跟学团 增长/增长率

【关键】基准量

某人去年年收入5万，今年年收入6万，明年年收入7万

增长量：1万

增长率：增加的数额与原来数额之间的比例关系

$$增长率=\frac{新-原}{原}\times\mathbf{100}\%$$

跟学团 增长/增长率

【关键】基准量　　“比”字后为基准量　　原数值为基准量

由2增长至4，增长率为？ $\frac{4-2}{2}\times 100\%=100\%$，即增长100%

由2减小至1，增长率为？ $\frac{1-2}{2}\times 100\%=-50\%$，即下降50%

x比2多10%　　x相对于2增长了10%　　$x=2+2\times 10\%=2.2$

x比2少10%　　x相对于2减少了10%　　$x=2-2\times 10\%=1.8$

a是b的两倍$\Leftrightarrow a=2b\Leftrightarrow a$比$b$多一倍

跟学团 增长/增长率

已知基准量求变化后的量，形式为“乘”
已知变化后的量求基准量，形式为“除”

“比”字后为基准量

技术人员比工人少$\frac{1}{25}$　　$\frac{技术-工人}{工人}=-\frac{1}{25}$　　$技术=工人\times\left(1-\frac{1}{25}\right)$

技术人员比工人多$\frac{1}{25}$　　$\frac{技术-工人}{工人}=\frac{1}{25}$　　$技术=工人\times\left(1+\frac{1}{25}\right)$

原数值为基准量

原价为100元，降价后为80元，则降价百分比为？

$\frac{80-100}{100}\times100\%=-20\%$，不是$\frac{80-100}{80}\times100\%=-25\%$

跟学团 增长/增长率

【模拟题】 A企业的职工人数今年比前年增加了20%.（ C ）

（1）A企业的职工人数去年比前年减少了20%；

（2）A企业的职工人数今年比去年增加了50%.

设前年、去年、今年的职工人数分别为x，y，z，要求$z=1.2x$

条件(1)：$\frac{y-x}{x}\times100\%=-20\%$　　$y=0.8x$

条件（2）：$\frac{z-y}{y}\times100\%=50\%$　　$z=1.5y$

$z=1.5y=1.5\times0.8x=1.2x$

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

设前年人数100人，则去年80人，今年120人.

跟学团 增长/增长率

【**真题2011.01.05**】 2007年，某市的全年研究与试验发展($R\&D$)经费支出300亿元，比2006年增长20%，该市的GDP为10000亿元，比2006年增长10%，2006年，该市的$R\&D$经费支出占当年GDP的（ D ）

A. 1.75%　　B. 2%　　C.2.5%　　D.2.75%　　E.3%

列表法

	$R\&D$经费	GDP
2006	a	b
2007	$300=a(1+20\%)$	$10000=b(1+10\%)$

$$a=\frac{300}{1.2}\qquad b=\frac{10000}{1.1}\qquad \frac{a}{b}=\frac{300\times 1.1}{1.2\times 10000}=2.75\%$$

跟学团 增长/增长率

【**模拟题**】某面粉厂有甲、乙两个仓库，今年甲仓库的存货比去年存货多$\frac{4}{5}$,乙仓库的存货比去年少$\frac{1}{10}$.若今年甲、乙两仓库的存货之比为$4:1$，则今年的总存货比去年（ C ）.

A. 增加40%　　B. 减少40%　　C. 增加50%　　D. 减少50%　　E. 增加150%

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

	甲仓库	乙仓库	总量
去年	5　20	10	30
今年	9　36	9	45

$$\frac{45-30}{30}\times 100\%=50\%$$

跟学团 增长/增长率·多次增减

m先增加10%，再增加10%

先增加10%：此时基准为 m ，增加后的值为 $m(1+10\%)=1.1m$

再增加10%：此时基准为 $1.1m$ ，增加后的值为 $1.1m\times(1+10\%)=1.21m$

以前一次变化后的量为新的基准量——最终表现形式为**连乘**

【真题2017.01】某品牌电冰箱连续两次降价10%后的售价是降价前的（ B ）.

A. 80%　　B. 81%　　C. 82%　　D. 83%　　E. 85%

全比例问题特值法 $\underset{\text{原价}}{100}\times\underset{\text{第一次降价}}{(1-10\%)}\underset{\text{第二次降价}}{(1-10\%)}=81$

跟学团 增长/增长率·多次增减

m先增加10%，再减少10%

先增加10%：此时基准为 m ，增加后的值为 $m(1+10\%)=1.1m$

再减少10%：此时基准为 $1.1m$ ，减少后的值为 $1.1m(1-10\%)=0.99m<m$

m先减少10%，再增加10%

先减少10%：此时基准为 m ，增加后的值为 $m(1-10\%)=0.9m$

再增加10%：此时基准为 $0.9m$ ，减少后的值为 $0.9m(1+10\%)=0.99m$

先增再减 = 先减再增 < 原数值

跟学团 增长/增长率·多次增减

【**真题2020.01**】某产品去年涨价10%，今年涨价20%，则该产品这两年涨价（ D ）.

