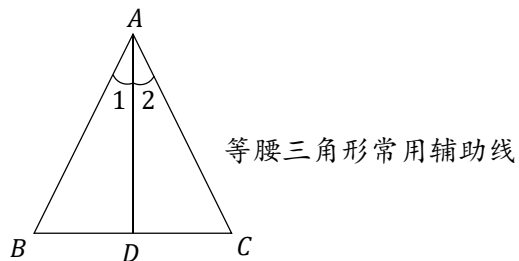
三线：顶角的角平分线、底边中线、底边上的高



跟学团 平面几何 · 等腰三角形

.....

- 性质**
1. 等腰三角形两个底角相等
 2. 等腰三角形两个腰相等
 3. 三线合一: $\angle 1 = \angle 2 \Leftrightarrow AD \perp BC \Leftrightarrow BD = DC$



【标志词汇】 等腰三角形缺少三线 \Rightarrow 补齐三线

跟学团 平面几何 · 等腰三角形

.....

【真题2013.10.07】 如图 $AB = AC = 5$, $BC = 6$, E 是 BC 的中点, $EF \perp FC$. 则 $EF = (\quad)$.

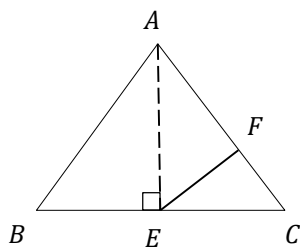
A.1.2

B.2

C.2.2

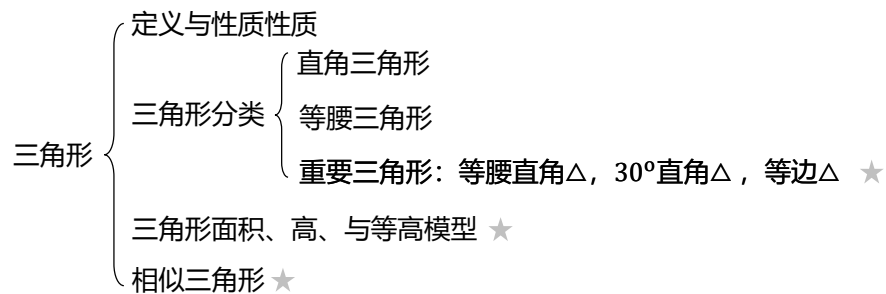
D.2.4

E.2.5



跟学团 平面几何 · 重要三角形

.....



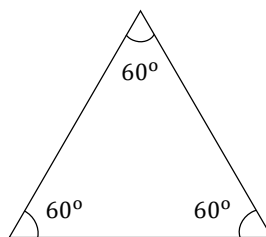
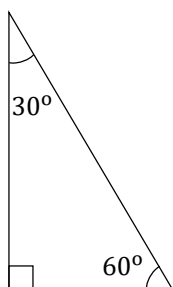
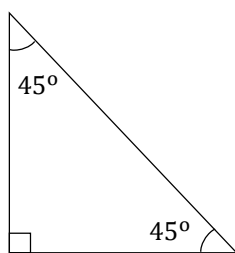
四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

圆与扇形

不规则图形（阴影）

跟学团 平面几何 · 重要三角形

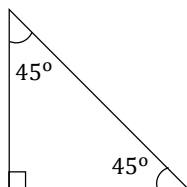
.....



跟学团 平面几何 · 重要三角形

.....

重要三角形周长、边 a 、边 b 、边 c 、面积 $S_{\triangle ABC} \Rightarrow$ 任一项可推出其余



当三边长度分别为 $1, 1, \sqrt{2}$ 时, 周长为 $2 + \sqrt{2}$, 面积为 $\frac{1}{2}$.

当三边长度分别为 $\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2$ 时, 周长为 $2 + 2\sqrt{2}$, 面积为 1 .

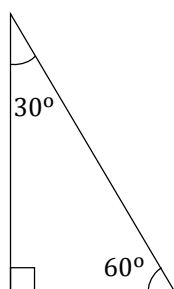
【等腰直角三角形】三边长度之比为 $1:1:\sqrt{2}$

若直角边为 a , 则斜边为 $\sqrt{2}a$, 周长为 $(2 + \sqrt{2})a$, 面积 $S = \frac{1}{2}a^2$

跟学团 平面几何 · 重要三角形

.....

重要三角形周长、边 a 、边 b 、边 c 、面积 $S_{\triangle ABC} \Rightarrow$ 任一项可推出其余



【30°直角三角形】三边长度之比为 $1:\sqrt{3}:2$

若短直角边为 a

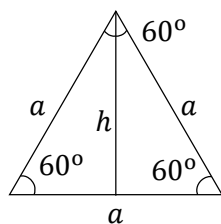
则长直角边为 $\sqrt{3}a$, 斜边为 $2a$, 周长为 $(3 + \sqrt{3})a$, 面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

短边为2时, 长直角边为 $2\sqrt{3}$, 斜边为 4 , 周长为 $6 + 2\sqrt{3}$, 面积为 $2\sqrt{3}$.

跟学团 平面几何 · 重要三角形

.....

重要三角形周长、边 a 、边 b 、边 c 、面积 $S_{\triangle ABC} \Rightarrow$ 任一项可推出其余



等边三角形判定

三条边相等的三角形是等边三角形；

任一个内角为 60° 的等腰三角形为等边三角形；

有两个内角均为 60° 的三角形是等边三角形

【等边三角形】边长与高之比为 $2:\sqrt{3}$

边长为 a 的等边三角形高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，面积 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

跟学团 平面几何 · 重要三角形

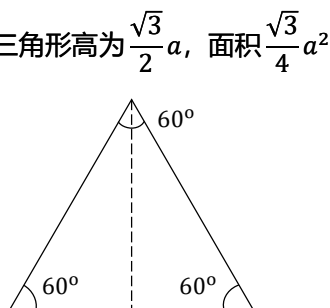
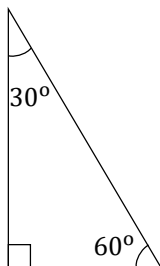
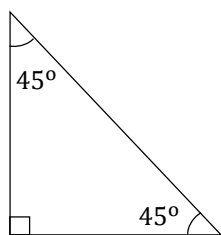
.....

