

跟学团 行程问题 三项间有固定关系 \Rightarrow 二推一

.....

行程问题 研究在匀速条件下的路程、速度、时间三个量之间关系的问题.一辆货车以 $4km/h$ 的速度, 从甲地赶往乙地, 耗时 $5h$, 则甲乙两地间距离为?

$$\text{路程} = \text{速度} \times \text{时间} = 4km/h \times 5h = 20km \quad s = v \times t$$

甲、乙两城市间距离为 $20km$, 一辆货车从甲地赶往乙地耗时 $5h$, 则货车速度为?

$$\text{速度} = \frac{\text{路程}}{\text{时间}} = \frac{20km}{5h} = 4km/h \quad v = \frac{s}{t}$$

甲、乙两地间距离为 $20km$, 一辆货车以 $4km/h$ 的速度从甲地赶往乙地, 需耗时?

$$\text{时间} = \frac{\text{路程}}{\text{速度}} = \frac{20km}{4km/h} = 5h \quad t = \frac{s}{v}$$

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

【模拟题】小王骑车到城里去开会, 以每小时12千米的速度行驶, 2小时可以到达, 车行了15分钟, 他发现忘记带文件, 以原速度返回原地, 这时他每小时行()千米才能按时到达.

A. 14

B. 16

C. 18

D. 20

E. 22

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

【模拟题】一辆货车在A、B两地间运送一批货物，去程为上坡，速度为 40km/h ；回程为下坡，速度为 60km/h ，则运送一趟货物来回的平均速度为（ ） km/h .

A.50

B.48

C.52

D.44

E.56

跟学团 行程问题 · 基础题型

.....

【模拟题】甲、乙两地相距6千米，某人从甲地步行去乙地，则他走后半路程用了42.5分钟.（ ）

(1) 前一半时间平均每分钟行80米，后一半时间平均每分钟行70米；

(2) 前一半路程速度为80米/分，整体平均速度为75米/分.

跟团学 行程问题

.....

行程问题 研究在匀速条件下的路程、速度、时间三个量之间关系的问题.

$$\text{路程}s = \text{速度}v \times \text{时间}t \quad \text{速度}v = \frac{\text{路程}s}{\text{时间}t} \quad \text{时间}t = \frac{\text{路程}s}{\text{速度}v}$$

二推一

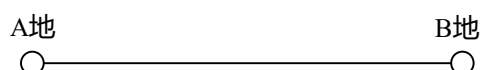
①画图法分析路径

②利用三项间固定关系二推一

②寻找等量关系

跟团学 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....



【1】 甲、乙两人同时出发从A地前往B地，乙比甲先到1小时.

$$\text{甲用时} = \text{乙用时} + \text{乙等待时间} = \text{乙用时} + 1\text{小时}$$

【2】 甲、乙两人出发从A地前往B地，甲先走，乙2小时后出发，两人同时抵达.

$$\text{甲用时} = \text{乙用时} + \text{乙等待时间} = \text{乙用时} + 2\text{小时}$$

跟学团 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....

A地

B地



早、晚、先、后

【3】甲、乙两人出发从A地前往B地，甲先走，乙2小时后出发，且乙比甲先到1小时。

甲用时 = 乙用时 + 乙等待时间 = 乙用时 + 2小时 + 1小时

【4】甲、乙两人出发从A地前往B地，甲先走，乙2小时后出发，乙比甲晚到1小时。

甲用时 + 甲等待时间 = 乙用时 + 乙等待时间

甲用时 + 1小时 = 乙用时 + 2小时

跟学团 行程问题 • 等待模型-根据时间列等式

.....

【模拟题】A、B两地相距160千米，一辆公共汽车从A地驶出开往B地，2小时后，一辆小汽车从A地驶出开往B地。小汽车每小时比公共汽车快80千米。结果小汽车比公共汽车早40分钟到达B地，则公共汽车和小汽车的速度分别为（ ）。（单位：千米/小时）

A. 30 115

B. 55 135

C. 25 105

D. 40 120

E. 以上均不正确

跟学团 行程问题 · 等待模型-根据时间列等式

.....

【模拟题】小明从家骑车去甲地，全程以速度 v 匀速行进，若骑行1小时后，速度变为原来的 $\frac{4}{5}$ ，则会晚半小时到达，若距离目的地还有10km时将速度降为原来的 $\frac{4}{5}$ ，则会晚10分钟到达目的地.小明家距离甲地（ ） km.

