

跟学团 行程问题 三项间有固定关系⇒二推一

.....

行程问题 研究在匀速条件下的路程、速度、时间三个量之间关系的问题.

一辆货车以 $4km/h$ 的速度, 从甲地赶往乙地, 耗时 $5h$, 则甲乙两地间距离为?

$$\text{路程} = \text{速度} \times \text{时间} = 4km/h \times 5h = 20km \quad s = v \times t$$

甲、乙两城市间距离为 $20km$, 一辆货车从甲地赶往乙地耗时 $5h$, 则货车速度为?

$$\text{速度} = \frac{\text{路程}}{\text{时间}} = \frac{20km}{5h} = 4km/h \quad v = \frac{s}{t}$$

甲、乙两地间距离为 $20km$, 一辆货车以 $4km/h$ 的速度从甲地赶往乙地, 需耗时?

$$\text{时间} = \frac{\text{路程}}{\text{速度}} = \frac{20km}{4km/h} = 5h \quad t = \frac{s}{v}$$

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

【模拟题】小王骑车到城里去开会, 以每小时 12 千米的速度行驶, 2 小时可以到达, 车行了 15 分钟, 他发现忘记带文件, 以原速度返回原地, 这时他每小时行 (B) 千米才能按时到达.

A. 14

B. 16

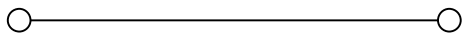
C. 18

D. 20

E. 22

出发地

开会地



①画图法分析路径

路程、时间、速度三项间有固定关系⇒二推一

$$\text{距开会地路程} = 12 \times 2km = 24km$$

②利用三项间固定关系二推一

$$\text{新速度} = \frac{24}{2 - 0.5} = 16km/h$$

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

【模拟题】一辆货车在A、B两地间运送一批货物，去程为上坡，速度为 40km/h ；回程为下坡，速度为 60km/h ，则运送一趟货物来回的平均速度为（ B ） km/h 。

A.50

B.48

C.52

D.44

E.56

比值、增长率、利润率、浓度、速度相加减无意义

速度 $v = \frac{\text{路程}s}{\text{时间}t}$ 平均速度 $v = \frac{\text{总路程}s}{\text{总时间}t}$ 抽象问题具体化之：全比例问题特值法

设A、B两地间距离为 240km 则去程用时 $6h$ ，回程用时 $4h$ ，共用时 $10h$

送一趟货物总行驶距离为 480km

$$\text{来回平均速度} = \frac{480\text{km}}{10h} = 48\text{km/h}$$

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

【模拟题】一辆货车在A、B两地间运送一批货物，去程为上坡，速度为 40km/h ；回程为下坡，速度为 60km/h ，则运送一趟货物来回的平均速度为（ B ） km/h 。

A.50

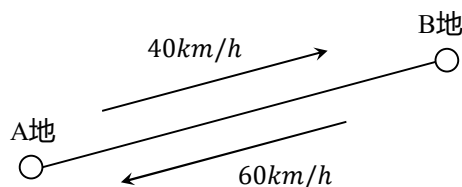
B.48

C.52

D.44

E.56

比值、增长率、利润率、浓度、速度相加减无意义



设A、B两地间距离为 s

$$\text{去程时间为 } t_1 = \frac{s}{40}$$

$$\text{回程时间为 } t_2 = \frac{s}{60}$$

$$\text{平均速度 } v = \frac{\text{总路程}s}{\text{总时间}t}$$

$$\text{来回平均速度} = \frac{s + s}{\frac{s}{40} + \frac{s}{60}} = 48\text{km/h}$$

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

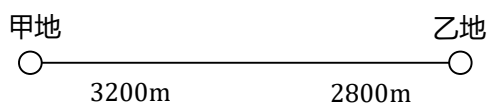
【模拟题】甲、乙两地相距6千米，某人从甲地步行去乙地，则他走后半一半路程用了42.5分钟。（ ）

(1) 前一半时间平均每分钟行80米，后一半时间平均每分钟行70米；

(2) 前一半路程速度为80米/分，整体平均速度为75米/分.

条件 (1) : 设一半时间是 t 分钟

$$80t + 70t = 6000, t = 40 \quad \text{二推一}$$



$$\text{后一半路程用时} = 40 + \frac{200}{80} = 42.5 \text{ (分钟)}$$

$$\text{前一半时间行程} = 80 \times 40 = 3200 \text{ (米)}$$

$$\text{后一半时间行程} = 70 \times 40 = 6000 - 3200 = 2800 \text{ (米)}$$

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

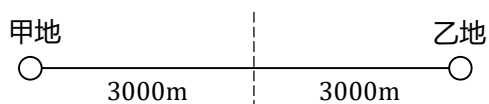
【模拟题】甲、乙两地相距6千米，某人从甲地步行去乙地，则他走后半一半路程用了42.5分钟。（ D ）

(1) 前一半时间平均每分钟行80米，后一半时间平均每分钟行70米；

(2) 前一半路程速度为80米/分，整体平均速度为75米/分.

$$\text{条件 (2)} \quad \text{平均速度} v = \frac{\text{总路程} s}{\text{总时间} t} \quad \text{总时间} t = \frac{\text{总路程} s}{\text{平均速度} v} \quad \text{二推一}$$

$$\text{总时间} t = \frac{6000}{75} = 80 \text{ (分钟)}$$



$$\text{前一半路程用时} = \frac{3000}{80} = 37.5 \text{ (分钟)} \quad \text{后一半路程用时} = 80 - 37.5 = 42.5 \text{ (分钟)}$$

跟团学 行程问题

.....

行程问题 研究在匀速条件下的路程、速度、时间三个量之间关系的问题.

$$\text{路程}s = \text{速度}v \times \text{时间}t \quad \text{速度}v = \frac{\text{路程}s}{\text{时间}t} \quad \text{时间}t = \frac{\text{路程}s}{\text{速度}v}$$

二推一

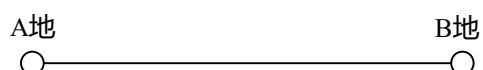
①画图法分析路径

②利用三项间固定关系二推一

②寻找等量关系

跟团学 行程问题 · 等待模型-根据时间列等式

.....



【1】甲、乙两人同时出发从A地前往B地，乙比甲先到1小时.

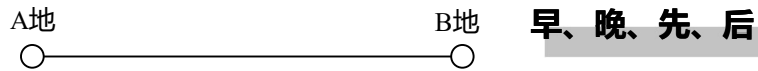
$$\text{甲用时} = \text{乙用时} + \text{乙等待时间} = \text{乙用时} + 1\text{小时}$$

【2】甲、乙两人出发从A地前往B地，甲先走，乙2小时后出发，两人同时抵达.

$$\text{甲用时} = \text{乙用时} + \text{乙等待时间} = \text{乙用时} + 2\text{小时}$$

跟学团 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....



【3】甲、乙两人出发从A地前往B地，甲先走，乙2小时后出发，且乙比甲先到1小时。

$$\text{甲用时} = \text{乙用时} + \text{乙等待时间} = \text{乙用时} + 2\text{小时} + 1\text{小时}$$

【4】甲、乙两人出发从A地前往B地，甲先走，乙2小时后出发，乙比甲晚到1小时。

$$\text{甲用时} + \text{甲等待时间} = \text{乙用时} + \text{乙等待时间}$$

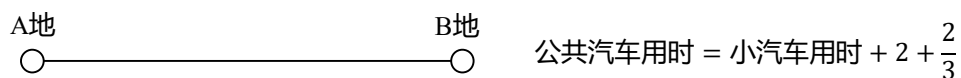
$$\text{甲用时} + 1\text{小时} = \text{乙用时} + 2\text{小时}$$

跟学团 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....