重要三角形周长、边 a 、边 b 、边 c 、面积 $S_{\triangle ABC} \Rightarrow$ 任一项可推出其余

【等腰直角三角形】三边长度之比为 $1:1:\sqrt{2}$

【 30° 直角三角形】三边长度之比为 $1:\sqrt{3}:2$

【等边三角形】边长与高之比为 $2:\sqrt{3}$ 边长为 a 的等边三角形高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，面积 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



跟学团 平面几何 · 重要三角形

.....

【模拟题】顶角是 150° 的等腰三角形，腰上高的长与腰长的比是（ ）.

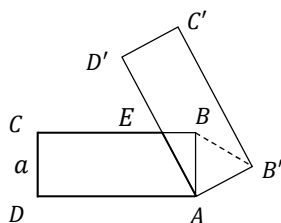
- A. 1:3 B. 1:2 C. $1:(2+\sqrt{3})$ D. $1:\sqrt{3}$ E. $1:(2-\sqrt{3})$

跟学团 平面几何 · 重要三角形

.....

【真题2012.10.24】如图，长方形 $ABCD$ 的长与宽分别为 $2a$ 和 a ，将其以顶点 A 为中心顺时针旋转 60° ，则四边形 $AECD$ 的面积为 $24-2\sqrt{3}$. ()

- (1) $a = 2\sqrt{3}$ (2) $\triangle AB'B$ 的面积为 $3\sqrt{3}$



跟学团 平面几何 · 重要三角形

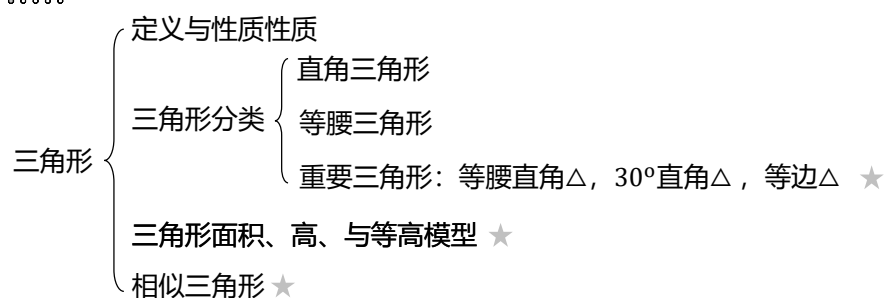
.....

【真题2020.16】（条件充分性判断）在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\frac{c}{a} > 2$. ()

(1) $\angle C < 90^\circ$. (2) $\angle C > 90^\circ$.

跟学团 平面几何 · 等高模型

.....



四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

圆与扇形

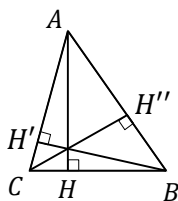
不规则图形（阴影）

跟学团 平面几何 · 等高模型

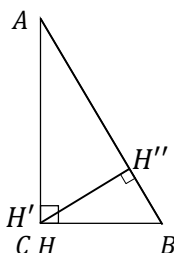
.....

三角形面积: $S_{\triangle} = \frac{1}{2} \times \text{任意一个底边} \times \text{相对应的高}$

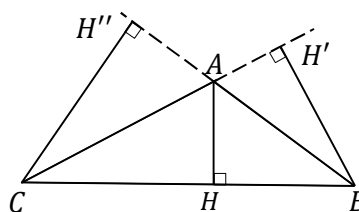
锐角三角形



直角三角形



钝角三角形

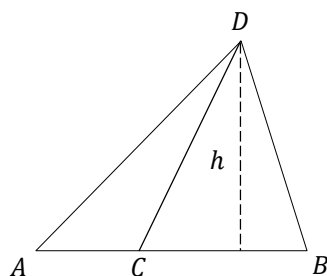


$$S = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}BH' \cdot AC = \frac{1}{2}CH'' \cdot AB$$

跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

h 同时为 $\triangle ACD$, $\triangle BCD$, $\triangle ABD$ 的高



面积

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AC \cdot h$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BC \cdot h$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot h$$

面积比

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle BC}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot h}{\frac{1}{2}BC \cdot h} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{S_{\triangle BC}}{S_{\triangle AB}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot h}{\frac{1}{2}AB \cdot h} = \frac{BC}{AB}$$

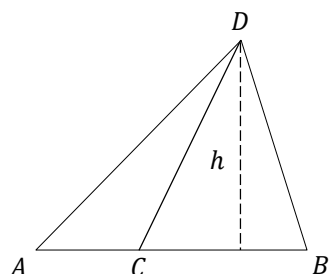
$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle AB}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot h}{\frac{1}{2}AB \cdot h} = \frac{AC}{AB}$$

【标志词汇】底边在同一条直线上, 共用顶点的三角形 \Rightarrow 面积比=底边比

跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

h 同时为 $\triangle ACD$, $\triangle BCD$, $\triangle ABD$ 的高



面积

面积和

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot h$$

$$S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} (AC + BC) h$$

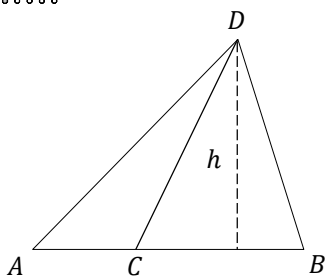
$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot h$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot h$$

【标志词汇】底边在同一条直线上，共用顶点的三角形 \Rightarrow 面积和 $= \frac{1}{2}$ 底边和 \times 高

跟学团 平面几何 · 等高模型

.....