A. 25

B. 28

C. 30

D. 40

E. 45

跟学团 行程问题 · 根据路程列等式-相遇

.....

【举例1】A、B两城市相距20km，甲从A，乙从B出发相向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h.他们多久会相遇？他们相遇的点距离A城市多远？

跟学团 行程问题 · 根据路程列等式-追及

.....

【举例2】A、B两城市相距20km，甲从A，乙从B出发同向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，甲多久能追上乙？甲追上乙的位置距离A城市点多远？

跟学团 行程问题 · 根据路程列等式

.....

【模拟题】甲、乙两人从相距180千米的两地同时出发，相向而行，1小时48分钟后相遇.如果甲比乙早出发40分钟，那么在乙出发1.5小时后相遇，两人每小时各走（ ）千米.

A. 40 50 B. 45 55 C. 50 40 D. 55 45 E. 以上均不正确

跟学团 行程问题 · 根据路程列等式-相遇

.....

【模拟题】爸爸和儿子从东西两地同时相对出发，两地相距 10km 。爸爸每小时走 6km ，儿子每小时走 4km 。爸爸带一只狗，小狗以 10km/h 的速度从爸爸向儿子跑去。遇到儿子后立刻折返，遇到爸爸后再次折返，直到爸爸儿子相遇才停。则小狗跑了多少路程？（ ）

A. 6km B. 4km C. 9km D. 10km E. 11km **跟学团 行程问题 · 根据路程列等式-相遇&追及**

.....

【真题2005.01.02】一支队伍排成长度为 800米 的队列行军，速度为 80米/分 ，在队首的通信员以3倍于行军的速度跑到队尾，花1分钟传达首长命令之后，立即以同样的速度跑回到队首，在这往返全过程中通信员所花费的时间为（ ）

A. 6.5分 B. 7.5分 C. 8分 D. 8.5分 E. 10分

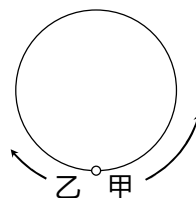
跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-环形道路

.....

【举例1】 A、B两城市相距20km，甲从A，乙从B出发相向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h.他们多久会相遇？他们相遇的点距离A城市多远？



等量关系 甲路程 + 乙路程 = 总路程 = 环形周长



【拓展1】 环形半程马拉松路线周长约20km，甲、乙从起点相向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，他们多久会相遇？

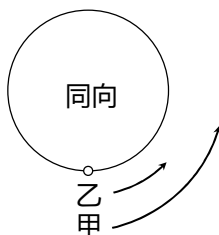
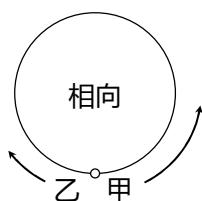
设行进时间为 t 小时，两人均用时 t 小时 二推一

$$S_{\text{甲}} + S_{\text{乙}} = 6t + 2t = 20\text{km} \quad t = \frac{20}{6+2} = 2.5\text{h} \quad \text{相遇时间} = \frac{\text{相遇距离}}{\text{速度和}}$$

跟学团 行程问题 • 根据路程列等式-环形道路

.....

【拓展2】 环形半程马拉松路线周长约20km，甲、乙从起点同向而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，他们多久会再次相遇？



等量关系

相向时 甲路程 + 乙路程 = 环形周长

同向时 快者路程 - 慢者路程 = 环形周长

设行进时间为 t 小时，两人均用时 t 小时 二推一

$$S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = 6t - 2t = 20\text{km} \quad t = \frac{20}{6-2} = 5\text{h} \quad \text{追及时间} = \frac{\text{追及距离}}{\text{速度差}}$$

跟学团 行程问题 · 根据路程列等式-环形道路

.....

【模拟题】有一条长度为300m的环形跑道，甲、乙两名同学同时同地同向出发，已知甲的速度为3.5m/s，乙的速度为1.5m/s，求甲在第二次追上乙时共用了（ ）s.

- A. 240 B. 260 C. 280 D. 300 E. 350
-

跟学团 行程问题 · 根据路程列等式-环形道路

.....