【模拟题】A、B两地相距160千米，一辆公共汽车从A地驶出开往B地，2小时后，一辆小汽车从A地驶出开往B地。小汽车每小时比公共汽车快80千米。结果小汽车比公共汽车早40分钟到达B地，则公共汽车和小汽车的速度分别为（ D ）。（单位：千米/小时）

A. 30 115 B. 55 135 C. 25 105 D. 40 120 E. 以上均不正确



设公共汽车的速度为 x 千米/小时，则小汽车的速度为 $(x + 80)$ 千米/小时

$$\frac{160}{x} = \frac{160}{x+80} + 2 + \frac{2}{3} \quad \text{通分} \quad \frac{160x + 160 \times 80 - 160x}{x(x+80)} = \frac{8}{3}$$

$$\text{移项} \quad \frac{160}{x} - \frac{160}{x+80} = \frac{8}{3} \quad \text{交叉相乘} \quad \begin{aligned} x^2 + 80x - 4800 &= 0 \\ (x+120)(x-40) &= 0 \end{aligned}$$

跟学团 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....

【模拟题】小明从家骑车去甲地，全程以速度 v 匀速行进，若骑行1小时后，速度变为原来的 $\frac{4}{5}$ ，则会晚半小时到达，若距离目的地还有10km时将速度降为原来的 $\frac{4}{5}$ ，则会晚10分钟到达目的地.小明家距离甲地 () km.

A. 25 B. 28 C. 30 D. 40 E. 45

设小明家距离甲地 s 千米

原速小明

甲地



乙地

变速小明

$$\begin{cases} \frac{s}{v} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{s - v \times 1}{\frac{4}{5}v} \\ \frac{s}{v} + \frac{1}{6} = \frac{s - 10}{v} + \frac{10}{\frac{4}{5}v} \end{cases}$$

跟学团 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....

【模拟题】小明从家骑车去甲地，全程以速度 v 匀速行进，若骑行1小时后，速度变为原来的 $\frac{4}{5}$ ，则会晚半小时到达，若距离目的地还有10km时将速度降为原来的 $\frac{4}{5}$ ，则会晚10分钟到达目的地.小明家距离甲地 (E) km.

A. 25 B. 28 C. 30 D. 40 E. 45

$$\begin{cases} \frac{s}{v} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{s - v \times 1}{\frac{4}{5}v} \\ \frac{s}{v} + \frac{1}{6} = \frac{s - 10}{v} + \frac{10}{\frac{4}{5}v} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{s}{v} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{5}{4} \cdot \frac{s}{v} - \frac{5}{4} \\ \frac{s}{v} + \frac{1}{6} = \frac{s}{v} - 10 \cdot \frac{1}{v} + \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{v} \end{cases} \quad \begin{cases} v = 15 \\ s = 45 \end{cases}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-相遇

.....

【举例1】A、B两城市相距20km，甲从A，乙从B出发相向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h.他们多久会相遇？他们相遇的点距离A城市多远？



相遇问题：两人共同走完全程

等量关系：甲路程 + 乙路程 = 总路程

$S_{\text{甲}} + S_{\text{乙}} = 20\text{km}$ **二推一** 设行进时间为 t 小时，两人都用时 t 小时

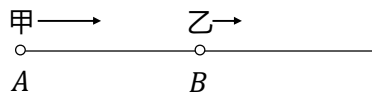
$$S_{\text{甲}} + S_{\text{乙}} = 6t + 2t = 20\text{km} \quad t = \frac{20}{6+2} = 2.5\text{h} \quad \text{相遇时间} = \frac{\text{初始距离}}{\text{速度和}} = \frac{\text{相遇距离}}{\text{速度和}}$$

相遇点距离A城市： $6 \times 2.5 = 15\text{km}$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-追及

.....

【举例2】A、B两城市相距20km，甲从A，乙从B出发同向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，甲多久能追上乙？甲追上乙的位置距离A城市点多远？



追及问题：快者比慢者多走初始距离

等量关系：甲路程 = 乙路程 + 初始距离

$S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}} + 20\text{km}$ **二推一** 设行进时间为 t 小时，两人都用时 t 小时

$$S_{\text{甲}} = 6t = S_{\text{乙}} + 20 = 2t + 20 \quad t = \frac{20}{6-2} = 5\text{h} \quad \text{追及时间} = \frac{\text{初始距离}}{\text{速度差}} = \frac{\text{追及距离}}{\text{速度差}}$$

追上的点距离A城市： $6 \times 5 = 30\text{km}$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式

.....

【模拟题】甲、乙两人从相距180千米的两地同时出发，相向而行，1小时48分钟后相遇。如果甲比乙早出发40分钟，那么在乙出发1.5小时后相遇，两人每小时各走（ B ）千米。

A. 40 50 B. 45 55 C. 50 40 D. 55 45 E. 以上均不正确

$$40\text{分钟} = \frac{40}{60}\text{小时} = \frac{2}{3}\text{小时}$$

$$1\text{小时}48\text{分钟} = \left(1 + \frac{48}{60}\right)\text{小时} = \frac{108}{60}\text{小时} = \frac{9}{5}\text{小时}$$



一个行程方案代表一个等式

$$\begin{cases} \frac{9}{5}v_{\text{甲}} + \frac{9}{5}v_{\text{乙}} = 180 \\ \frac{2}{3}v_{\text{甲}} + 1.5v_{\text{甲}} + 1.5v_{\text{乙}} = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = 100 \\ 13v_{\text{甲}} + 9v_{\text{乙}} = 1080 \end{cases} \quad \begin{cases} v_{\text{甲}} = 45 \\ v_{\text{乙}} = 55 \end{cases}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-相遇

.....

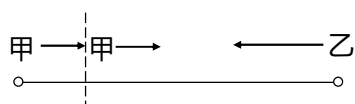
【模拟题】甲、乙两人从相距180千米的两地同时出发，相向而行，1小时48分钟后相遇。如果甲比乙早出发40分钟，那么在乙出发1.5小时后相遇，两人每小时各走（ B ）千米。

A. 40 50 $\frac{2}{3}$ 小时 B. 45 55 C. 50 40 D. 55 45 E. 以上均不正确

$$\text{相遇时间} = \frac{\text{初始距离}}{\text{速度和}} = \frac{\text{相遇距离}}{\text{速度和}} \quad \text{速度和} = \frac{\text{相遇距离}}{\text{相遇时间}}$$



$$v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = 180 \div \left(\frac{9}{5}\right) = 180 \times \frac{5}{9} = 100$$



$$v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = \left(180 - \frac{2}{3}v_{\text{甲}}\right) \div \left(\frac{3}{2}\right) = \left(180 - \frac{2}{3}v_{\text{甲}}\right) \times \frac{2}{3}$$

$$= 120 - \frac{4}{9}v_{\text{甲}}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-相遇

.....

【模拟题】爸爸和儿子从东西两地同时相对出发，两地相距10km.爸爸每小时走6km，儿子每小时走4km.爸爸带一只狗，小狗以10km/h的速度从爸爸向儿子跑去.遇到儿子后立刻折返，遇到爸爸后再次折返，直到爸爸儿子相遇才停.则小狗跑了多少路程？（ D ） 二推一

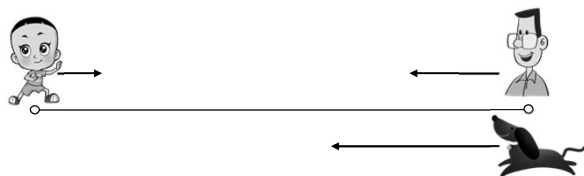
A. 6km

B. 4km

C. 9km

D. 10km

E. 11km



$$6t + 4t = 10$$

$$\text{相遇时间} = \frac{\text{初始距离}}{\text{速度和}} = \frac{10}{6+4} = 1h \quad \text{小狗跑过} 10t = 10 \times 1 = 10km$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-相遇&追及

.....