A.15%　　B.16%　　C.30%　　D.32%　乘＞加　E.33%

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

该产品原价为100元

$(1+10\%)\times(1+20\%)\times 100=132$

跟学团 增长/增长率·“平均” 与增长

【**模拟题**】某散装商品以大包装和小包装两种规格售出，买大包装比买小包装划算.（ B ）

（1）大包装比小包装重重25%，小包装比大包装售价低20%.

（2）小包装比大包装轻20%，大包装比小包装售价高20%.

划算=单位质量售价更低　**抽象问题具体化之：全比例问题特值法**

(1)	大包装	小包装
售价	5	4
重量	5	4
$\frac{售价}{重量}$	1	1

(2)	大包装	小包装
售价	6	5
重量	5	4
$\frac{售价}{重量}$	1.2	1.25

跟学团 增长/增长率 · “平均” 与增长

【模拟题】某企业今年上半年人均利税比去年同期增长了50%.（ B ）

（1）某企业今年上半年利税额比去年同期增加了40%，而员工人数比去年同期减少了20%

（2）某企业今年上半年利税额比去年同期减少了10%，且员工人数比去年同期减少了40%.

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

设去年上半年利税额为100，员工人数为100人，则人均利税为1.

条件（1）：今年上半年利税额为140，今年员工人数为80人

人均利税为$\frac{140}{80}=1.75$

条件（2）：今年上半年利税额为90，今年员工人数为60人

人均利税为$\frac{90}{60}=1.5$

跟学团 增长/增长率 · “平均” 与增长

【真题2018.23】如果甲公司的年终奖总额增加25%，乙公司的年终奖总额减少10%，两者相等，则能确定两公司的员工人数之比.（ D ）

给定一个等式

（1）甲公司的人均年终奖与乙公司的相同.

（2）两公司的员工人数之比与两公司的年终奖总额之比相等.

设甲公司员工数为x，年终奖总额为m，乙公司员工数为y，年终奖总额为n.

要确定$\frac{x}{y}$的唯一具体数值

$(1+25\%)m=(1-10\%)n$　　$\frac{5}{4}m=\frac{9}{10}n$　　$\frac{m}{n}=\frac{36}{50}$

条件（1）$\frac{m}{x}=\frac{n}{y}$　　条件（2）$\frac{x}{y}=\frac{m}{n}$

跟学团 增长/增长率·总结

【关键】基准量

“比”字后为基准量

原数值为基准量

【多次增减】以前一次变化后的量为新的基准量，表现形式为：**连乘**

【抽象问题具体化】全比例问题特值法

跟学团 利润/利润率 **已知任两项，可得第三项.**

60元买进一件产品，售价100元，促销时打八折.

成本（进价）　售价　利润　利润率

$$售价=成本+利润=成本\times(1+利润率)$$

$$成本=售价-利润=\frac{售价}{1+利润率}$$

$$利润=售价-成本=成本\times利润率$$

$$利润率=\frac{利润}{成本}\times100\%=\frac{售价-成本}{成本}\times100\%$$ “成本的”

跟学团 利润/利润率

【**真题2010.01.02**】某商品的成本为240元，若按该商品标价的8折出售，利润率是15%，则该商品的标价为（ C ）.

A. 276元　　B.331元　　C.345元　　D.360元　　E.400元

实际售价 = 成本 + 利润 = 标价 × 折扣数 = 成本 × (1 + 利润率)

设标价为x，则实际售价为$0.8x$

$0.8x = 240 \times (1 + 15\%)$　　$x = 345$

跟学团 利润/利润率

【**真题2010.01.02**】某商品的成本为240元，若按该商品标价的8折出售，利润率是15%，则该商品的标价为（ C ）.

A. 276元　　B.331元　　C.345元　　D.360元　　E.400元

实际售价 = 标价 × 折扣数 = 成本 × (1 + 利润率)

【**真题拓展**】某商品的标价为240元，若按该商品标价的8折出售，利润率是15%，则该商品的成本为__167__元.

实际售价 = 标价 × 折扣 = 240 × 80% = 192元

$$成本 = \frac{实际售价}{1 + 利润率} = \frac{192}{1 + 15\%} \approx 167（元）$$

跟学团 利润/利润率

【模拟题】某商品的进价为96元，若按照标价的80%出售，仍可获利15%，则这件商品按照标价出售的利润率为（ E ）.

A. 25.2%　　B. 34.64%　　C. 38.87%　　D. 41.33%　　E. 43.75%

$利润率=\frac{售价-成本}{成本}\times 100\%$　设商品的标价为x元

$\frac{0.8x-96}{96}=15\%\quad x=138$

$\frac{138-96}{96}\times 100\%=43.75\%$

跟学团 利润/利润率

【模拟题】某种产品去年的利润率为21%，今年由于原料涨价，成本增加了10%，如果今年的售价保持不变，则今年的利润率为（ A ）.

A . 10%　　B. 11%　　C. 12%　　D. 13%　　E. 14%

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

设去年的产品成本为100元

则利润为21元，售价为121元

今年的成本为110元，售价仍为121元

$今年的利润率=\frac{121-110}{110}\times 100\%=10\%$

跟学团 利润/利润率 已知任两项，可得第三项.

60元买进5件产品，单价100元，促销时打八折.