【标志词汇】底边在同一条直线上，共用顶点的三角形 \Rightarrow 等高模型 底同线 + 共顶点

$$\text{面积比} = \text{底边比}, \text{面积和} = \frac{1}{2} (\text{底边和}) \times \text{高}$$

跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

【模拟题】如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $DC = BD$ ，阴影部分的面积是 36cm^2 ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）。

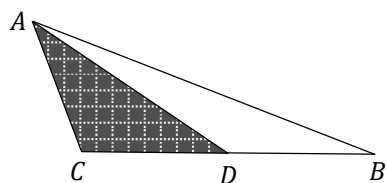
A. 48cm^2

B. 54cm^2

C. 60cm^2

D. 72cm^2

E. 80cm^2



跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

【真题2014.01.03】如图，已知 $AE = 3AB$ ， $BF = 2BC$ 。若 $\triangle ABC$ 的面积是2，则 $\triangle AEF$ 的面积为（ ）

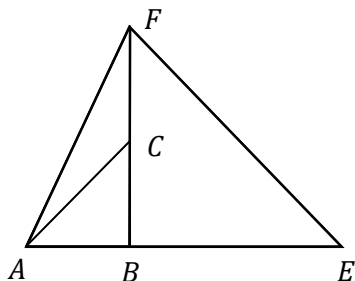
A. 14

B. 12

C. 10

D. 8

E. 6

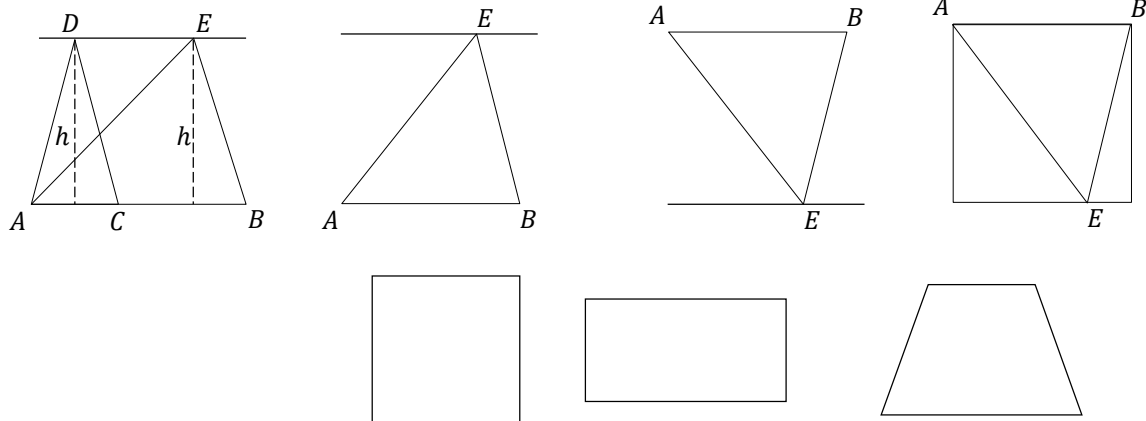


跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

【标志词汇】底同线+共顶点 \Rightarrow 等高模型 面积比 = 底边比, 面积和 = $\frac{1}{2}(\text{底边和}) \times \text{高}$

【标志词汇】底同线+顶同线 \Rightarrow 等高模型

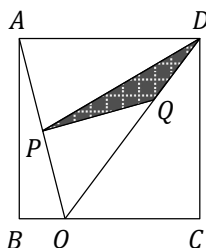


跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

【真题2019.21】如图, 已知正方形ABCD 面积, O 为BC上一点, P 为AO 的中点, Q 为DO 上一点, 则能确定三角形PQD 的面积. ()

(1) O 为BC的三等分点. (2) Q 为DO的三等分点.



跟学团 平面几何 · 等高模型

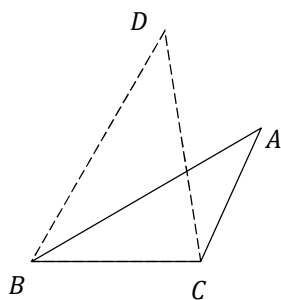
.....

【真题2020.10】如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 30^\circ$ ，将线段 AB 绕点 B 旋转至 DB ，使 $\angle DBC = 60^\circ$ ，则 $\triangle DBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为（ ）。

A.1

B. $\sqrt{2}$

C.2

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E. $\sqrt{3}$ 

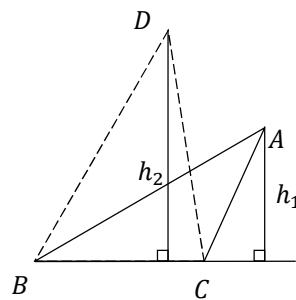
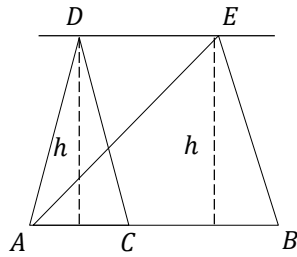
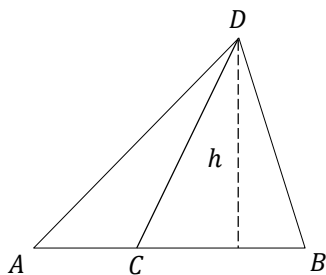
跟学团 平面几何 · 等高模型

.....