【真题2005.01.02】一支队伍排成长度为800米的队列行军，速度为80米/分，在队首的通信员以3倍于行军的速度跑到队尾，花1分钟传达首长命令之后，立即以同样的速度跑回到队首，在这往返全过程中通信员所花费的时间为（ D ）

A. 6.5分

B. 7.5分

C. 8分

D. 8.5分

E. 10分

队首跑到队尾：相向运动——相遇问题

$$t_{\text{去队尾}} = \frac{800}{80 + 80 \times 3} = 2.5 \text{ (分钟)}$$

队尾跑到队首：同向运动——追及问题

$$t_{\text{回队首}} = \frac{800}{80 \times 3 - 80} = 5 \text{ (分钟)}$$

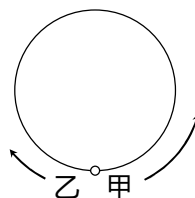
跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-环形道路

.....

【举例1】 A、B两城市相距20km，甲从A，乙从B出发相向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h.他们多久会相遇？他们相遇的点距离A城市多远？



等量关系 甲路程 + 乙路程 = 总路程 = 环形周长



【拓展1】 环形半程马拉松路线周长约20km，甲、乙从起点相向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，他们多久会相遇？

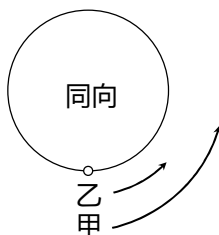
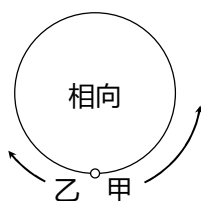
设行进时间为 t 小时，两人均用时 t 小时 二推一

$$S_{\text{甲}} + S_{\text{乙}} = 6t + 2t = 20\text{km} \quad t = \frac{20}{6+2} = 2.5\text{h} \quad \text{相遇时间} = \frac{\text{相遇距离}}{\text{速度和}}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-环形道路

.....

【拓展2】 环形半程马拉松路线周长约20km，甲、乙从起点同向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，他们多久会再次相遇？



等量关系

相向时 甲路程 + 乙路程 = 环形周长

同向时 快者路程 - 慢者路程 = 环形周长

设行进时间为 t 小时，两人均用时 t 小时 二推一

$$S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = 6t - 2t = 20\text{km} \quad t = \frac{20}{6-2} = 5\text{h} \quad \text{追及时间} = \frac{\text{追及距离}}{\text{速度差}}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-环形道路

.....

【模拟题】有一条长度为300m的环形跑道，甲、乙两名同学同时同地同向出发，已知甲的速度为3.5m/s，乙的速度为1.5m/s，求甲在第二次追上乙时共用了（ D ）s.

A. 240

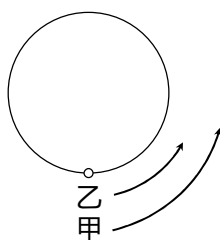
B. 260

C. 280

D. 300

E. 350

【结论】同向跑圈，每相遇一次，快者比慢者多跑一个环形道路周长.



甲在第二次追上乙时，比乙多跑了两圈 = $300 \times 2\text{m} = 600\text{m}$

$$3.5t - 1.5t = 300 \times 2, t = 300 \text{ (秒)}$$

$$\text{追及时间} = \frac{\text{追及距离}}{\text{速度差}} \quad \text{用时} = \frac{300 \times 2}{3.5 - 1.5} = 300 \text{ (秒)}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-环形道路

.....

【真题2013.10.22】（条件充分性判断）甲、乙两人以不同的速度在环形跑道上跑步，甲比乙快，则乙跑一圈需要6分钟。（ C ）

(1) 甲、乙相向而行，每隔2分钟相遇一次.

$$t_Z = \frac{s}{v_Z} = 6$$

(2) 甲、乙同向而行，每隔6分钟相遇一次.

【结论】相向跑圈，每相遇一次，两人路程之和多一个环形道路周长；

同向跑圈，每相遇一次，快者比慢者多跑一个环形道路周长.

$$\begin{array}{ll} \text{条件 (1)} & 2v_{\text{甲}} + 2v_{\text{乙}} = S \quad v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = \frac{S}{2} \quad \text{速度和} = \frac{\text{相遇距离}}{\text{相遇时间}} \\ \text{条件 (2)} & 6v_{\text{甲}} - 6v_{\text{乙}} = S \quad v_{\text{甲}} - v_{\text{乙}} = \frac{S}{6} \quad \text{速度差} = \frac{\text{追及距离}}{\text{追及时间}} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{\text{甲}} = \frac{1}{3}S \\ v_{\text{乙}} = \frac{1}{6}S \end{array} \right.$$

跟学团 行程问题

.....

【模拟题】甲、乙两人在圆形跑道上同时同地同向出发，则可以确定 $\frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{4}{3}$. ()

(1) 甲第一次追上乙时，甲跑了4圈；

(2) 甲第一次追上乙时，乙立刻转身向反方向前进，两人再次相遇时，乙又跑了 $\frac{3}{7}$ 圈.

【结论】相向跑圈，每相遇一次，两人路程之和多一个环形道路周长；

同向跑圈，每相遇一次，快者比慢者多跑一个环形道路周长.

条件 (1)：甲第一次追上乙时，甲跑了4圈，则乙跑了3圈

两人所用时间相同 时间相同时，路程比 = 速度比

$$\text{两人用时} = \frac{s_{\text{甲}}}{v_{\text{甲}}} = \frac{s_{\text{乙}}}{v_{\text{乙}}} \quad \frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{s_{\text{甲}}}{s_{\text{乙}}} = \frac{4\text{圈}}{3\text{圈}}$$

跟学团 行程问题

.....

【模拟题】甲、乙两人在圆形跑道上同时同地同向出发，则可以确定 $\frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{4}{3}$. (D)

(1) 甲第一次追上乙时，甲跑了4圈；

(2) 甲第一次追上乙时，乙立刻转身向反方向前进，两人再次相遇时，乙又跑了 $\frac{3}{7}$ 圈.

条件 (2)：两人从同一地点沿环形道路相向出发，直至相遇

两人所用时间相同 时间相同时，路程比 = 速度比

$$s_{\text{乙}} = \frac{3}{7}\text{圈} \quad s_{\text{甲}} = \frac{4}{7}\text{圈}$$

$$\frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{s_{\text{甲}}}{s_{\text{乙}}} = \frac{4}{3}$$

跟学团 行程问题·行船问题

.....

【真题2011.01.01】已知船在静水中的速度为 28km/h，河水的流速为2km/h.则此船在相距78km的两地间往返一次所需时间是（ B ）.

A. 5.9h

B. 5.6h

C. 5.4h

D. 4.4h

E. 4h

逆水行船时：实际速度为 $v_{\text{船}} - v_{\text{水}}$.

顺水行船时：实际速度为 $v_{\text{船}} + v_{\text{水}}$.

$$\text{顺水行船用时} = \frac{78}{28 + 2} \text{小时}$$

$$\text{往返一次用时} = \frac{78}{28 + 2} + \frac{78}{28 - 2} = 2.6 + 3 = 5.6 \text{小时}$$

$$\text{逆水行船用时} = \frac{78}{28 - 2} \text{小时}$$

跟学团 行程问题·行船问题

.....