成本（进价） 售价 利润 利润率 $总体利润率=\frac{总销售额-总成本}{总成本}\times 100\%$

$售价=成本+利润=成本\times(1+利润率)$

$成本=售价-利润=\frac{售价}{1+利润率}$

$利润=售价-成本=成本\times 利润率$

$利润率=\frac{利润}{成本}\times 100\% \ =\frac{售价-成本}{成本}\times 100\%$

跟学团 利润/利润率

【模拟题】某件商品的进价为120元，以前按照25%的利润率定价，则每天售出50件；现在按照20%的利润率定价，每天的销量会增加一倍，则现在每天多盈利（ B ）元.

进价的　　进价的

A. 800　　B. 900　　C. 1050　　D. 1100　　E. 1250

$利润=售价-成本=成本\times 利润率$

$总利润=单件利润\times 销量$

以前每天盈利$120\times 25\%\times 50=1500$（元）

现在每天盈利$120\times 20\%\times 50\times 2=2400$（元）

现在每天多盈利$2400-1500=900$（元）

跟学团 利润/利润率·总体和部分盈亏

【**真题2009.01.01**】一家商店为回收资金，把甲乙两件商品以480元一件卖出，已知甲商品赚了 20%，乙商品亏了20%，则商店盈亏结果为（ E ）

A.不亏不赚　　B.亏了50元　　C.赚了50元　　D.赚了40元　　E.亏了40元

已知甲商品赚了甲成本的20%，乙商品亏了乙成本的20%

$$\text{成本}=\frac{\text{售价}}{1+\text{利润率}}\qquad \text{甲成本}=\frac{480}{1+20\%}=400$$

$$\text{乙成本}=\frac{480}{1-20\%}=600$$

$$\text{总盈亏}=480\times 2-400-600=-40$$

跟学团 利润/利润率·总体和部分盈亏

【**模拟题**】商品甲以250元销售，每件获利25%，商品乙以270元销售，每件亏损10%，某店售出了4件商品甲和2件商品乙，则总体的销售利润率为（ C ）

A. 6%　　B. 8%　　C. 10%　　D. 12%　　E. 14%

亏损⇔利润率为负　　下降⇔增长率为负

$$\text{利润率}=\frac{\text{总销售额}-\text{总成本}}{\text{总成本}}\times 100\%\qquad \text{成本}=\frac{\text{售价}}{1+\text{利润率}}$$

$$\text{甲成本}=\frac{250}{1+25\%}=200\qquad \text{乙成本}=\frac{270}{1-10\%}=300$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{总成本}=200\times 4+300\times 2=1400\\ \text{总销售额}=250\times 4+270\times 2=1540\end{array}\right\}\ \text{总利润率}=\frac{1540-1400}{1400}\times 100\%=10\%$$

跟学团 利润/利润率·总体和部分盈亏

【模拟题】某商店购进十二生肖玩具1000个，运输途中破损一些，未破损的玩具卖完后，利润率为50%，破损玩具降价处理，亏损了10%，最后结算商店的总率润率为39.2%，则商店卖出的未破损玩具个数为（ D ）

A.600　　B.750　　C.800　　D.820　　E.900

设有未破损玩具x个，则破损玩具$1000-x$个

抽象问题具体化：设单个玩具成本为1元

$$\underbrace{1\times 50\%x}_{\text{未破损收益}}+\underbrace{1\times(-10\%)(1000-x)}_{\text{破损收益}}=\underbrace{1\times 39.2\%\times 1000}_{\text{总收益}}$$

$0.5x-100+0.1x=392$，$0.6x=492$，$x=820$

跟学团 利润/利润率·总结

$\boxed{\text{成本（进价）}}$　$\boxed{\text{售价}}$　$\boxed{\text{利润}}$　$\boxed{\text{利润率}}$　**已知任两项，可得第三项.**

$$\text{售价}=\text{成本}+\text{利润}=\text{成本}\times(1+\text{利润率})$$

$$\text{成本}=\text{售价}-\text{利润}=\frac{\text{售价}}{1+\text{利润率}}$$

$$\text{利润}=\text{售价}-\text{成本}=\text{成本}\times\text{利润率}$$

$$\text{利润率}=\frac{\text{利润}}{\text{成本}}\times 100\%=\frac{\text{售价}-\text{成本}}{\text{成本}}\times 100\%$$　“成本的”

$$\text{总体利润率}=\frac{\text{总销售额}-\text{总成本}}{\text{总成本}}\times 100\%$$

跟学团 浓度问题

浓度：某物质在总量中所占的**比例**.

浓度 $= \frac{溶质}{溶液} \times 100\% = \frac{盐}{盐水} \times 100\% = \frac{纯酒精}{酒精溶液} \times 100\%$

溶液 = 溶质 + 溶剂　　盐水 = 盐 + 水　　酒精溶液 = 纯酒精 + 水

$\frac{溶质}{溶质+溶剂} \times 100\% = \frac{盐}{盐+水} \times 100\% = \frac{纯酒精}{纯酒精+水} \times 100\%$

设有$a > b > 0$，对于分数$\frac{b}{a}$，分子分母同加正数c，分数值怎样变化?

糖水不等式

跟学团 浓度问题

浓度：某物质在总量中所占的**比例**.