【标志词汇】底同线+共顶点/顶同线 \Rightarrow 等高模型

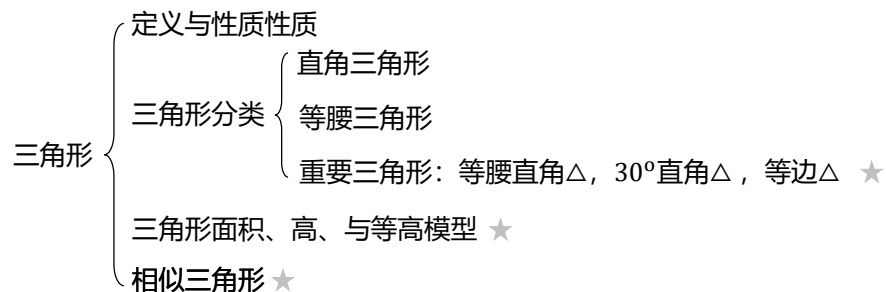
面积比 = 底边比，面积和 = $\frac{1}{2}$ (底边和) \times 高

【标志词汇】同底+不同顶 \Rightarrow 面积比=高之比



跟学团 平面几何

.....



四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

圆与扇形

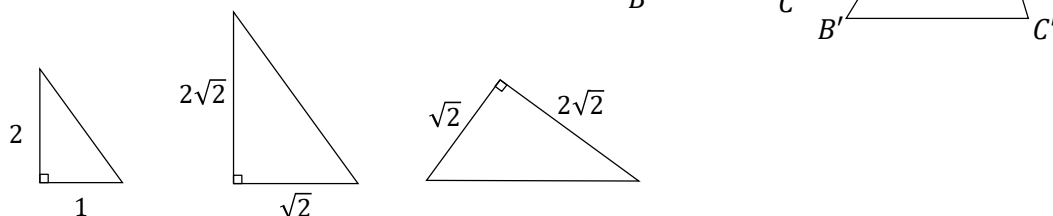
不规则图形（阴影）

跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

相似三角形判定 形状一样，大小不一样的三角形

- (1) 有两角对应相等
- (2) 三条边对应成比例
- (3) 有一角相等，且夹这等角的两边对应成比例
- (4) 一条直角边与一条斜边对应成比例的两个直角三角形相似



跟学团 平面几何 · 相似三角形

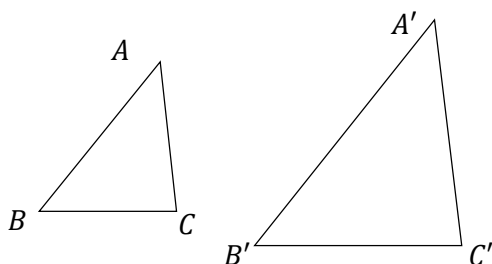
.....

相似三角形性质

- (1) 对应角相等
(3) 对应一切线段成比例 (这个比例叫做相似比)

对应边、对应高、对应中线、对应角平分线、外接圆半径、内切圆半径、周长

- (4) 面积比 = 相似比²



跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

【真题2017.11】已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 满足 $AB:A'B' = AC:A'C' = 2:3$, $\angle A + \angle A' = \pi$, 则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的面积之比为 ()

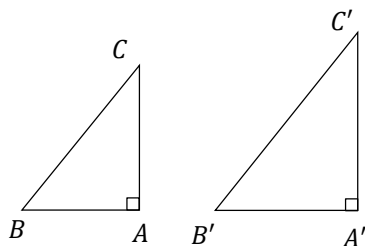
A. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}:\sqrt{5}$

C. 2:3

D. 2:5

E. 4:9

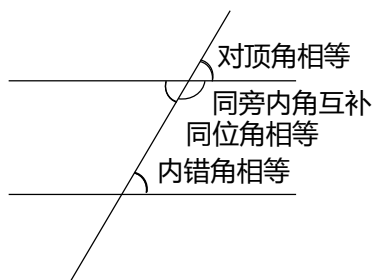
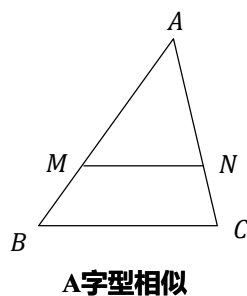


跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

两大难点：1.找可能相似的三角形 2.寻找对应角、对应边

【标志词汇】三角形内出现边的平行线 \Rightarrow 此平行线分割出的小三角形与大三角形相似



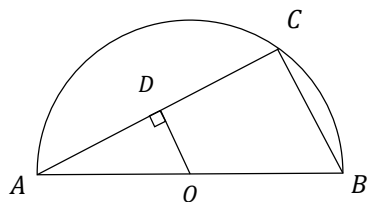
跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

【真题2014.01.20】如图， O 是半圆的圆心， C 是半圆上的一点， $OD \perp AC$ ，则能确定 OD 的长（ ）

(1) 已知 BC 的长

(2) 已知 AO 的长.



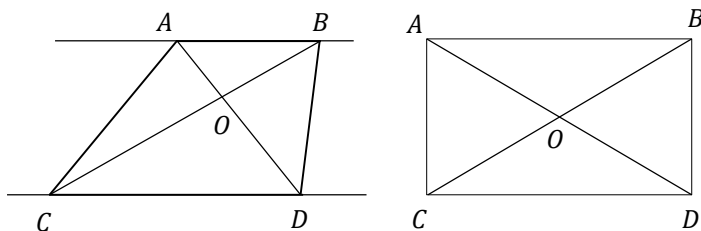
跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

两大难点：1.找可能相似的三角形 2.寻找对应角、对应边

【标志词汇】梯形/矩形的两条对角线 \Rightarrow 对角线分割出的三角形相似.

此处同时符合等高模型，易联合出题.



