

MBA 大师跟学团摸底测试——数学卷解析

答案速查:

1-5:ABCAB

6-10:DBDAC

11-15:ACDCE

16-20:CDBDD

21-25:ADBBB

26-30:DBABD

一、基本功测试: 第 1~10 小题, 共 30 分, 下列每题出的 A、B、C、D 四个选项中, 只有一个选项符合试题要求.

1. 下列各式成立的是 ().

A. $\sqrt{\frac{-3}{-5}} = \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

B. $\sqrt{\frac{-7}{-6}} = \frac{\sqrt{-7}}{\sqrt{-6}}$

C. $\sqrt{9\frac{1}{4}} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}$

D. $\sqrt{\frac{-7}{-9}} = \frac{1}{3}\sqrt{-7}$

【答案】A

【解析】B 和 D 选项, 二次根号下为负数, 无意义

C 选项 $\sqrt{9\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4 \times 9 + 1}{4}} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{\sqrt{37}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$

【注意】 $9\frac{1}{4}$ 代表的是 $9 + \frac{1}{4}$, 而非 $9 \times \frac{1}{4}$

2. $(-4)^2$ 的平方根是_____, 算术平方根是_____ ().

A. 4, 4

 B. ± 4 , 4

C. -4, -4

 D. ± 4 , -4

【答案】B

【解析】 $(-4)^2 = 16$, 16的平方根是 ± 4 , 算术平方根是 $\sqrt{16} = 4$.

3. 将 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 分母有理化后化为 ().

 A. $\sqrt{3} + 1$

 B. $2(\sqrt{3} + 1)$

 C. $\sqrt{3} - 1$

 D. $2(\sqrt{3} - 1)$

【答案】C

【解析】分子分母同乘 $\sqrt{3} - 1$,

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{3-1} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3} - 1.$$

4. 将 $\frac{a^2}{a-1} - a - 1$ 通分与化简后为 () .

- A. $\frac{1}{a-1}$ B. $\frac{1}{a+1}$ C. $\frac{a}{a-1}$ D. $\frac{a}{a+1}$

【答案】A

【解析】 $\frac{a^2}{a-1} - a - 1 = \frac{a^2}{a-1} - \frac{a+1}{1} = \frac{a^2}{a-1} - \frac{a^2-1}{a-1} = \frac{a^2-a^2+1}{a-1} = \frac{1}{a-1}$.

5. x, y 为整数, 下列哪项式子必然为偶数 () .

- A. $3x + 5y$ B. $4x + 6y$ C. $3x - 4y$ D. $x(x + 2)$

【答案】B

【解析】选项 A: 当 x 和 y 为一奇一偶时, $3x$ 和 $5y$ 也为一奇一偶, 奇数+偶数=奇数;

选项 B: 4和6均为偶数, 所以 x 和 y 为任意整数时, $4x$ 和 $6y$ 均为偶数,

由偶数+偶数=偶数可得, $4x + 6y$ 必然为偶数, 不可能为奇数;

选项 C: 当 x 为奇数时, $3x$ 也为奇数, $4y$ 必然为偶数, 奇数-偶数=奇数;

选项 D: x 和 $x + 2$ 是奇偶性相同的 2 个数, 同为奇数的时候, 奇数×奇数=奇数.

6. 圆方程 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ 的圆心为 () .

- A. $(-2, 1)$ B. $(2, -1)$ C. $(-1, 2)$ D. $(1, -2)$

【答案】D

【解析】思路一: 根据圆的一般式方程得: 圆心为 $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$, 即圆心为 $(1, -2)$.

思路二: 将圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ 进行配方得 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$, 所以圆心为 $(1, -2)$.

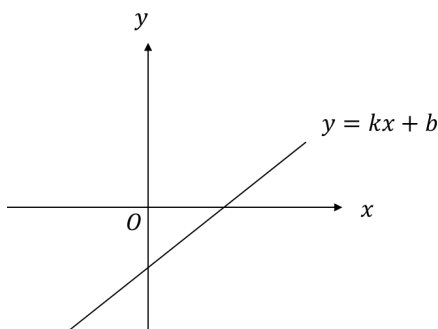
7. 若 $k > 0, b < 0$, 则直线 $y = kx + b$ 必不过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】一次函数 $y = kx + b$ 的图像为一条直线, 其中 k 代表直线斜率, b 代表直线在 y 轴上的截距, $k > 0$ 直线向上倾斜 (从左向右), $b < 0$ 直线与 y 轴交点在 y 轴负半轴.