$\frac{溶质}{溶质+溶剂} \times 100\% = \frac{盐}{盐+水} \times 100\% = \frac{纯酒精}{纯酒精+水} \times 100\%$

浓度为30%的盐水溶液50克，其中含水多少克?

盐 $= 50 \times 30\% = 15\mathrm{g}$

水 $= 50 - 15 = 35\mathrm{g}$

水 $= 50 \times (1 - 30\%) = 35\mathrm{g}$

浓度变化本质上是溶质（盐、酒精）或者溶剂（水）改变而带来的**比例**的改变.

跟学团 浓度问题·不同浓度溶液混合

【**真题2016.20**】将2升甲酒精和1升乙酒精混合得到丙酒精，则能确定甲、乙两种酒精的浓度.（ E ）

（1）1升甲酒精和5升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的$\frac{1}{2}$倍.

（2）1升甲酒精和2升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的$\frac{2}{3}$倍.

浓度变化本质上是溶质（盐、酒精）或者溶剂（水）改变而带来的**比例**的改变.

2升甲与1升乙混合得到的丙的浓度为$\frac{2甲+乙}{3}$

条件（1）：$\frac{甲+5乙}{6}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2甲+乙}{3}$　　$甲=4乙$

条件（2）：$\frac{甲+2乙}{3}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2甲+乙}{3}$　　$甲=4乙$

跟学团 浓度问题

浓度：某物质在总量中所占的**比例**.

$$\frac{溶质}{溶质+溶剂}\times 100\% \quad =\frac{盐}{盐+水}\times 100\% \quad =\frac{纯酒精}{纯酒精+水}\times 100\%$$

浓度变化本质上是溶质（盐、酒精）或者溶剂（水）改变而带来的**比例**的改变.

破题方向：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

1. 加水或者蒸发——溶质不变
2. 仅加溶质——溶剂不变
3. 两种不同浓度溶液混合——混合前后溶液总质量，溶剂总质量，溶质总质量不变

跟学团 浓度问题 · 主要套路

【套路一】单一改变： 盐水中只加/减水，或者只加盐

水变盐不变/盐变水不变

【套路二】 倒出后加满水

水和酒精同时改变

$$原浓度\times\frac{总体积V-第一次倒出V_1}{总体积V}\times\frac{总体积V-第二次倒出V_2}{总体积V}=最终浓度$$

【套路三】 不同浓度溶液混合

混合前后水和盐总量不变

跟学团 浓度问题 · 单一改变

【真题2011.10.02】 含盐12.5%的盐水40千克$\boxed{\text{蒸发}}$掉部分水分后变成了含盐20%的盐水，蒸发掉的水分重量为（ E ）千克.　　只减水⇒盐不变

A. 19　　B. 18　　C. 17　　D. 16　　E. 15

破题方向：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

等量关系：蒸发前盐重量 = 蒸发后盐重量

蒸发前盐重量：$12.5\%\times40=5\text{kg}$ = 蒸发后盐重量

蒸发后溶液 $\times20\%=5\text{kg}$　　蒸发后溶液重量 $=5\div20\%=25\text{kg}$

蒸发掉水分重量 $=40-25=15\text{kg}$

跟学团 浓度问题·单一改变

【模拟题】烧杯中盛有一定浓度的溶液若干，加入一定量的水后，浓度变为15%，第二次加入等量的水后浓度变为12%，如果第三次再加入等量的水，浓度会变为（ E ）.

A. 6%　　B. 7%　　C. 8%　　D. 9%　　E. 10%

破题方向：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

等量关系：加水前溶质量 = 第一次加水后溶质重量 = 第二次加水后溶质重量

设原溶液质量为x_0，每次加水质量为x

原浓度 $\times x_0 = 15\% \times (x_0 + x)$

$15\% \times (x_0 + x) = 12\% \times (x_0 + 2x)$　　$x_0 = 3x$

最终浓度 $= \frac{\text{溶质}}{\text{溶液}} \times 100\% = \frac{15\% \times (x_0 + x)}{x_0 + 3x} \times 100\% = \frac{15\% \times 4x}{3x + 3x} \times 100\% = 10\%$

跟学团 浓度问题·单一改变

【模拟题】烧杯中盛有一定浓度的溶液若干，加入一定量的水后，浓度变为15%，第二次加入等量的水后浓度变为12%，如果第三次再加入等量的水，浓度会变为（ E ）.

A. 6%　　B. 7%　　C. 8%　　D. 9%　　E. 10%

破题方向：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

加水前溶质量 = 第一次加水后溶质重量 = 第二次加水后溶质重量 = 第三次加水后溶质重量

设原溶液质量为x_0，每次加水质量为x

原浓度 $\times x_0 = 15\% \times (x_0 + x)$

$15\% \times (x_0 + x) = 12\% \times (x_0 + 2x)$　　$x_0 = 3x$

$15\% \times (x_0 + x) =$ 最终浓度 $\times (x_0 + 3x)$　　最终浓度 $= 10\%$

跟学团 浓度问题·单一改变

【模拟题】烧杯中盛有一定浓度的溶液若干，加入一定量的水后，浓度变为15%，第二次加入等量的水后浓度变为12%，如果第三次再加入等量的水，浓度会变为（ E ）.