8字型相似

跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

【模拟题】如图所示，正方形 $ABCD$ ， AC 为对角线， E 是 BC 的中点， DE 交 AC 于点 F ，若 $DE = 15$ ，则 EF 等于（ ）

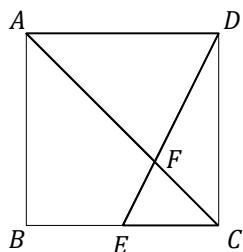
A.3

B.4

C.5

D.6

E.7

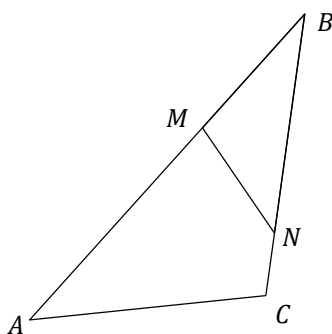
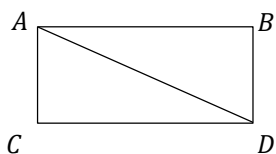


跟学团 平面几何 · 相似三角形

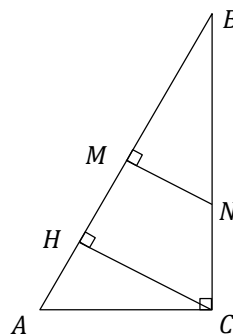
.....

【标志词汇】矩形+一条对角线 \Rightarrow 这条对角线分割出的两个三角形相似

【标志词汇】直角三角形斜边上的垂线 \Rightarrow 垂线分割出的各三角形均与原三角形相似。



一般三角形



直角三角形

反A字型相似

跟学团 平面几何 · 相似三角形

.....

【模拟题】在 $\triangle ABC$ 中， AD 是中线， $BC = 4$ ， $\angle B = \angle DAC$ ，则线段 AC 的长等于（ ）。

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. 3

D. $2\sqrt{3}$

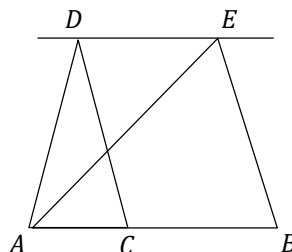
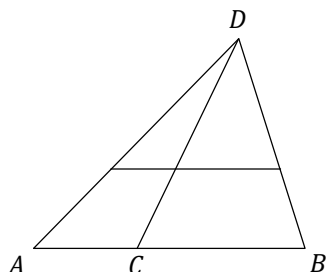
E. $3\sqrt{2}$

跟学团 平面几何 · 相似与等高

.....

【等高模型】面积比 = 底边比

【相似三角形】面积比 = 相似比²



等高模型 共用一个顶点/顶点在平行线上

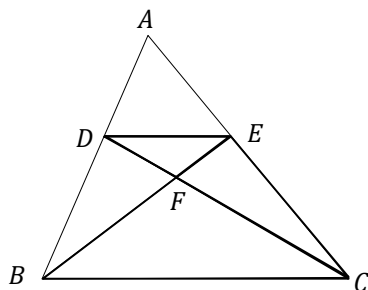
相似三角形 共用一个顶角/顶角相等

跟学团 平面几何 · 相似与等高

.....

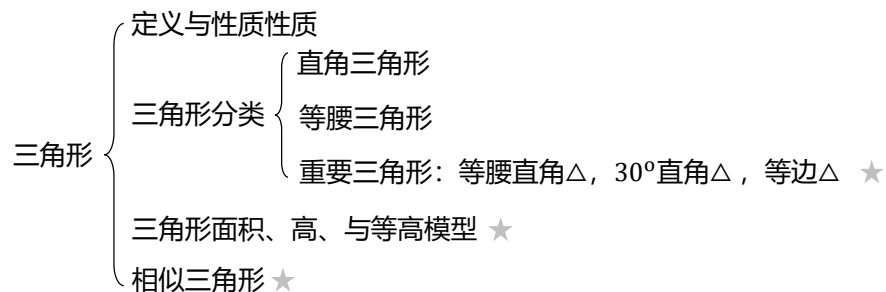
【模拟题】已知如图, $DE \parallel BC$, $DF:FC = 1:3$, 求:

- (1) $S_{\triangle DEF}:S_{\triangle EFC}$; (2) $S_{\triangle DEF}:S_{\triangle BFC}$; (3) $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC}$; (4) $S_{\triangle ADE}:S_{BCED}$



跟学团 平面几何 · 四边形

.....



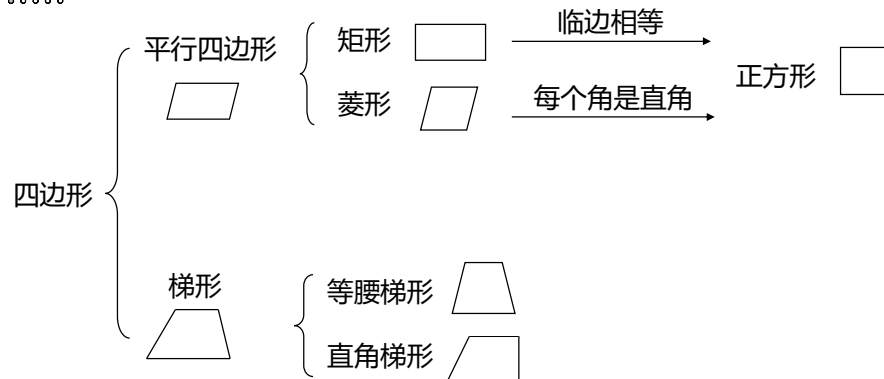
四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

圆与扇形

不规则图形（阴影）

跟学团 平面几何 · 四边形

.....

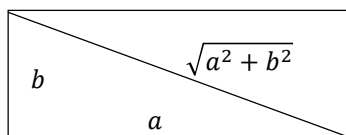


跟学团 平面几何 · 四边形

.....