【模拟题】一艘轮船顺流航行120km，逆流航行80km共用16小时；顺流航行60km，逆流航行120km也用时16小时，则水流速度为（ ） km/h.

A. 1.5

B. 2

C. 2.5

D. 3

E. 4

逆水行船时：实际速度为 $v_{\text{船}} - v_{\text{水}}$

顺水行船时：实际速度为 $v_{\text{船}} + v_{\text{水}}$

$$\frac{120}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} + \frac{80}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}} = 16$$

一个行程方案代表一个等式

$$\frac{60}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} + \frac{120}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}} = 16$$

$$\frac{120}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} + \frac{80}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}} = \frac{60}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} + \frac{120}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}}$$

跟学团 行程问题 · 行船问题

.....

【模拟题】一艘轮船顺流航行120km，逆流航行80km共用16小时；顺流航行60km，逆流航行120km也用时16小时，则水流速度为（ C ） km/h.

A. 1.5

B. 2

C. 2.5

D. 3

E. 4

逆水行船时：实际速度为 $v_{\text{船}} - v_{\text{水}}$

顺水行船时：实际速度为 $v_{\text{船}} + v_{\text{水}}$

$$\frac{120}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} + \frac{80}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}} = 16$$

$$\frac{120}{6v_{\text{水}}} + \frac{80}{4v_{\text{水}}} = 16 \quad v_{\text{水}} = 2.5 \text{ km/h}$$

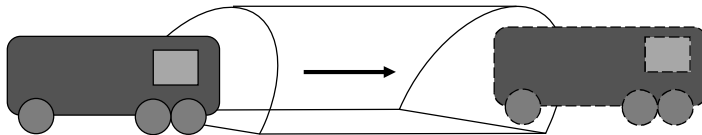
$$\frac{60}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} + \frac{120}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}} = 16$$

$$\frac{60}{v_{\text{船}} + v_{\text{水}}} = \frac{40}{v_{\text{船}} - v_{\text{水}}} \quad v_{\text{船}} = 5v_{\text{水}}$$

跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

火车通过桥/通过山洞 从车头进入山洞起，到车尾离开山洞止
将【线】的问题压缩到【点】



车头前进距离： $l_{\text{山洞}} + l_{\text{火车}} = \text{车速} v \times \text{通过时间} t$

$$\text{通过时间} t = \frac{l_{\text{山洞}} + l_{\text{火车}}}{\text{车速} v}$$

跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

【真题2011.10.04】一列火车匀速行驶时，通过一座长为250米的桥梁需要10秒钟，通过一座长为450米的桥梁需要15秒种，该火车通过长为1050米的桥梁需要（ D ）秒。

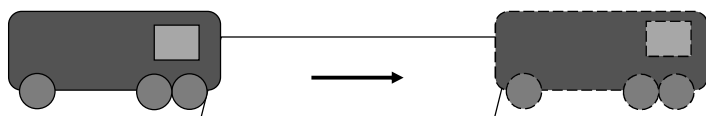
A. 22

B. 25

C. 28

D. 30

E. 35



一个行程方案代表一个等式

$$\begin{cases} 10v = 250 + l \\ 15v = 450 + l \end{cases} \quad \begin{cases} l = 150 \\ v = 40 \end{cases}$$

$$\text{通过时间 } t = \frac{1050 + l}{v} = \frac{1050 + 150}{40} = 30s$$

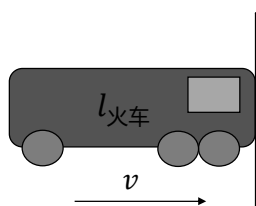
跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

火车通电线杆

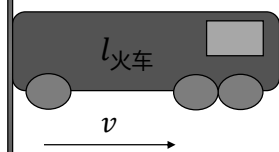
开始时，火车车头与电线杆距离为0

完全超过时，火车车头与电线杆距离为车长 $l_{\text{火车}}$



实际行驶距离 = 车头行驶距离 = 车长 $l_{\text{火车}}$

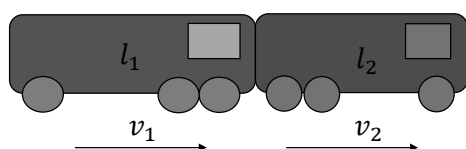
通过时间 $t \times$ 车速 $v =$ 车长 l



跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

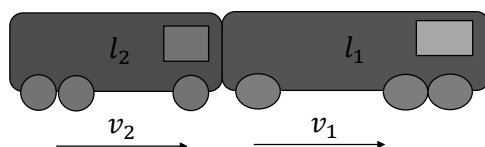
火车同向超车 开始超车时，快车车头与慢车车尾距离为0
完全超车后，快车车头与慢车车尾距离为 $l_1 + l_2$



实际行驶距离: $l_1 + l_2$

相对速度: $v_1 - v_2$

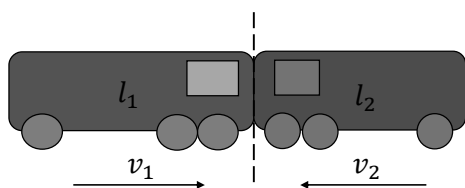
超车时间 $t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 - v_2}$



跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

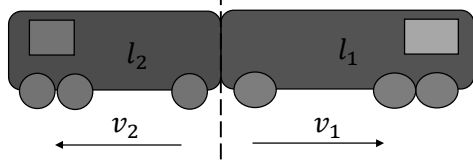
火车相向错车 开始错车时，车头相遇，两辆车车头距离为0
完全错车后，两辆车车头距离为车身长之和 $l_1 + l_2$



实际行驶距离: $l_1 + l_2$

相对速度: $v_1 + v_2$

错车时间 $t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}$



跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

【模拟题】甲火车长92米，乙火车长84米，则相向而行时，相遇后经过1.5秒两车错过；同向而行相遇后经过6秒超车。（E）

(1) 甲火车的速度为46米/秒；

(2) 乙火车的速度为42米/秒.

类型判断：C or E型（两条件单独信息不完全，需要联合）

$$\text{错车时间 } t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} \quad \text{超车时间 } t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 - v_2} \quad \text{车长之和} = 92 + 84 = 176\text{m}$$

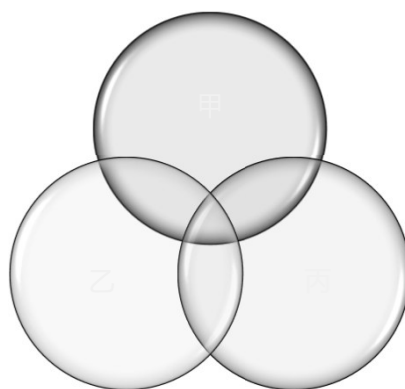
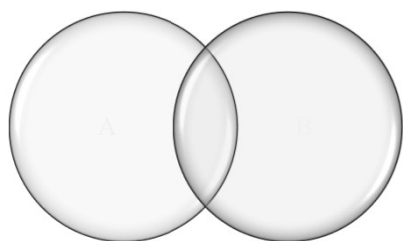
相向错车 相向而行相对速度为 $46 + 42 = 88\text{m/s}$ 错车时间 $= \frac{176}{46 + 42} = 2$

同向超车 同向而行相对速度为 $46 - 42 = 4\text{m/s}$ 超车时间 $= \frac{176}{46 - 42} = 44$

跟学团 集合问题

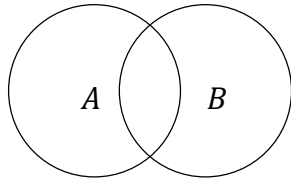
.....