A. 6%　　B. 7%　　C. 8%　　D. 9%　　E. 10%

抽象问题具体化之：全比例问题特值法

设此时盐水重100g，盐重15g，水重85g，每次加入水重为a

$(100+a)\times 12\% = 15$　　$12+0.12a=15$，$a=25$

	原始	第一次加水	第二次加水	第三次加水
盐	15g	15g	15g	15g
水	60g	85g	110g	135g
盐水	75g	100g	125g	150g

跟学团 浓度问题·倒出后加满水

容积为V的容器内装满纯酒精，第一次倒出V_1，后注满水搅匀；第二次倒出V_2后再注满水搅匀.

	倒出溶液	倒出酒精	剩下酒精	溶液浓度
第一次	V_1	V_1	$V-V_1$	$\frac{V-V_1}{V}$
第二次	V_2	$\frac{V-V_1}{V}\times V_2$	$\frac{V-V_1}{V}\times(V-V_2)$	$\frac{(V-V_1)}{V}\times\frac{(V-V_2)}{V}$

$$\text{原浓度}\times\frac{\text{总体积}V-\text{第一次倒出}V_1}{\text{总体积}V}\times\frac{\text{总体积}V-\text{第二次倒出}V_2}{\text{总体积}V}=\text{最终浓度}$$

跟学团 浓度问题·倒出后加满水

【真题2014.01.06】某容器中装满了浓度为90%的酒精，倒出1升后用水将容器注满，搅拌均匀后又倒出1升，再用水将容器注满，已知此时的酒精浓度为40%，则该容器的容积是（ B ）

A. 2.5升　　B. 3升　　C. 3.5升　　D. 4升　　E. 4.5升

$$原浓度\times\frac{总体积V-第一次倒出V_1}{总体积V}\times\frac{总体积V-第二次倒出V_2}{总体积V}=最终浓度$$

$$0.9\cdot\frac{V-1}{V}\cdot\frac{V-1}{V}=0.4$$

$$\left(\frac{V-1}{V}\right)^2=\frac{0.4}{0.9}=\frac{4}{9}\qquad\frac{V-1}{V}=\frac{2}{3}\qquad V=3$$

跟学团 浓度问题·不同浓度溶液混合

【套路三】不同浓度溶液混合　**破题方向**：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

混合前浓溶液的质量为m，浓度为a；稀溶液的质量为n，浓度为b，混合溶液浓度为c.

混合溶液浓度c一定在浓溶液浓度a和稀溶液浓b度之间.

混合溶液浓度c更接近a还是b，取决于两种溶液质量之比.

混合前溶液总质量 = 混合后溶液总质量 = 浓溶液质量 + 稀溶液质量

混合前溶质总质量 = 混合后溶质总质量

$$am+bn=c(m+n)$$

跟学团 浓度问题 · 不同浓度溶液混合

【真题2021.12】现有甲、乙两种浓度酒精，已知用10升甲酒精和12升乙酒精可以配成浓度为70%的酒精，用20升甲酒精和8升乙酒精可以配成浓度为80%的酒精，则甲酒精的浓度为（E）.

A.72%　　B. 80%　　C. 84%　　D. 88%　　E. 91%

破题方向：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

混合前溶液总体积 = 混合后溶液总体积 = 浓溶液体积 + 稀溶液体积

混合前溶质总体积 = 混合后溶质总体积

设甲酒精浓度为x，乙酒精浓度为y

$$\begin{cases}\text{方案①总溶质} = 10x + 12y = 70\% \times 22 \\ \text{方案②总溶质} = 20x + 8y = 80\% \times 28\end{cases} \qquad x = 91\%$$

跟学团 浓度问题 · 不同浓度溶液混合

【套路三】不同浓度溶液混合

混合前浓盐水的质量为m，浓度为a，稀盐水的质量为n，浓度为b，混合后盐水浓度为c.

混合前盐水总质量 = 混合后盐水总质量 = 浓盐水质量 + 稀盐水质量

混合前盐总质量 = 混合后盐总质量

$am + bn = c(m + n) = cm + cn$

公式法　$(a - c)m = (c - b)n$　浓度差越大，需要溶液越少

十字交叉法

$$\begin{matrix}\text{浓}a & & & \nearrow & \text{混合}c - \text{稀}b \\ & \searrow & \text{混合}c & & \\ \text{稀}b & \nearrow & & \searrow & \text{浓}a - \text{混合}c\end{matrix} \qquad \frac{\text{混合}c - \text{稀}b}{\text{浓}a - \text{混合}c} = \frac{\text{浓溶液质量}m}{\text{稀溶液质量}n}$$

跟学团 浓度问题·不同浓度溶液混合

【模拟题】现有两种不同浓度的酒精溶液，甲酒精浓度为24%，乙酒精浓度为10%，若要配成浓度为20%的溶液，应将甲、乙两种溶液按照（ D ）的比例混合.