矩形 矩形是四个角均是直角的特殊平行四边形，矩形包括正方形和长方形。

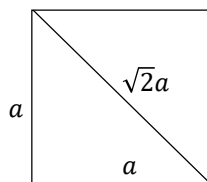
正方形 正方形是临边相等的特殊矩形：即 $a = b$



$$\text{面积} S = ab$$

$$\text{周长} C = 2(a + b)$$

$$a^2 + b^2 = \text{对角线}^2$$



$$\text{面积} S = a^2$$

$$\text{周长} C = 4a$$

$$a^2 + a^2 = \text{对角线}^2$$

跟学团 平面几何 · 四边形

.....

【真题2012.01.24】 某户要建一个长方形的羊栏，则羊栏的面积大于500m². ()

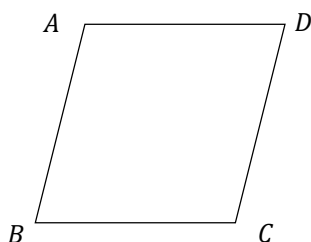
(1) 羊栏的周长为120m.

(2) 羊栏对角线的长不超过50m.

跟学团 平面几何 · 四边形

.....

菱形 四条边长度相等的平行四边形为菱形



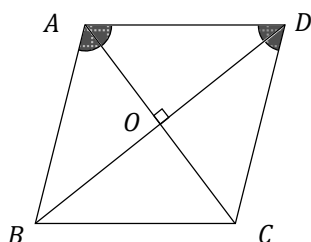
菱形的四条边长度相等，即 $AB = BC = CD = DA$

菱形四个内角中，对角相等、邻角互补

跟学团 平面几何 · 四边形

.....

菱形 四条边长度相等的平行四边形为菱形



菱形对角线互相垂直且平分，即 $AC \perp BD$ 且 $AO = CO, BO = DO$.

菱形的对角线平分顶角，即 $\angle ADB = \angle CDB, \angle BAC = \angle DAC$ 等.

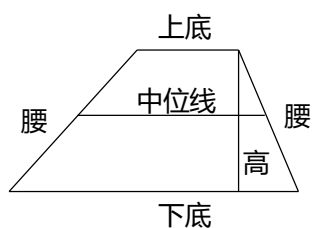
菱形的对角线把菱形分为4个全等的直角三角形，
$$S = \frac{\text{对角线} \times \text{对角线}}{2} = 4S_{AOD}$$

【1991.01.08】

跟学团 平面几何 · 四边形

.....

梯形 只有一组对边平行，另一组对边不平行的四边形叫做梯形



$$\text{梯形面积} = \frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2}$$

等腰梯形 两腰长度相等 \Leftrightarrow 两底角相等

梯形中位线 连接梯形两腰中点的线段叫做梯形的中位线

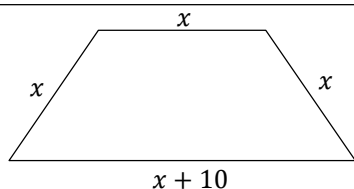
$$\text{梯形中位线到上底和下底距离相等} \quad \text{中位线} = \frac{\text{上底} + \text{下底}}{2}$$

跟学团 平面几何 · 四边形

.....

【真题2011.01.18】 如图所示，等腰梯形的上底与腰均为 x ，下底为 $x + 10$ ，则 $x = 13$. (D)

- (1) 该梯形的上底与下底之比为13:23.
- (2) 该梯形的面积为216.

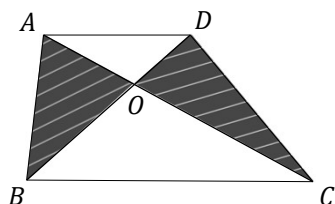


跟学团 平面几何 · 四边形

.....

【模拟题】如图所示，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $S_{\triangle AOD} = 8$ ，梯形的上底长是下底长的 $\frac{2}{3}$ ，则阴影部分的面积是（ ）。

- A.24 B.25 C.26 D.27 E.28

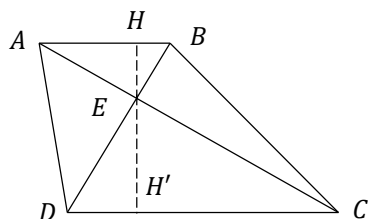


跟学团 平面几何 · 四边形

.....

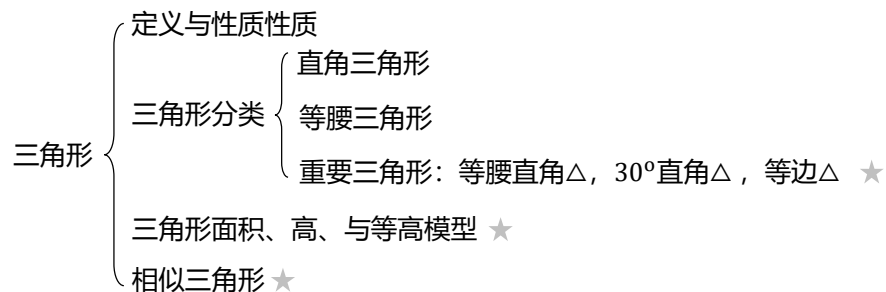
【真题2016.08】如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，与 AB 与 CD 的边长分别为4和8.若 $\triangle ABE$ 的面积为4，则四边形 $ABCD$ 的面积为（ ）

- A.24 B.30 C.32 D.36 E.40



跟学团 平面几何 · 圆与扇形

.....