综上所述画出图形, 如下图所示, 直线过第一、三、四象限



8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 以下哪项式子必然成立的 ().

A. $a_2 + a_4 = a_3^2$ B. $a_1 + a_3 + a_5 = a_2 + a_7$
 C. $a_6 = a_2 + a_4$ D. $a_2 + a_3 = a_1 + a_4$

【答案】D

【解析】等差数列中, 下标和相等的两项之和相等.

下标和公式项与项之间是和的关系, 排除 A 选项; 下标和公式是 2 项与 2 项下标和相等, 排除 B 和 C 选项.

9. 抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 1$ 与 x 轴有两个不同的交点, 则 m 的取值范围是 ().

A. $m < 2$ B. $m > 2$ C. $0 < m \leq 2$ D. $m < -2$

【答案】A

【解析】由于抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 1$ 与 x 轴有两个不同的交点,

$$\text{所以 } \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (m - 1) = 8 - 4m > 0$$

解得 $m < 2$, 选 A.

10. 方程组 $\begin{cases} 5x + 3y = 60 \\ 5x + 4y = 75 \end{cases}$ 的解为 ().

A. $x = 3, y = 5$ B. $x = 2, y = 5$ C. $x = 3, y = 15$ D. $x = 2, y = 15$

【答案】C

【解析】 $\begin{cases} 5x + 3y = 60 & \text{①} \\ 5x + 4y = 75 & \text{②} \end{cases}$

②-①得: $y = 15$,

代入①得 $5x + 3 \times 15 = 60$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

故原方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 15 \end{cases}$.

二、问题求解：第 11~25 题，共 45 分，下列每题出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一个选项符合试题要求.

11. 一个分数的分子减少25%，而分母增加25%，则新分数比原来分数减少的百分比是 () .

A.40% B.45% C.50% D.60% E.55%

【答案】A

【考点】应用题——比与比例

【解析】设原分数分子为 x $\xrightarrow{\text{减少 } 25\%}$ $0.75x$ ，原分数分母为 y $\xrightarrow{\text{增加 } 25\%}$ $1.25y$ ，则新分数比

$$\text{原来分数减少的百分比是 } \frac{\frac{x}{y} - \frac{0.75x}{1.25y}}{\frac{x}{y}} = 1 - \frac{0.75}{1.25} = \frac{50}{125} = 0.4 = 40\%$$

【技巧】特值法，变化前分数为 $\frac{100}{100}$ ，变化后分数为 $\frac{75}{125} = 0.6$ ，比原分数减少的百分比

$$\text{为 } \frac{1-0.6}{1} \times 100\% = 40\%$$

12. 若 $a:b = \frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ ，则 $\frac{12a+16b}{12a-8b} = ()$.

A.2 B.3 C.4 D.-3 E.-2

【答案】C

【考点】整式、分式——齐次分式

【解析】此题符合【标志词汇】给定多个未知字母间比例关系，求由这些未知字母组成的齐次分式的具体数值.

第一步：将未知字母的比例关系整理为整数连比的形式. $a:b = \frac{1}{3}:\frac{1}{4} = 4:3$.

第二步：比值即特值，代入分式中求值即可.令 $a = 4$ ， $b = 3$ ，则 $\frac{12a+16b}{12a-8b} = 4$.

13. 设实数 a, b 满足 $ab = 6$ ， $|a + b| + |a - b| = 6$ ，则 $a^2 + b^2 = ()$.

A.10

B.11

C.12

D.13

E.14

【答案】D

【考点】整式、分式——特值法在整式、分式中的应用

【解析】此题符合【标志词汇】给定关于某几个未知量的一个/多个等式，求另一个关于相同未知量的代数式的具体的值。

找到满足题干条件的任一组未知量特值代入待求式即可。

$ab = 6$ ，则可以得出 a, b 是同号的

设 $a > b$ ，且 a, b 都是正数，则根据定义去掉绝对值 $|a + b| + |a - b| = a + b + a -$

$b = 2a = 6, a = 3, b = 2$ ，代入得 $a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13$ 。

