MBA 大师《跟学团——MBA 数学》

第三章 整式、分式练习题解析

考点一 整式的运算

1. 已知$f(x)=2x^2+x-3$；$g(x)=x^2-5x+1$，则$f(x)g(x)=$（　　）.

A. $2x^4-9x^3-6x^2+16x-3$　　B. $2x^4-14x^3-x^2+16x-3$

C. $2x^4-9x^3+6x^2-16x-3$　　D. $2x^4-14x^3+x^2-16x-3$

E. $2x^4-9x^3-x^2+16x+3$

【答案】A

【考点】整式、分式——整式的运算

【解析】$f(x)g(x)=(2x^2+x-3)\times x^2+(2x^2+x-3)\times(-5x)+(2x^2+x-3)\times 1=2x^4+x^3-3x^2-10x^3-5x^2+15x+2x^2+x-3=2x^4-9x^3-6x^2+16x-3$

2. 已知$x^2-3x-1=0$，则多项式$3x^3-11x^2+3x+3$的值为（　　）.

A.-1　　B.0　　C.1　　D.2　　E.3

【答案】C

【考点】整式、分式——整式的竖式除法

【解析】

$$\begin{array}{r|l} & 3x-2 \\ \hline x^2-3x-1 & 3x^3-11x^2+3x+3 \\ & \underline{3x^3-9x^2-3x} \\ & -2x^2+6x+3 \\ & \underline{-2x^2+6x+2} \\ & 1 \end{array}$$

故$3x^3-11x^2+3x+3=(x^2-3x-1)(3x-2)+1$

又因为$x^2-3x-1=0$，可知$3x^3-11x^2+3x+3=1$，即余数为所求式子的值.

3. 使$(ax^2+2x+1)(3x^2-4x+b)$中不含 x^2 项与 x^3 项的a，b的值是（　　）.

A.$a=-\frac{3}{2}$，$b=-\frac{10}{3}$　　B.$a=-3$，$b=4$　　C. $a=\frac{3}{2}$，$b=\frac{10}{3}$

D. $a=-\frac{3}{2}$，$b=2$　　　　　E.$a=\frac{3}{2}$，$b=-2$

【答案】C

【考点】整式、分式——整式的运算

【解析】展开式中不含x^2,x^3项，意味着展开式中x^2,x^3项的系数为零，即：

二次项

$$ax^2+2x+1 \quad \times \quad 3x^2-4x+b$$

三次项

可以看出，在展开式中最终乘积为二次的项的有三对，分别为abx^2，$2x\cdot(-4x)$和$3x^2$.所以最终展开式中x^2项的系数为$ab-8+3=0$；同理可知，展开式中x^3项的系数为$-4a+6=0$.联立解得$a=\frac{3}{2}$，$b=\frac{10}{3}$.

考点二 恒等变形

4. 下列分解因式结果正确的是（　　）.

A.$a^2b+7ab-b=b(a^2+7a)$　　　　B.$3x^2y-3xy+6y=3y(x^2-x-2)$

C.$8xyz-6x^2y^2=2xyz(4-3xy)$　　　　D.$-2a^2+4ab-6ac=-2a(a-2b+3c)$

E.$-8a^2b+12ab^2-4a^3b^3=4ab(2a-3b+a^2b^2)$

【答案】D

【考点】整式、分式——恒等变形：因式分解

【解析】A 选项中，$a^2b+7ab-b=b(a^2+7a-1)$

B 选项中，$3x^2y-3xy+6y=3y(x^2-x+2)$

C 选项中，$8xyz-6x^2y^2=2xy(4z-3xy)$

E 选项中，$-8a^2b+12ab^2-4a^3b^3=-4ab(2a-3b+a^2b^2)$

5. 将x^3+6x-7因式分解为（　　）.

A.$(x-1)(x^2+x+7)$　　　B.$(x+1)(x^2+x+7)$　　　C.$(x-1)(x^2+x-7)$

D.$(x-1)(x^2-x+7)$　　　　E.$(x-1)(x^2-x-7)$

【答案】A

【考点】整式、分式——恒等变形：因式分解

【解析】原式$=x^3-1+6x-6$

$$=(x-1)(x^2+x+1)+6(x-1)$$

$$=(x-1)(x^2+x+7)$$

6. 已知 $(a+b)^2=7$，$(a-b)^2=3$，则 a^2+b^2-3ab的值等于（　　）.

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1　　E. 0

【答案】C

【考点】整式、分式——恒等变形：乘法公式

【解析】由已知条件可得$\begin{cases}a^2+2ab+b^2=7\\a^2-2ab+b^2=3\end{cases}$，两个方程相减可得 $4ab=4$，即 $ab=1$，两个方程相加可得$a^2+b^2=5$.因此，$a^2+b^2-3ab=5-3=2$.

7. $9x^2-2(m+3)xy+16y^2$是一个完全平方式.

（1）$m=9$.

（2）$m=-15$.

【答案】D

【考点】整式、分式——恒等变形：乘法公式

【解析】条件（1），$m=9$，$9x^2-2(m+3)xy+16y^2=9x^2-24xy+16y^2=(3x-4y)^2$，充分.

条件（2），$m=-15$，$9x^2-2(m+3)xy+16y^2=9x^2+24xy+16y^2=(3x+4y)^2$，充分.故选 D.

8. 如果$x+1$整除$x^3+a^2x^2+ax-1$,则$a=$（　　）.

A.0　　B.2 或-1　　C.-1　　D.2　　E.-2 或 1

【答案】B

【考点】整式、分式——恒等变形：因式定理法

【解析】本题符合【标志词汇】设A为一个多项式（常为一次式），题干中给出A是因

式/A能整除$f(x)$/ $f(x)$能被A整除，往往是在考查因式定理的应用.此时我们令因式A为零，则此时$f(x)$也为零.