A. 2:1　　B. 3:1　　C. 4:1　　D. 5:2　　E. 5:3

公式法　<u>**破题方向**</u>：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

混合前溶质总量 = 混合后溶质总量

$24\%\text{甲} + 10\%\text{乙} = 20\%(\text{甲} + \text{乙})$

$24\text{甲} + 10\text{乙} = 20\text{甲} + 20\text{乙}$

$4\text{甲} = 10\text{乙}$　　$\dfrac{\text{甲}}{\text{乙}} = \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2}$

跟学团 浓度问题·不同浓度溶液混合

【模拟题】现有两种不同浓度的酒精溶液，甲酒精浓度为24%，乙酒精浓度为10%，若要配成浓度为20%的溶液，应将甲、乙两种溶液按照（ D ）的比例混合.

A. 2:1　　B. 3:1　　C. 4:1　　D. 5:2　　E. 5:3

十字交叉法

浓% → 混合% → 混合% − 稀%

稀% → 混合% → 浓% − 混合%

$$\frac{\text{混合\%} - \text{稀\%}}{\text{浓\%} - \text{混合\%}} = \frac{\text{浓溶液质量}}{\text{稀溶液质量}}$$

24% → 20% → 20% − 10%

10% → 20% → 24% − 20%

$$\frac{20\% - 10\%}{24\% - 20\%} = \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \qquad \frac{\text{甲}}{\text{乙}} = \frac{10\%}{4\%} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

浓溶液浓度、稀溶液浓度、混合溶液浓度、两种溶液混合比例⇒**三推一**

这四个量已知三个可以求得第四个.

跟学团 浓度问题·不同浓度溶液混合

【**真题2008.01.08**】若用浓度为30%和20%的甲乙两种食盐溶液配成浓度为24%的食盐溶液500克，则甲乙两种溶液各取（ E ）

A.180克 320克　B.185克 315克　C.190克 310克　D.195克 305克　E.200克 300克

浓溶液浓度、稀溶液浓度、混合溶液浓度、两种溶液混合比例⇒**三推一**

十字交叉法

$$\begin{matrix} 浓\% \searrow & & \nearrow 混合\%-稀\% \\ & 混合\% & \\ 稀\% \nearrow & & \searrow 浓\%-混合\% \end{matrix} \qquad \frac{混合\%-稀\%}{浓\%-混合\%} = \frac{浓溶液质量}{稀溶液质量}$$

$$\frac{24\%-20\%}{30\%-24\%} = \frac{甲}{乙} = \frac{4\%}{6\%} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$甲+乙=500$ $\quad \begin{cases} 甲=200 \\ 乙=300 \end{cases}$

跟学团 浓度问题·总结

破题方向：寻找调配前后不变的量，以不变的量建立等量关系

【**套路一**】**单一改变：**盐水中只加/减水，或者只加盐（水变盐不变/盐变水不变）

【**套路二**】倒出后加满水（水和酒精同时改变）

$$原浓度\times\frac{总体积V-体积减少量V_1}{总体积V}\times\frac{总体积V-体积减少量V_2}{总体积V}=最终浓度$$

【**套路三**】不同浓度溶液混合（混合前后溶质总量和溶液总量不变）**三推一**

混合前浓溶液的质量为m，浓度为a，稀溶液的质量为n，浓度为b，混合溶液浓度为c.

$(a-c)m=(c-b)n$

$$\begin{matrix} 浓\% \searrow & & \nearrow 混合\%-稀\% \\ & 混合\% & \\ 稀\% \nearrow & & \searrow 浓\%-混合\% \end{matrix} \qquad \frac{混合\%-稀\%}{浓\%-混合\%} = \frac{浓溶液质量}{稀溶液质量}$$

跟学团 工程问题

工程问题有关工作总量、工作时间和工作效率之间的关系的问题

修一条跑道，每天修25米，4天修完，跑道长度为多少？ $4天 \times 25\,米/天 = 100米$

修一条100米长的跑道，4天可以修完，每天修多少米？ $\frac{100米}{4天} = 25\,米/天$

修一条100米长的跑道，每天修25米，几天可以修完？ $\frac{100米}{25\,米/天} = 4天$

工作效率 单位时间内（小时/日/月等）完成的工作量 **日工作效率** 每天完成的工作量

$工作总量 = 工作时间 \times 工作效率$　　$\frac{工作总量}{工作时间} = 工作效率$　　$\frac{工作总量}{工作效率} = 工作时间$

三项间有固定关系（已知两项可代入关系式确定第三项）$\Rightarrow$ 二推一

跟学团 工程问题

修一条跑道，4天可以修完，每天修总长度的几分之几？

修一条跑道，每天修总长度的$\frac{1}{4}$，几天可以修完？

工作效率 单位时间内（小时/日/月等）完成<u>工作总量的几分之一</u>.

抽象的工作总量：设为1

$工作时间 \times 工作效率 = 1$　　$工作效率 = \frac{1}{工作时间}$　　$工作时间 = \frac{1}{工作效率}$

两项间有固定关系（互为倒数）$\Rightarrow$ 一推一

跟学团 工程问题·常见场景标志词汇

合作工作：效率相加　　效率改变：分段计算

一项工程，甲队独做需要12天完成，甲队每天完成这项工程的$\underline{\quad\frac{1}{12}\quad}$

一项工程，乙队独做需要36天完成，乙队每天完成这项工程的$\underline{\quad\frac{1}{36}\quad}$

两队合做每天可以完成这项工程的$\underline{\frac{1}{12}+\frac{1}{36}=\frac{1}{9}}$，合做共需要$\underline{\quad 9\quad}$天完成.