四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

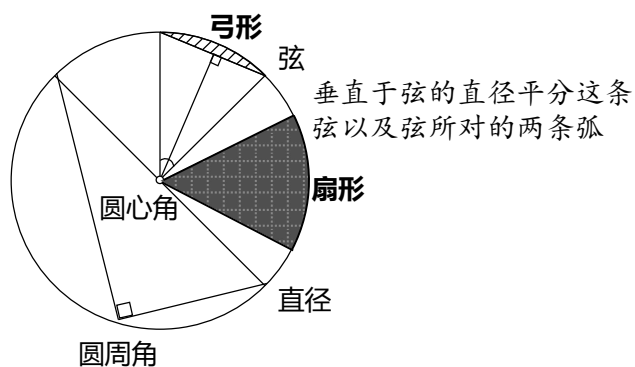
圆与扇形

不规则图形（阴影）

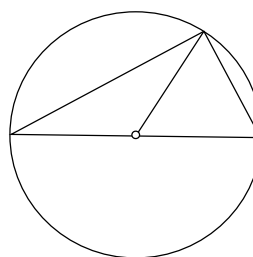
跟学团 平面几何 · 圆与扇形

.....

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆。这一定点为圆心，距离为圆的半径。



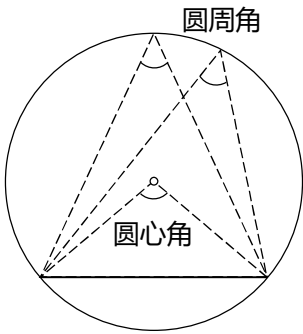
直径所对的圆周角是直角



遇见圆上点，连圆心
遇见弦，连圆心

跟学团 平面几何 · 圆与扇形

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆.这一定点为圆心，距离为圆的半径.



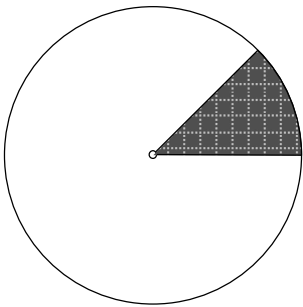
同一段弧所对的圆周角是圆心角的一半

圆面积: $S = \pi r^2$

圆周长: $l = 2\pi r$

跟学团 平面几何 · 圆与扇形

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆.这一定点为圆心，距离为圆的半径.



圆面积: $S = \pi r^2$

扇形面积: $S = \frac{\text{圆心角}}{\text{周角}} \pi r^2$
 $= \frac{\text{圆心角弧度}}{2\pi} \pi r^2 = \frac{\text{圆心角角度}}{360^\circ} \pi r^2$

						平角	周角
角度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

跟学团 平面几何 · 圆与扇形

.....

【真题 2020.12】如图圆 O 的内接 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，底边 $BC = 6$ ，顶角为 $\frac{\pi}{4}$ ，则圆 O 的面积为（ ）。

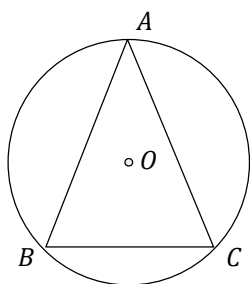
A. 12π

B. 16π

C. 18π

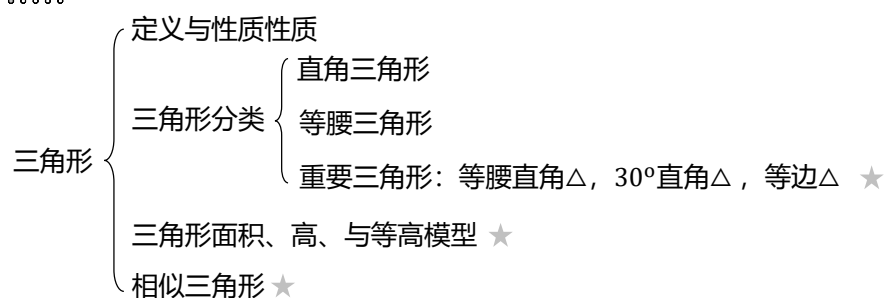
D. 32π

E. 36π



跟学团 平面几何 · 不规则图形（阴影）

.....



四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

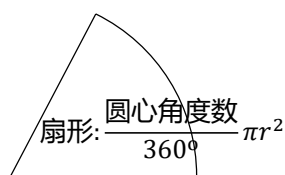
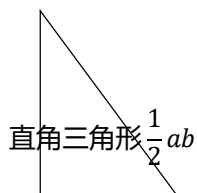
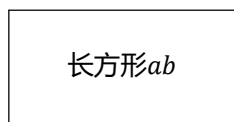
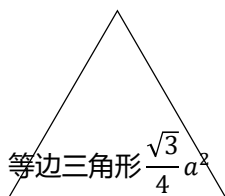
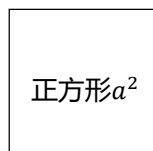
圆与扇形

不规则图形（阴影）

跟学团 平面几何·不规则图形（阴影）

.....

【不规则图形处理核心】通过规则图形的加和减等来计算不规则图形的面积



跟学团 平面几何·不规则图形（阴影）

.....

【真题2015.04】如图BC是半圆的直径，且 $BC = 4$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为（ ）

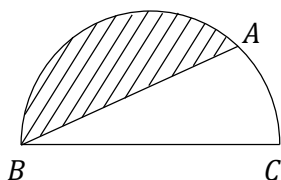
A. $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$

B. $\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

C. $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$

D. $\frac{2}{3}\pi + 2\sqrt{3}$

E. $2\pi - 2\sqrt{3}$



跟学团 平面几何·不规则图形(阴影)

.....

【真题2017.09】如图在扇形 AOB 中, $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, $OA = 1$, $AC \perp OB$, 则阴影部分的面积为().

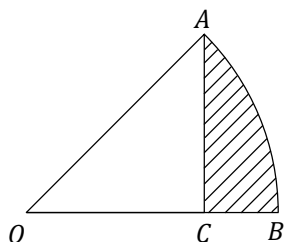
A. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$

B. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{8}$

C. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

D. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$

E. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}$



跟学团 平面几何·不规则图形(阴影)

.....

【真题2014.10.13】如下图所示, 大小两个半圆的直径在同一直线上, 弦 AB 与小半圆相切, 且与直径平行, 弦 AB 长为12. 则图中阴影部分面积为().