由于$x+1$整除$f(x)=x^3+a^2x^2+ax-1$，则$f(-1)=0$，即$(-1)^3+a^2(-1)^2+a(-1)-1=0$，

从而$a^2-a-2=0$，$(a-2)(a+1)=0$，$a=2$或$a=-1$.

9. 多项式x^4+ax^2-bx+2能被x^2+3x+2整除.

（1）$a=-6$，$b=3$

（2）$a=6$，$b=3$

【答案】A

【考点】整式、分式——恒等变形：因式定理法

【解析】由于多项式$f(x)=x^4+ax^2-bx+2$能被x^2+3x+2整除.根据因式定理，令$x^2+3x+2=0$，因式分解为$(x+1)(x+2)=0$，解得$x=-1$或$x=-2$均可令$f(x)=0$，分别代入可得：

$\begin{cases}a+b+3=0\\4a+2b+18=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-6\\b=3\end{cases}$，即条件（1）充分，条件（2）不充分.

故选 A.

考点三 分式

10. 已知$4x-3y-6z=0$，$x+2y-7z=0$，则$\frac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}=$（　　）.

A.-1　　B.2　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\frac{2}{3}$　　E.1

【答案】E

【考点】整式、分式——齐次分式

【解析】联立两个已知条件，得$\begin{cases}4x-3y-6z=0\\4x+8y-28z=0\end{cases}$解得$\begin{cases}y=2z\\x=3z\end{cases}$

令$x=3$，$y=2$，$z=1$，代入所求分式,

可得 $\frac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}=\frac{18+12}{9+20+}=1$.

11. $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\frac{1}{180}=$（　　）.

A.$\frac{1}{9}$　　B.$\frac{2}{15}$　　C.$\frac{4}{45}$　　D.$\frac{1}{12}$　　E.$\frac{1}{15}$

【答案】C

【考点】整式、分式——分式：裂项相消

【解析】原式$=\frac{1}{3\times6}+\frac{1}{6\times9}+\frac{1}{9\times12}+\frac{1}{12\times15}$

$=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}-\frac{1}{15})$

$=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{3}-\frac{1}{15})$

$=\frac{1}{3}\times\frac{4}{15}=\frac{4}{45}$

12. 若$\frac{1}{x^2+x}+\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+5x+6}+\frac{1}{x^2+7x+12}=\frac{4}{21}$，则$x=$（　　）.

A.3　　B .-7　　C.3 或-7　　D.3 或 7　　E.7

【答案】 C

【考点】整式、分式——分式：裂项相消

【解析】这是裂项相消法的经典出题模式，原式可化为

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}=\frac{4}{21}$$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}=\frac{4}{21}$，

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+4}=\frac{4}{21}$，$\frac{4}{x(x+4)}=\frac{4}{21}$

解得$x=3$或$x=-7$.

考点四 特值法在整式、分式中的应用

13. 已知$abc<0$，$a+b+c=0$，则$\frac{|a|}{a}+\frac{b}{|b|}+\frac{|c|}{c}+\frac{|ab|}{ab}+\frac{bc}{|bc|}+\frac{|ca|}{ca}=$（　　）.

A.0　　B.1　　C.-1　　D.2　　E.以上选项均不正确

【答案】A

【考点】整式、分式——特值法在整式、分式的应用

【解析】$abc<0$，又因为$a+b+c=0$,

故a,b,c 为 1 负 2 正. 令$a<0,b>0,c>0$.

则$\frac{|a|}{a}+\frac{b}{|b|}+\frac{|c|}{c}+\frac{|ab|}{ab}+\frac{bc}{|bc|}+\frac{|ca|}{ca}=-1+1+1-1+1-1=0$.

快速得分法：特殊值法，令$a=-2,b=1,c=1$ ，代入可得原式等于 0.

14. 已知$(1+x)^2(1-x)=a+bx+cx^2+dx^3$，则$a+b+c+d=$（　　）.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3　　E. 4

【答案】A

【考点】整式、分式——特值法在整式、分式的应用：对任意x恒成立

【解析】当$x=1$时，$(1+1)^2(1-1)=a+b+c+d=0$.

15. 设$(1-x)^5=a_5x^5+a_4x^4+\cdots+a_1x+a_0$，则$a_1+a_3+a_5=$（　　）.

A. 14　　B. 16　　C. -14　　D. -16　　E. -18

【答案】D

【考点】整式、分式——特值法在整式、分式的应用：对任意x恒成立

【解析】当$x=1$时，$f(1)=a_5+a_4+a_3+a_2+a_1+a_0=(1-1)^5=0$.

当$x=-1$时，$f(-1)=-a_5+a_4-a_3+a_2-a_1+a_0=(1+1)^5=2^5=32$.

$$a_1+a_3+a_5=\frac{f(1)-f(-1)}{2}=-16$$

16. 若多项式$f(x)=x^3+px^2+qx+6$含有一次因式$x+1$和$x-\frac{3}{2}$，则$f(x)$的另一个一次因式为（　　）.

A. $2x-4$　　B. $x+2$　　C. $x-4$　　D. $x+4$　　E. $x-6$

【答案】C

【考点】整式、分式——特值法在整式、分式的应用

【解析】因为$f(x)$最高次项系数为1，所以第三个一次因式中x的系数也一定为1，可设另一个因式是$x+t$，故可得恒等式$x^3+px^2+qx+6=(x+1)(x-\frac{3}{2})(x+t)$.

取特值$x=0$以消去未知字母p,q得：$1\cdot(-\frac{3}{2})\cdot t=6$，得出$t=-4$，则第三个因式为$x-4$.