两队先后工作：甲做了m天，乙做了n天，刚好做完，则可能的搭配方案有？

$\frac{1}{12}m+\frac{1}{36}n=1$，$3m+n=36$

$\begin{cases}m=10\\n=6\end{cases}$　$\begin{cases}m=9\\n=9\end{cases}$　$\begin{cases}m=8\\n=12\end{cases}$　等等

跟学团 工程问题·常见场景标志词汇

单独：甲单独完成需要12天　　$甲=\frac{1}{12}$

合作：甲乙合作完成，需要10天　　$10(甲+乙)=1$　　$甲+乙=\frac{1}{10}$

先后：甲先做5天，乙后做8天，刚好完成　　$5甲+8乙=1$

先一起，后单独：甲乙先一起做4天，之后交给乙单独完成，共需要12天　　$4(甲+乙)+8乙=1$

变速：甲先做4天，之后增加效率做了5天，恰好完成.　　$4甲+5甲'=1$

先一起，后单独，只完成一部分：甲乙先一起做4天，之后乙做了5天，恰好完成了总量的$\frac{2}{3}$.

$4(甲+乙)+5乙=\frac{2}{3}$

跟学团 应用题【2013.01.04】

【真题2012.10.17】一项工作，甲、乙、丙三人各自独立完成需要的天数分别为3、4、6，则丁独立完成该项工作需要4天时间.（ A ）

（1）甲、乙、丙、丁四人共同完成该项工作需要1天时间.

（2）甲、乙、丙三人各做1天，剩余部分由丁独立完成.

工作时间与工作效率两项间固定关系（互为倒数）⇒ **一推一**

① 根据常见场景标志词汇设出工作效率

甲效率 $=\frac{1}{3}$，乙效率 $=\frac{1}{4}$，丙效率 $=\frac{1}{6}$

②根据题意列出等式

条件（1） 丁一天完成的工作量 $=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$

条件（2）丁需要做的工作量为$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$

跟学团 比与比例

【模拟题】一项任务，甲、乙、丙三人合作比甲单独完成少18天，比乙单独完成少3天，且是丙单独完成所需时间的一半，则甲、乙、丙三人合作需要（　　）天完成.

A. 2　　B. 3　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 4　　E. 5

---

① 根据常见场景标志词汇设出工作效率　设甲、乙、丙三人合作需要x天完成.

	甲	乙	丙
单独完成天数	$x+18$	$x+3$	$2x$
工作效率	$\frac{1}{x+18}$	$\frac{1}{x+3}$	$\frac{1}{2x}$

②根据题意列出等式 $\left(\frac{1}{x+18}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{2x}\right)x=1$

跟学团 比与比例

【模拟题】一项任务，甲、乙、丙三人合作比甲单独完成少18天，比乙单独完成少3天，且是丙单独完成所需时间的一半，则甲、乙、丙三人合作需要（ A ）天完成.

A. 2　　B. 3　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 4　　E. 5

① 根据常见场景标志词汇设出工作效率

②根据题意列出等式 $\left(\frac{1}{x+18}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{2x}\right)x=1$

去括号 $\frac{x}{x+18}+\frac{x}{x+3}+\frac{1}{2}=1$

通分 $\frac{x^2+3x+x^2+18x}{(x+18)(x+3)}=\frac{1}{2}$

交叉相乘 $4x^2+42x=x^2+21x+54$

移项合并同类项 $3x^2+21x-54=0$

$x^2+7x-18=0\ =(x+9)(x-2)$

解得$x=2$或$x=-9$（舍）

跟学团 工程问题

【模拟题】某项工作交给甲需要6天完成，交给乙需要5天完成，交给丙需要9天完成，现交由甲、乙、丙三人依次轮流工作，则完成这项工作至少需要（ C ）天（不足一天按一天算）.

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8　　E. 9

工作时间与工作效率两项间固定关系（互为倒数）$\Rightarrow$ **一推一**

甲效率 $=\frac{1}{6}$，乙效率 $=\frac{1}{5}$，丙效率 $=\frac{1}{9}$

甲乙丙工作一轮完成工作量 $=\frac{1}{6}+\frac{1}{5}+\frac{1}{9}=\frac{15}{90}+\frac{18}{90}+\frac{10}{90}=\frac{43}{90}$　　3天

甲乙丙工作两轮完成工作量 $=\frac{43}{90}\times 2=\frac{86}{90}$　　3天

剩余工作量 $=1-\frac{86}{90}=\frac{4}{90}$　　1天

跟学团 工程问题

前3天 | 停2天 | 后5天

【真题2019.01】某车间计划10天完成一项任务，工作了3天后因故停工2天，若要按原计划完成任务，则工作效率需要提高（ C ）.