研究不同集合中元素个数的问题

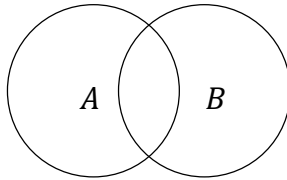


跟学团 集合问题 · 二饼图 熟知每一个封闭区间的含义

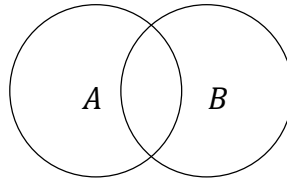
.....



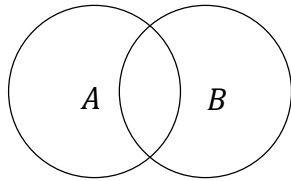
在A内



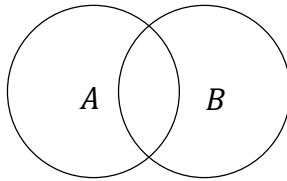
同时在A和B内



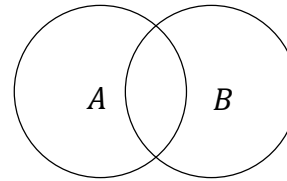
仅/恰在A内
在A内而不在B内



在B内



至少在AB之一内
在A或B内



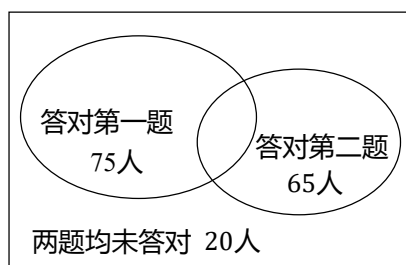
仅/恰在B内
在B内而不在A内

跟学团 集合问题 · 二饼图

.....

【模拟题】在某次考试中，只有两个问题，一班级两题都答对的学生占百分比为60%。（C）

- (1) 该班级有75%的学生答对了第一题，65%的学生答对了第二题；
- (2) 该班级有20%的学生两个题都没答对。



全班同学 100人

类型判断：C or E型（两条件单独信息不完全，需要联合）

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

假设共有100名学生

条件（2）共有80名学生至少答对一题

$$75 + 65 - \text{均答对} = 80$$

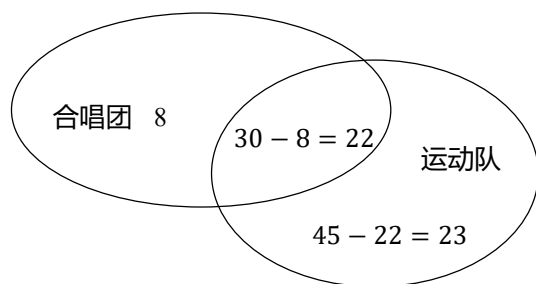
$$\text{均答对} = 75 + 65 - 80 = 60$$

跟学团 集合问题 · 二饼图

.....

【真题2011.01.03】某年级60名学生中，有30人参加合唱团、45人参加运动队，其中参加合唱团而未参加运动队的有8人，则参加运动队而未参加合唱团的有（ C ）

- A. 15人 B. 22人 C. 23人 D. 30人 E. 37人

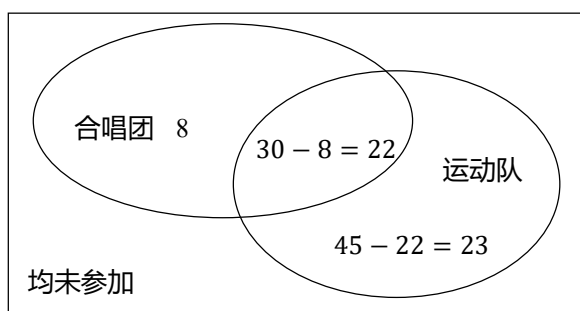


跟学团 集合问题 · 二饼图

.....

【真题2011.01.03】某年级60名学生中，有30人参加合唱团、45人参加运动队，其中参加合唱团而未参加运动队的有8人，则参加运动队而未参加合唱团的有（ C ）

- A. 15人 B. 22人 C. 23人 D. 30人 E. 37人



全年级同学

典型错误

$$30 + 45 - \text{均参加} = 60$$

$$\text{均参加} = 30 + 45 - 60 = 15$$

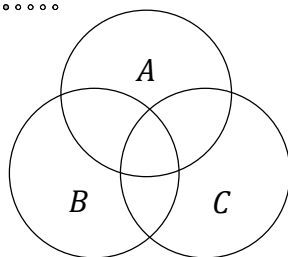
$$\text{仅参加运动队} = 45 - 15 = 30$$

错误分析

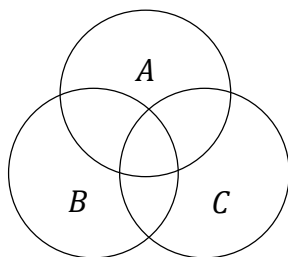
$$\text{均未参加} = 60 - (8 + 22 + 23) = 7$$

跟学团 集合问题 · 三饼图 熟知每一个封闭区间的含义

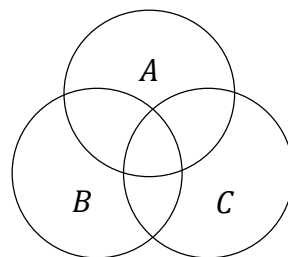
.....



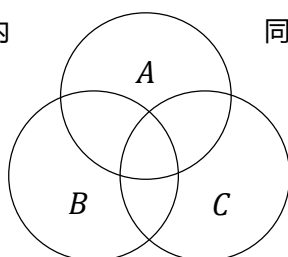
在A内



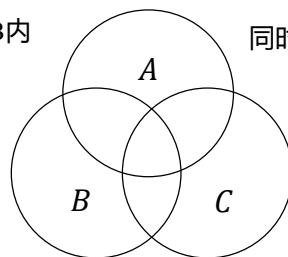
同时在A和B内



同时在A、B、C内



仅在A内

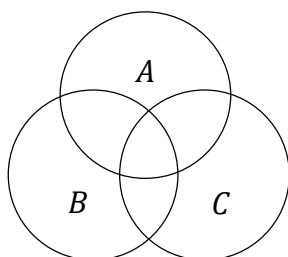


仅/恰同时在A和B内

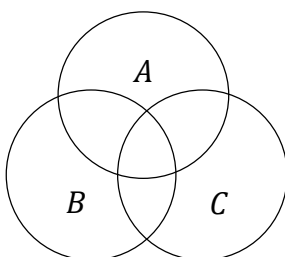
跟学团 集合问题 · 三饼图

.....

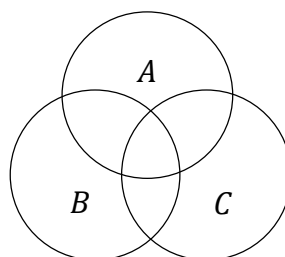
熟知每一个封闭区间的含义



仅在一个集合内



恰在两个集合内



至少在两个集合内

跟学团 集合问题 · 三饼图

.....