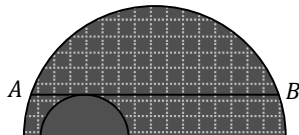
A. 24π

B. 21π

C. 18π

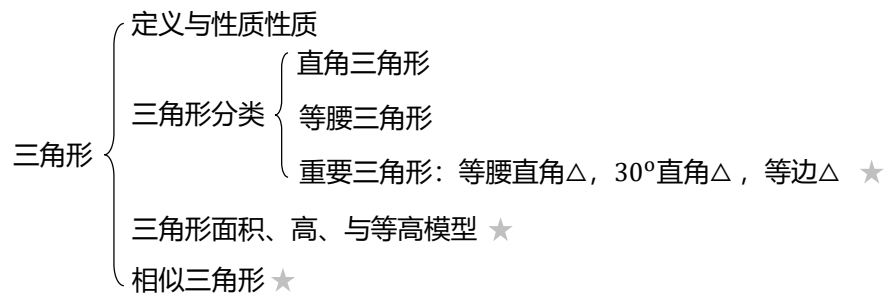
D. 15π

E. 12π



跟学团 平面几何

.....



四边形：梯形、正方形、长方形、菱形

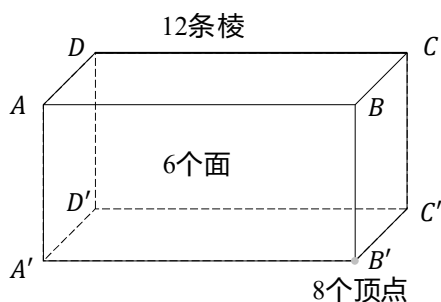
圆与扇形

不规则图形（阴影）

跟学团 立体几何

.....

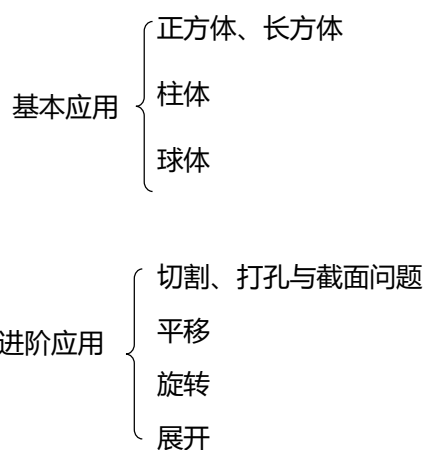
空间几何体 构成基本元素：点、线、面



动态关系：点 \rightarrow 线 \rightarrow 面 \rightarrow 体

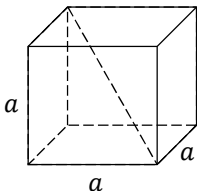
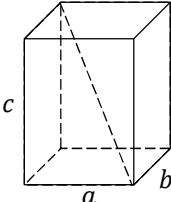
跟学团 立体几何

.....



跟学团 立体几何 · 正方体、长方体

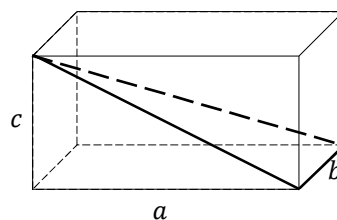
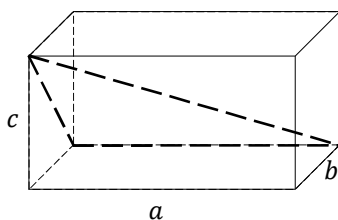
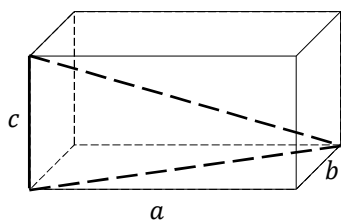
.....

	正方体	长方体
图像		
表面积	$6a^2$	$2(ab + bc + ac)$
体积	a^3	abc
体对角线	$\sqrt{3}a$	$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

跟学团 立体几何·正方体、长方体

.....

棱→面对角线→体对角线 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 立体问题平面化



跟学团 立体几何·正方体、长方体

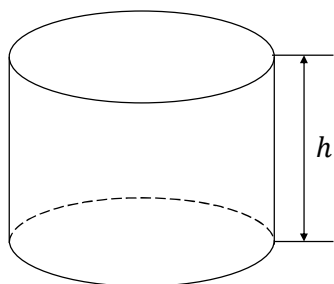
.....

【真题2020.21】（条件充分性判断）能确定长方体的体对角线。（ ）

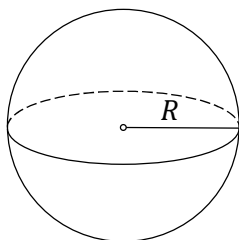
- (1) 已知长方体一个顶点的三个面的面积.
 - (2) 已知长方体一个顶点的三个面的面对角线.
-

跟学团 立体几何 · 柱体

.....

设圆柱体高为 h ，底面半径为 r ，则上下底面积： πr^2 侧面积： $2\pi r h$ 全表面积： $2\pi r^2 + 2\pi r h$ 体积： $V = \pi r^2 h$ 柱体体积 = 底面积 \times 高**跟学团 立体几何 · 球体**

.....

设球的半径为 R ，则有体积： $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ 表面积： $S = 4\pi R^2$

跟学团 立体几何·球体

.....

【模拟题】两个球形容器，若将大球中溶液的 $\frac{2}{5}$ 倒入小球中，正好可装满小球，那么大球与小球的半径之比等于（ ）

- A. 5:3 B. 8:3 C. $\sqrt[3]{5}:\sqrt[3]{2}$ D. $\sqrt[3]{20}:\sqrt[3]{5}$ E. 以上结论均不正确

跟学团 平面几何与立体几何

.....