A. 20%　　B. 30%　　C. 40%　　D. 50%　　E. 60%

① 根据常见场景标志词汇设出工作效率

前三天工作效率为$\frac{1}{10}$，每天完成总任务的$\frac{1}{10}$　　前三天工作量为$\frac{1}{10}\times 3=\frac{3}{10}$

设后五天工作效率提高a，即工作效率为$\frac{1}{10}(1+a)$　后五天工作量为$\frac{1}{10}(1+a)\times 5$

②根据题意列出等式　工作总量=各阶段工作量之和= 1

$\frac{3}{10}+\frac{1}{10}(1+a)\times 5=1$　　$a=40\%$

跟学团 工程问题 • 牛吃草/给排水

有人曾编过这样一道题：牧场上有一片青草，每天都生长得一样快.这片青草供给10头牛吃，可以吃22天，或者供给16头牛吃，可以吃10天，期间一直有草生长.如果供给15头牛吃，可以吃多少天?

牛顿

设牧场总草量为1，牛吃草的效率为x，草生长的效率为y

10头牛吃，可以吃22天　16头牛吃，可以吃10天　$\begin{cases}10x\times 22=1+22y\\16x\times 10=1+10y\end{cases}$　总吃草量 = 总草量 = 原有草量 + 生长草量

$\begin{cases}x=\frac{1}{110}\\y=\frac{1}{22}\end{cases}$　每头牛每天吃总草量的$\frac{1}{110}$；草每天长出总草量的$\frac{1}{22}$

跟学团 工程问题 · 牛吃草/给排水

英国著名的物理学家牛顿曾编过这样一道题：牧场上有一片青草，每天都生长得一样快.这片青草供给10头牛吃，可以吃22天，或者供给16头牛吃，可以吃10天，期间一直有草生长.如果供给15头牛吃，可以吃多少天？

牛顿

牧场总草量为1，牛吃草的效率为$\frac{1}{110}$，草生长的效率为$\frac{1}{22}$

设15头牛可以吃m天

$15\times\frac{1}{110}\times m=1+\frac{1}{22}\times m$　　总吃草量 = 总草量 = 原有草量 + 生长草量

解得$m=11$

跟学团 工程问题 · 牛吃草/给排水

英国著名的物理学家牛顿曾编过这样一道题：牧场上有一片青草，每天都生长得一样快.这片青草供给10头牛吃，可以吃22天，或者供给16头牛吃，可以吃10天，期间一直有草生长.

（拓展1）要在5天内吃完所有的草，至少放__27__头牛？

（拓展2）要保证草永远都吃不完，至多放__5__头牛？

牧场总草量为1，牛吃草的效率为$\frac{1}{110}$，草生长的效率为$\frac{1}{22}$

（拓展1）$n\times\frac{1}{110}\times5\geq1+\frac{1}{22}\times5$　　$5n\geq110+5\times5$　　$n\geq27$

（拓展2）永远吃不完⇔ 牛每天吃草量 ≤ 草每天生长量

$n\times\frac{1}{110}\leq\frac{1}{22}$　　$n\leq5$

跟学团 工程问题・牛吃草/给排水

【模拟题】一艘轮船发生漏水事故，发现时已漏进水600桶，且每分钟还将漏进24桶水，则甲、乙两台抽水机，可以在50分钟内把水排完.（ D ）

（1）甲机每分钟排水22桶，乙机每分钟排水14桶

（2）甲机每分钟排水20桶，乙机每分钟排水18桶

条件（1）甲、乙合作每分钟排水效率为$(22+14)=36$桶

总排出水的量$=36t$ $=$总漏进水的量$=600+24t$ $\quad t=50$

条件（2）甲、乙合作每分钟排水效率为$(20+18)=38$桶

总排出水的量$=38t$ $=$总漏进水的量$=600+24t$ $\quad t\approx 43<50$

跟学团 工程问题・工费问题

完成天数×每天工时费

【真题2019.11】某单位要铺设草坪，若甲、乙两公司合作需6天完成，工时费共2.4万元.若甲公司单独做4天后由乙公司接着做9天完成，工时费共计2.35万元.若由甲公司单独完成该项目，则工时费共计（ E ）万元.

A.2.25　　B.2.35　　C.2.4　　D.2.45　　E.2.5

设甲工作效率为x，乙工作效率为y

$\begin{cases}(x+y)\times 6=1\\ 4x+9y=1\end{cases}\Rightarrow x=\dfrac{1}{10}$ 甲单独做需要10天可完成该项目

甲每天的工时费为a，乙每天的工时费为b.

$\begin{cases}(a+b)\times 6=2.4\\ 4a+9b=2.35\end{cases}\Rightarrow a=0.25$ 甲单独做需要$10\times 0.25=2.5$（万元）.

跟学团 工程问题·总结

具体量的工作效率 单位时间内（小时/日/月等）完成的工作量 **二推一**

$工作总量=工作时间\times工作效率$　　$工作效率=\dfrac{工作总量}{工作时间}$　　$工作时间=\dfrac{工作总量}{工作效率}$

抽象的工作效率 单位时间内（小时/日/月等）完成工作总量的几分之一. **一推一**

$工作时间\times工作效率=1$　　$工作效率=\dfrac{1}{工作时间}$　　$工作时间=\dfrac{1}{工作效率}$

合作工作：效率相加　效率改变：分段计算

牛吃草/给排水问题

工费问题　$总费用=工作天数\times日工费$