【真题2018.06】有96位顾客至少购买了甲、乙、丙三种商品中的一种，经调查：同时购买了甲、乙两种商品的有8位，同时购买了甲、丙两种商品的有12位，同时购买了乙、丙两种商品的有6位，同时购买了三种商品的有2位，则仅购买一种商品的顾客有（ C ）。

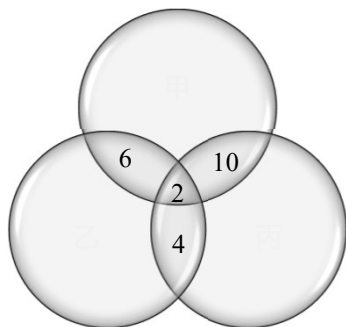
A. 70位

B. 72位

C. 74位

D. 76位

E. 82位



$$\text{仅购买甲} + \text{仅购买乙} + \text{仅购买丙} + 6 + 10 + 4 + 2 = 96$$

$$\text{仅购买甲} + \text{仅购买乙} + \text{仅购买丙} = 74$$

跟学团 集合问题 · 三饼图

.....

【真题2010.01.08】某公司的员工中，拥有本科毕业证、计算机等级证、汽车驾驶证的人数分别为130, 110, 90. 又知只有一种证的人数为140，三证齐全的人数为30，则恰有双证的人数为（ B ）。

A. 45

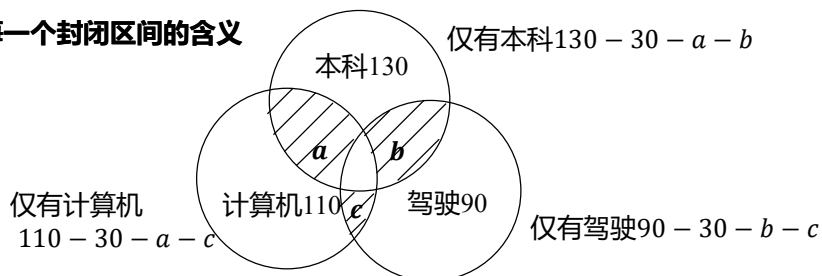
B. 50

C. 52

D. 65

E. 100

熟知每一个封闭区间的含义



$$(130 - 30 - a - b) + (110 - 30 - a - c) + (90 - 30 - b - c) = 140$$

恰有双证的人数为 $a + b + c = 50$.

跟学团 分段计费问题

.....

【模拟题】某发电厂规定，居民月用电量不超过100度的部分，按照0.5元/度收取；超过100度不超过300度的部分，按照0.6元/度收取；超过300度的部分，按照0.7元/度收取.小王家这个月共交电费191元，则本月共用电（ E ）度.

- A. 240 B. 280 C. 300 D. 320 E. 330

识别分段点后每段分别计算

用电量为100度时，需交电费为 $100 \times 0.5 = 50$ （元）.

用电量为300度时，需交电费为 $100 \times 0.5 + 200 \times 0.6 = 170$ （元）.

$191 > 170$ ，小王家这个月用电量超过300度 超过300度的部分 $= \frac{191 - 170}{0.7} = 30$ （度）

跟学团 分段计费问题

.....

【拓展】某发电厂规定，居民月用电量不超过100度的部分，按照0.5元/度收取；超过100度不超过300度的部分，按照0.6元/度收取；超过300度的部分，按照0.7元/度收取.小王家这个月共交电费162元，则本月共用电（ A ）度.

- A. 260 B. 280 C. 300 D. 320 E. 330

识别分段点后每段分别计算

用电量为100度时，需交电费为 $100 \times 0.5 = 50$ （元）.

用电量为300度时，需交电费为 $100 \times 0.5 + 200 \times 0.6 = 170$ （元）.

$50 < 162 < 170$ ，小王家这个月用电量在100度和300度之间

超过100度的部分共有 $\frac{162 - 50}{0.7} = 160$ （度）

跟学团 分段计费问题

.....

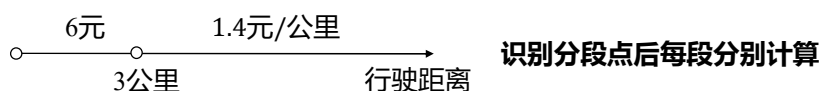
【模拟题】某人乘出租车从甲地到乙地支付车费17.2元，设此人从甲地到乙地经过的路程为 x 千米，则 x 的最大值为11. (C)

(1) 出租车的起步价为6元（即行驶距离不超过3千米需付6元车费）；

(2) 出租车行驶超过3千米后，每增加1千米加收1.4元（不足1千米按1千米计）.

水费、电费、上网费、电话费、出租车费、折扣促销、绩效激励等

类型判断：C or E型（两条件单独信息不完全，需要联合）



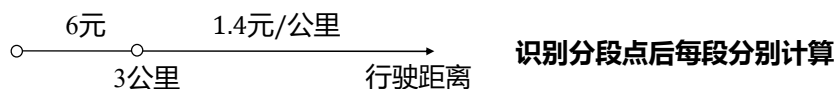
$17.2 > 6$ ，路程 x 大于3千米

$$6 + 1.4(x - 3) \leq 17.2 \quad x \leq 11$$

跟学团 分段计费问题

.....

【拓展】出租车的起步价为6元（即行驶距离不超过3千米需付6元车费），出租车行驶超过3千米后，每增加1千米加收1.4元（不足1千米按1千米计）。某人乘出租车从甲地到乙地支付车费17.2元，则此人可能的行驶里程范围是 (10,11] 公里.



$17.2 > 6$ ，路程 x 大于3千米

$17.2 - 1.4 < 1.4(x - 3) + 6 \leq 17.2$ 连不等式拆分求解

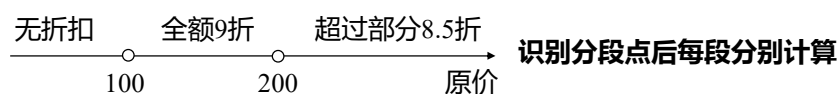
$$\begin{cases} 17.2 - 1.4 < 1.4(x - 3) + 6 \\ 1.4(x - 3) + 6 \leq 17.2 \end{cases} \quad 10 < x \leq 11$$

跟学团 分段计费问题

.....

【真题2012.10.15】某商场在一次活动中规定：一次购物不超过100元时没有优惠；超过100元而没有超过200元时，按该次购物全额9折优惠；超过200元时，其中200元按9折优惠，超过200元的部分按8.5折优惠。若甲、乙两人在该商场购买的物品分别付费94.5元和197元，则两人购买的物品在举办活动前需要的付费总额是（ E ）元。

- (A) 291.5 (B) 314.5 (C) 325 (D) 291.5和314.5 (E) 314.5或325



甲 { 未超过100元无折扣 → 原价 = 实付 = 94.5
超过100有9折 → 9折后实付94.5，即9折前原价105元

乙： $200 \times 0.9 + (\text{原价} - 200) \times 0.85 = 197$ ，原价 = 220





MBA大师跟学团专属

第二章 整数、有理数、实数

董璞

跟学团 整数、有理数、实数

.....

-  概念多，较少单独考察，属于工具型知识点
-  重要考点：质数、整除、奇数偶数（带余除法）
-  适应抽象问题
-  对典型数字和它们之间关系要建立一定敏感度

跟学团 整数、有理数、实数

.....