14. $|x - 2| = |x - 4|$ ，则 $x =$ （ ）。

A.1

B.2

C.3

D.4

E.5

【答案】C

【考点】平均值、绝对值——绝对值：平方法去掉绝对值

【解析】思路一：两边平方得 $x^2 - 4x + 4 = x^2 - 8x + 16$ ，解得 $x = 3$ 。经检验， $x = 3$ ，是原方程的根

思路二：根据绝对值的几何意义， $|x - 2| = |x - 4|$ 中 x 为数轴上到点2与点4距离相等的点，画图可知 $x = 3$ 。

15. 已知 $k > 0$ ，且方程 $3kx^2 + 12x + k = -1$ ，有两个相等的实数根，则 k 的值等于（ ）。

A. $2\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$

C.3 或 -4

D.-4

E.3

【答案】E

【考点】方程与不等式——一元二次方程：根的判别式 Δ

【解析】由题已知方程有两个相等的实数根，则 $\Delta = 0$ ，即 $12^2 - 4 \times 3k(k + 1) = 0$

整理得： $k^2 + k - 12 = 0$ ，解 $k = 3$ 或 $k = -4$

由于题目限制 $k > 0$ ，所以 $k = 3$ 。

16. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = 20$ ，则 $S_{16} =$ （ ）。

A.60

B.70

C.80

D.90

E.100

【答案】C

【考点】数列——常数数列特值法

【解析】思路一：题干没有明确给出某一项的值，仅是给出了数列中几项的关系式，故可以使用常数数列特值法。

令 $\{a_n\}$ 为公差 $d=0$ 的常数数列，则此时每一项均相等，设为 t ，

则有 $a_4 = a_7 = a_{10} = a_{13} = t$ ，故 $a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = 4t = 20$ ，解得 $t = 5$ ，

$$S_{16} = 16t = 80$$

思路二：利用等差数列下标和相等的两项之和相等求解，即 $a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} =$

$$(a_4 + a_{13}) + (a_7 + a_{10}) = 2(a_8 + a_9) = 20. \text{解得 } a_8 + a_9 = 10.$$

等差数列 $\{a_n\}$ 的前16项和 $S_{16} = \frac{16(a_1 + a_{16})}{2} = 8(a_1 + a_{16}) = 8(a_8 + a_9) = 80$.

【注意】并不是所有等差数列题目均可用常数数列特值法求解的，不适用常数数列特值法的题目特征如下：

- (1) 题干限制了数列公差不为零；
- (2) 数列的具体某项等于一个数字（确定了某一项）；
- (3) 数列有两个及以上限制条件。

17. 等差数列 $-2, 3, 8, \dots$ 中的第18项为（ ）。

A.80

B.81

C.82

D.83

E.84

【答案】D

【考点】数列——等差数列的定义与判定

【解析】由已知首项 $a_1 = -2$ ，公差 $d = 5$ ，由通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，

可得 $a_n = -2 + (n-1) \times 5 (n = 1, 2, \dots)$ ，

所以 $a_{18} = -2 + 17 \times 5 = 83$ 。

18. 已知船在静水中的速度为28km/h，河水的流速为2km/h，则此船在相距78km的两地之间往返一次所需时间为（ ）。

A.5.9h

B.5.6h

C.5.4h

D.4.4h

E.4h

【答案】B

【考点】应用题—行程问题：顺水/逆水问题

此题考官考察的是顺水逆水问题

$$t_{\text{顺流}} = \frac{78}{28+2} = 2.6h.$$

$$t_{\text{逆流}} = \frac{78}{28-2} = 3h.$$

$$t_{\text{总}} = 2.6 + 3 = 5.6h.$$

19. 立方体的边长扩大为原来的2倍后，体积是原来的体积的多少倍（ ）。

A.5 B.6 C.7 D.8 E.9

【答案】D

【考点】立体几何——正方体、长方体

【解析】设立方体的原边长为 a ，则扩大后的边长为 $2a$ ，

因此原来的体积 $V_1 = a^3$ ，扩大后的体积 $V_2 = (2a)^3 = 8a^3$ ，

即扩大后的体积是原来的体积的8倍。

20. 直线 $y = x + b$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 恰好有一个公共点，则 b 的取值范围是（ ）。

A. $(-1,1]$ 或 $-\sqrt{2}$ B. $(-1,1]$ 或 $\sqrt{2}$ C. $(-1,1)$ 或 $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$ E. $-\sqrt{2}$