-  对典型数字和它们之间关系要建立一定敏感度

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$
$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$
$16^2 = 256$	$17^2 = 289$	$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$

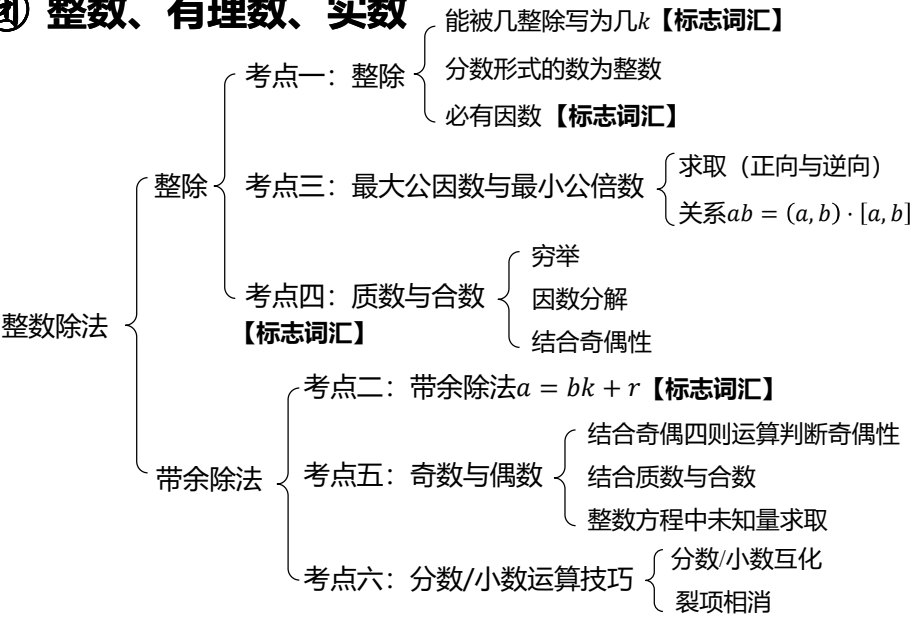
$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$
-----------	-----------	------------	------------	-------------

常用的30以内的十个质数：2,3,5,7,11,13,17,19,23,29

$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$
$2^6 = 64$	$2^7 = 128$	$2^8 = 256$	$2^9 = 512$	$2^{10} = 1024$

跟学团 整数、有理数、实数

.....



跟学团 整除

.....

自然数N: 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数. 加减乘除四则运算



整数Z

正整数Z⁺

0

负整数Z⁻



跟学团 整除

.....

自然数N: 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数Z

正整数 Z^+

0

负整数 Z^-

除法

$$a = bk \text{ 整除}$$

$$42 = 6 \times 7 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14$$

因数与倍数



跟学团 整除

.....

【模拟题】有三个正整数的和是312, 这三个数分别能被7,8,9整除, 且商相同, 则最大的数与最小的数相差 (E) .

A. 18

B. 20

C. 22

D. 24

E. 26

【标志词汇】一个数能被某数整除 \Rightarrow 被几整除写作几 k .

能被7整除的数 \Rightarrow 写作 $7k$

$$7k + 8k + 9k = 312$$

能被8整除的数 \Rightarrow 写作 $8k$

$$\text{解得 } k = 13$$

能被9整除的数 \Rightarrow 写作 $9k$

$$9k - 7k = 2k = 26$$

跟学团 整除

.....

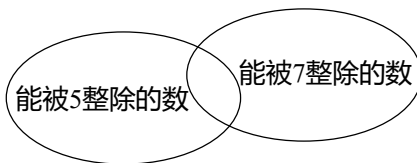
【模拟题】从1到100的整数，能被5或7整除数有（ ）个.

A. 2 B. 14 C. 20 D. 32 E. 34

【标志词汇】一个数能被某数整除 \Rightarrow 被几整除写作几 k .

能被5整除的数 \Rightarrow 写作 $5k$ ($k = 1, 2, \dots$) $100 \div 5 = 20$, 故 k 可从1取到20, 即有**20**个

能被7整除的数 \Rightarrow 写作 $7k$ ($k = 1, 2, \dots$) $100 \div 7 \approx 14.3$, 故 k 可从1取到14, 即有**14**个



【真题2016.07】从1到100的整数中任取一个数，则该数能被5或7整除的概率为（ D ）

A. 0.02 B. 0.14 C. 0.2 D. 0.32 E. 0.34

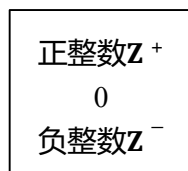
跟学团 整除

.....

自然数 N : 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数 Z



对于一个正整数来说, 最小的正因数是1, 最大的正因数是它本身.

对于正整数 a 和正整数 b , 如果存在正整数 k , 使得 $a = bk$, 则称 a 能被 b 整除, 记作 $a \div b$ 整除.

除法

因数与倍数

两数之间: 公因数与公倍数

跟学团 整除

.....

"6" 的倍数有6, 12, 18, 24, **30**, 36, 42, 48, 54, **60** ...

"15" 的倍数有15, **30**, 45, **60**, 75, **90** ...

若非零整数 d 既是整数 a 的倍数, 又是整数 b 的倍数, 则称 d 是 a, b 的**公倍数**.

整数 a, b 的所有公倍数中最小的正整数叫作 a, b 的**最小公倍数**, 记作 $[a, b]$.

c 同时是 a, b 的倍数 $\Rightarrow c$ 是 a 和 b 最小公倍数 $[a, b]$ 的倍数.

零是任何非零整数的倍数.

跟学团 整除

.....

【模拟题】从1到100的整数, 能被5或7整除数有 (D) 个.

A. 2

B. 14

C. 20

D. 32

E. 34

【标志词汇】一个数能被某数整除 \Rightarrow 被几整除写作几 k .

能被5整除的数 \Rightarrow 写作 $5k$ ($k = 1, 2, \dots$) $100 \div 5 = 20$, 故 k 可从1取到20, 即有**20**个

能被7整除的数 \Rightarrow 写作 $7k$ ($k = 1, 2, \dots$) $100 \div 7 \approx 14.3$, 故 k 可从1取到14, 即有**14**个

有一些数既可以被5整除又可以被7整除, 它们既是5的倍数又是7的倍数

既能被5整除又能被7整除的数 \Leftrightarrow 能被 $5 \times 7 = 35$ 整除的数 \Rightarrow 写作 $35k$ ($k = 1, 2$)

所以总个数为 $20 + 14 - 2 = 32$ (个) .

跟学团 整除

.....

$$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$$

即18有**1, 2, 3, 6, 9, 18**共六个因数

$$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$$

即30有**1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**共八个因数

若整数 d 既是整数 a 的因数，又是整数 b 的因数，则称 d 是 a, b 的一个**公因数**。

整数 a, b 的公因数中最大的数叫作 a, b 的**最大公因数**，记作 (a, b) 。

c 同时是 a, b 的倍数 $\Rightarrow c$ 是 a 和 b 最小公倍数 $[a, b]$ 的倍数。

c 同时是 a, b 的因数 $\Leftrightarrow c$ 是 a 和 b 最大公因数 (a, b) 的因数。

跟学团 整除

.....

$$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$$

即18有**1, 2, 3, 6, 9, 18**共六个因数

$$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$$

即30有**1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**共八个因数

若两个数最大公因数为1（除了1以外没有其它因数）， $(a, b) = 1$ ，则称 a, b **互质**。

若一个分数中分子分母互质，则不可再约分

$$\frac{21}{12}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{21}{13}$$

跟学团 整除

.....

整除的等价表示

$\frac{a}{b}$ 是整数 $\Leftrightarrow a$ 能被 b 整除 $\Leftrightarrow b$ 能整除 $a \Leftrightarrow a$ 是 b 的倍数 $\Leftrightarrow b$ 是 a 的因数 $\Leftrightarrow b|a$

整除的传递性

3 是 12 的因数，同时 12 又是 60 的因数，那么 3 一定也是 60 的因数。

因数的因数是因数；倍数的倍数是倍数。

6 是 12 的因数，同时 6 也是 18 的因数，那么 6 一定为 $12m + 18n$ 的因数 (m, n 为任意整数)。

c 是 a 的因数，同时 c 也是 b 的因数 $\Rightarrow c$ 是 $ma + nb$ 的因数 (m, n 为任意整数)。

两部分的最大公因数 = 和的公因数

跟学团 整除 · 整数判定

.....