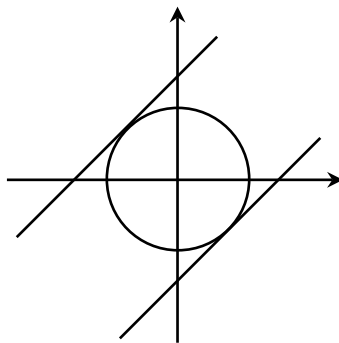
【答案】D

【考点】平面解析几何——圆与直线：圆与直线位置关系

【解析】思路一：将直线 $y = x + b$ 代入圆 $x^2 + y^2 = 1$ 中，得 $x^2 + (x + b)^2 = 1$

即 $x^2 + x^2 + 2bx + b^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 + 2bx + b^2 - 1 = 0$ ，又因为直线与圆只有一个公共

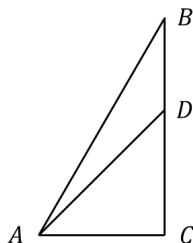
点，所以 $\Delta = 4b^2 - 8(b^2 - 1) = 0$ ，解出 $b = \pm\sqrt{2}$ 。



思路二： $x^2 + y^2 = 1$ 为单位圆， $y = x + b$ 为斜率 $k = 1$ ，在 y 轴截距为 b 的直线，只有

一个交点即要求直线与单位圆相切，作图可知截距 $b = \pm\sqrt{2}$.

21. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 为 BC 上的一点, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle DAC = 45^\circ$, $BD = a$, 则线段 AB 的长度为 ().



- A. $(\sqrt{3}+1)a$ B. $\sqrt{3}a$ C. a D. $2a$ E. $3a$

【答案】A

【考点】平面几何——重要三角形

设 $AC = x$, 则 $AB = 2x$, $BC = \sqrt{3}x$,

$$CD = \sqrt{3}x - a, \quad CD = AC = x, \quad \text{所以 } \sqrt{3}x - a = x, \quad x = \frac{a}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}+1)a}{2}$$

则 $AB = 2x = (\sqrt{3}+1)a$

注: 等腰直角三角形: 三边长度之比为 $1:1:\sqrt{2}$;

内角分别为 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 的直角三角形: 三边长度之比为 $1:\sqrt{3}:2$.

22. 把 6 支不同的钢笔分给 3 个人, 要求每人各得 2 支, 则有 () 种不同的分法.

- A. 45 B. 60 C. 120 D. 90 E. 240

【答案】D

【考点】排列组合——组合问题: 分堆分配问题

【解析】此题为先分堆再分配的解题思路: $\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{3!} \cdot A_3^3 = 90$.

23. 一个人有 10 把钥匙, 其中只有 1 把钥匙能打开房门, 随机逐个试验, 则恰好在第三次打开房门的概率为 ().

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{8}$ E. $\frac{1}{7}$

【答案】B

【考点】概率——古典概型：尝试密码

【解析】恰好在第三次打开，说明前两次没打开， $P = \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{10}$.

【技巧】第1次抽中概率=第2次才抽中概率=恰好第 k 次才抽中概率= $\frac{\text{有奖票数}}{\text{总奖票数}}$ （抽奖，尝试密码都适用）.

24. 某一批花生种子，如果每一粒发芽的概率为 $\frac{4}{5}$ ，则播种下4粒种子恰有2粒发芽的概率为（ ）.

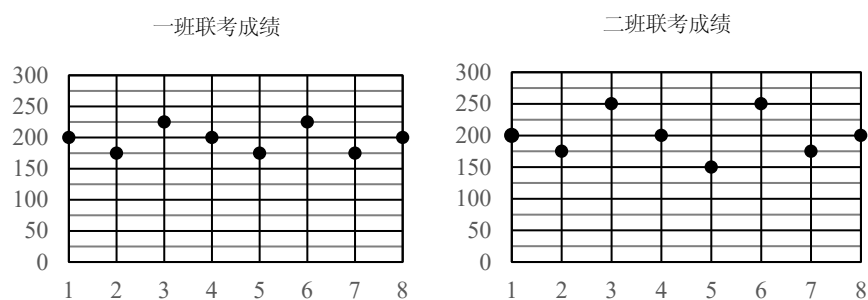
A. $\frac{16}{625}$ B. $\frac{96}{625}$ C. $\frac{192}{625}$ D. $\frac{256}{625}$ E. $\frac{226}{625}$

【答案】B

【考点】概率——伯努利概型

【解析】根据题意可得， $P(\text{恰有2粒发芽}) = C_4^2 \cdot (\frac{4}{5})^2 \cdot (\frac{1}{5})^2 = \frac{96}{625}$.