【模拟题】(条件充分性判断) $\frac{m}{6}$ 为整数。(D)

(1) m 和 $\frac{13m}{6}$ 都是整数 (2) $\frac{5m}{2}$ 和 $\frac{2m}{3}$ 都是整数。

【标志词汇】判断一个表示为分数形式的数 $\frac{a}{b}$ 是否可能是整数

判断 a 是否是 b 的倍数 $\Leftrightarrow b$ 是否是 a 的因数

$\frac{m}{6}$ 是一个整数 $\Leftrightarrow m$ 为 6 的倍数 $\Leftrightarrow 6$ 为 m 的因数。

条件 (1) : m 和 $\frac{13m}{6}$ 都是整数，13 和 6 互质，所以 m 是 6 的倍数，条件 (1) 充分。

条件 (2) : $\frac{5m}{2}$ 和 $\frac{2m}{3}$ 都是整数，可知 m 是 2 和 3 的倍数，故 m 是 6 的倍数，条件 (2) 也充分。

跟学团 整除 · 整除的等价表示

.....

【模拟题】已知 k 是整数，关于 x 的方程 $7x - 5 = kx + 9$ 有正整数解，则 k 的所有可能取值有（ D ）.

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

E. 5个

$$7x - 5 = kx + 9$$

$$(7 - k)x = 9 + 5 = 14$$

$$x = \frac{14}{7 - k}$$

【标志词汇】 $\frac{a}{b}$ 是整数 $\Leftrightarrow a$ 能被 b 整除 $\Leftrightarrow b$ 能整除 $a \Leftrightarrow a$ 是 b 的倍数 $\Leftrightarrow b$ 是 a 的因数

$7 - k$ 为14的正因数

$7 - k = 1, 2, 7, 14$, 可得 k 的所有可能取值有4个.

跟学团 整除 · 能被典型数字整除的数的规律

.....

➤ 能被2整除的数：个位数字为0, 2, 4, 6, 8

➤ 能被4整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被4整除

$$1124 = \boxed{11 \times 100} + 24$$



能被4整除

➤ 能被5整除的数：个位数字为0或5

$$23 = \boxed{2 \times 10} + 3$$



能被5整除

跟学团 整除 • 能被典型数字整除的数的规律

.....

- 能被 2 整除的数：个位数字为 0, 2, 4, 6, 8
- 能被 4 整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被 4 整除
- 能被 5 整除的数：个位数字为 0 或 5
- 能被 6 整除的数：同时满足能被 2 和 3 整除的条件
- 能被 8 整除的数：末三位能被 8 整除 $27184 = \boxed{27 \times 1000} + 184$
- 能被 10 整除的数：个位数字为 0

↓
能被 8 整除

跟学团 整除 • 能被典型数字整除的数的规律

.....

- 能被 3 整除的数：各位数字之和能被 3 整除
- 能被 9 整除的数：各位数字之和能被 9 整除

$$\begin{aligned}
 23547 &= 2 \times 10000 + 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 4 \times 10 + 7 \\
 &= 2 \times (9999 + 1) + 3 \times (999 + 1) + 5 \times (99 + 1) + 4 \times (9 + 1) + 7 \\
 &= 2 \times 9999 + 3 \times 999 + 5 \times 99 + 4 \times 9 + 2 + 3 + 5 + 4 + 7
 \end{aligned}$$

跟学团 整除 • 能被典型数字整除的数的规律

.....

- 能被 2 整除的数：个位数字为 0, 2, 4, 6, 8
- 能被 3 整除的数：各位数字之和能被 3 整除
- 能被 4 整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被 4 整除
- 能被 5 整除的数：个位数字为 0 或 5
- 能被 6 整除的数：同时满足能被 2 和 3 整除的条件
- 能被 8 整除的数：末三位能被 8 整除
- 能被 9 整除的数：各位数字之和能被 9 整除
- 能被 10 整除的数：个位数字为 0

跟学团 带余除法

.....

自然数 N ：0, 1, 2, 3, ...等，叫作自然数.



整数 Z

正整数 Z^+

0

负整数 Z^-

除法

$$a = bk$$

整除

一个数本身：因数与倍数

两个数之间：最大公因数与最小公倍数

$$a = bk + r$$

带余除法

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \text{商数} \cdots \text{余数}$$

$$\text{被除数} = \text{除数} \times \text{商数} + \text{余数}$$

跟学团 带余除法

.....

【模拟题】当整数 n 被6除时，其余数为3，则下列（ D ）不是6的倍数.

A. $n - 3$

B. $n + 3$

C. $2n$

D. $3n$

E. $4n$

$$9 - 3 = 6$$

$$9 + 3 = 12$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 9 = 27$$

$$4 \times 9 = 36$$

$$3 - 3 = 0$$

$$3 + 3 = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$4 \times 3 = 12$$

抽象问题具体化：特值法

【标志词汇】整数 a 除以整数 b ，余数为 $r \Rightarrow$ 有等式 $a = bk + r$ （其中 k 为整数， $0 \leq r < b$ ）.

$$n = 6 \times 1 + 3 = 9$$

$$n = 6 \times 0 + 3 = 3$$

跟学团 带余除法

.....

【模拟题】当整数 n 被6除时，其余数为3，则下列（ D ）不是6的倍数.

A. $n - 3$

B. $n + 3$

C. $2n$

D. $3n$

E. $4n$

【标志词汇】整数 a 除以整数 b ，余数为 $r \Rightarrow$ 有等式 $a = bk + r$ （其中 k 为整数， $0 \leq r < b$ ）.

整数 n 被6除时，其余数为3 \Rightarrow 有等式 $n = 6k + 3$ （ k 为整数）

A选项， $n - 3 = 6k$

B选项， $n + 3 = 6k + 6 = 6(k + 1)$

C选项， $2n = 12k + 6 = 6(2k + 1)$

D选项， $3n = 18k + 9$ ，其中 $18k$ 可以被6整除，而9不能被6整除，故整体不能被6整除.

E选项， $4n = 24k + 12 = 6(4k + 2)$

跟学团 带余除法 特值法：原则上只能证伪不能证真

.....

【真题2019.22】设 n 为正整数，则能确定 n 除以5的余数。(E)

(1) 已知 n 除以2的余数.

(2) 已知 n 除以3的余数.

抽象问题具体化：特值法

条件 (1) 余数为零, $n = 4 = 2 \times 2 + 0 = 5 \times 0 + 4$

$$n = 6 = 2 \times 3 + 0 = 5 \times 1 + 1$$

条件 (2) 余数为零, $n = 3 = 3 \times 1 + 0 = 5 \times 0 + 3$

$$n = 6 = 3 \times 2 + 0 = 5 \times 1 + 1$$

联合条件 (1) 条件 (2), 取 n 为除以2和除以3余数均为0的正整数

$$n = 6 = 5 \times 1 + 1 \quad n = 12 = 5 \times 2 + 2$$

跟学团 带余除法 特值法：原则上只能证伪不能证真

.....

【真题2019.22】设 n 为正整数，则能确定 n 除以5的余数。(E)

(1) 已知 n 除以2的余数.

(2) 已知 n 除以3的余数.

【真题2013.01.17】(条件充分性判断) $p = mq + 1$ 为质数 (E) .

(1) m 为正整数, q 为质数.

(2) m, q 均为质数.