25. 为考察联考复习情况，MBA 大师对跟学团一班和二班的模考得分情况进行抽查，两班各抽取了8名同学.下图为两班八名同学的模考成绩，设抽样中一班学生成绩均值和方差为 E_1 和 s_1^2 ，二班学生成绩均值和方差为 E_2 和 s_2^2 ，由图中信息比较抽样中两班成绩均值和方差的大小关系为（ ）.



A. $E_1 = E_2, s_1^2 < s_2^2$ B. $E_1 > E_2, s_1^2 < s_2^2$ C. $E_1 > E_2, s_1^2 > s_2^2$
 D. $E_1 < E_2, s_1^2 < s_2^2$ E. $E_1 < E_2, s_1^2 = s_2^2$

【答案】D

【考点】数据描述——平均值与方差计算

【解析】方差表示数据的波动性，数据波动性大则方差大.直接由图表得结论，无需计算.

三、条件充分性判断：第 26~30 小题，每小题 3 分，共 15 分。要求判断每

题给出的条件(1)和条件(2)能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、

D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断。

A: 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分。

B: 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分。

C: 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分。

D: 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分。

E: 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分。

26. 一件商品打了 96 折。

(1) 该商品先提高了 20%，又降低了 20%。

(2) 该商品先降低了 20%，又提高了 20%。

【答案】D

【考点】应用题——增长、增长率

【解析】条件 (1)， $a \cdot (1 + 20\%)(1 - 20\%) = 0.96a$ ，充分。条件 (2) 与条件 (1) 等价。

27. 从口袋中摸出 2 个球均是黑球的概率是 $\frac{1}{2}$ 。

(1) 口袋中装有编号不同的 2 个白球和 3 个黑球。

(2) 口袋中装有大小相同、编号不同的 1 个白球和 3 个黑球。

【答案】B

【考点】概率——古典概型

【解析】条件 (1)， $p = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$ 。

条件 (2)， $p = \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{1}{2}$ 。

28. 一容器内装有纯药液 10 升，第一次倒出 x 升之后，用水加满，第二次倒出 x 升之后，再用水加满，此时容器内药液的浓度恰好是 49%。

(1) $x = 3$.

(2) $x = 4$.

【答案】A

【考点】应用题：浓度问题——溶液倒出后加满水

【解析】根据浓度公式得， $1 \times \frac{10-x}{10} \times \frac{10-x}{10} = 0.49$ ，所以 $(\frac{10-x}{10})^2 = 0.49$ ，解出 $x = 3$ 或 $x = 17$ （不符合题意舍去），所以 $x = 3$

29. $m^2 - n^2$ 是4的倍数.

(1) m 是偶数， n 是奇数.

(2) m, n 都是偶数.

【答案】B

【考点】整数、实数、有理数——奇偶性的判定

四则运算

奇 \pm 奇=偶 偶 \pm 偶=偶 偶 \pm 奇=奇

奇数个奇数之和是奇数

偶数个奇数之和是偶数

奇 \times 奇=奇 偶 \times 奇=偶 偶 \times 偶=偶

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$$

条件(1)， m 是偶数， n 是奇数，设为 $m = 2k$ ， $n = 2t + 1$

$$\begin{aligned} m^2 - n^2 &= (m+n)(m-n) = [(2k+2t+1)][(2k-2t-1)] \\ &= [2(k+t)+1][2(k-t)-1] \end{aligned}$$

其中 $2(k+t)+1$ 为奇数， $2(k-t)-1$ 为奇数，奇 \times 奇=奇，

所以条件(1)不充分.

条件(2)， m, n 都是偶数，即都是2的倍数，设为 $m = 2k$ ， $n = 2t$ ，

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 4(k+t)(k-t).$$

条件(2)充分.

30. 已知 x, y 为实数，则可以确定 $x^2 + y^2$ 的值.



(1) $\sqrt{x+y} + |xy+1| = 0$.

(2) $\sqrt{x-y-1} + |xy-2| = 0$.

【答案】D

【考点】平均值、绝对值——绝对值的性质：非负性

【解析】根据非负性可得

条件 (1), $x+y=0$, $xy+1=0$, 可以得到 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$, 可以确定

(不要计算) .

条件 (2), $x-y-1=0$, $xy=2$, 可以得到 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$, 可以确定

(不要计算) .