【真题2013.10.22】（条件充分性判断）甲、乙两人以不同的速度在环形跑道上跑步，甲比乙快，则乙跑一圈需要6分钟。（ ）

(1) 甲、乙相向而行，每隔2分钟相遇一次.

(2) 甲、乙同向而行，每隔6分钟相遇一次.

$$t_{\text{乙}} = \frac{s}{v_{\text{乙}}} = 6$$

跟学团 行程问题

.....

【模拟题】甲、乙两人在圆形跑道上同时同地同向出发，则可以确定 $\frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{4}{3}$. ()

(1) 甲第一次追上乙时，甲跑了4圈；

(2) 甲第一次追上乙时，乙立刻转身向反方向前进，两人再次相遇时，乙又跑了 $\frac{3}{7}$ 圈.

跟学团 行程问题 · 行船问题

.....

【真题2011.01.01】已知船在静水中的速度为 28km/h，河水的流速为2km/h.则此船在相距78km的两地间往返一次所需时间是 () .

A. 5.9h

B. 5.6h

C. 5.4h

D. 4.4h

E. 4h

跟学团 行程问题 · 行船问题

.....

【模拟题】一艘轮船顺流航行120km，逆流航行80km共用16小时；顺流航行60km，逆流航行120km也用时16小时，则水流速度为（ ） km/h.

A. 1.5

B. 2

C. 2.5

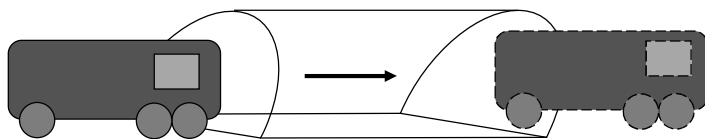
D. 3

E. 4

跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

火车通过桥/通过山洞 从车头进入山洞起，到车尾离开山洞止
将【线】的问题压缩到【点】



车头前进距离： $l_{\text{山洞}} + l_{\text{火车}} = \text{车速}v \times \text{通过时间}t$

$$\text{通过时间}t = \frac{l_{\text{山洞}} + l_{\text{火车}}}{\text{车速}v}$$

跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

【真题2011.10.04】一列火车匀速行驶时，通过一座长为250米的桥梁需要10秒钟，通过一座长为450米的桥梁需要15秒钟，该火车通过长为1050米的桥梁需要（ ）秒。

A. 22

B. 25

C. 28

D. 30

E. 35

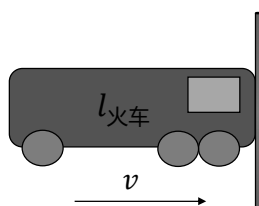
跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

火车通电线杆

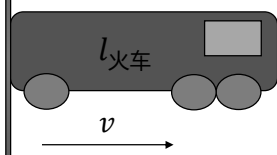
开始时，火车车头与电线杆距离为0

完全超过时，火车车头与电线杆距离为车长 $l_{\text{火车}}$



实际行驶距离 = 车头行驶距离 = 车长 $l_{\text{火车}}$

通过时间 $t \times$ 车速 $v =$ 车长 l



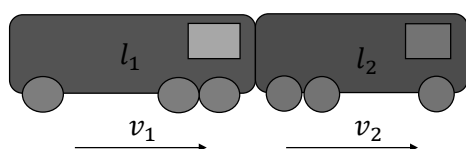
跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

火车同向超车

开始超车时，快车车头与慢车车尾距离为0

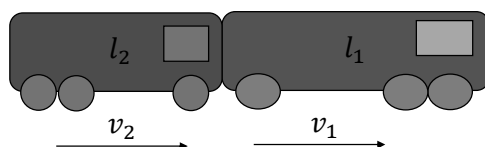
完全超车后，快车车头与慢车车尾距离为 $l_1 + l_2$



实际行驶距离: $l_1 + l_2$

相对速度: $v_1 - v_2$

超车时间 $t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 - v_2}$



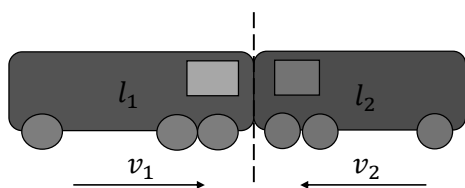
跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

火车相向错车

开始错车时，车头相遇，两辆车车头距离为0

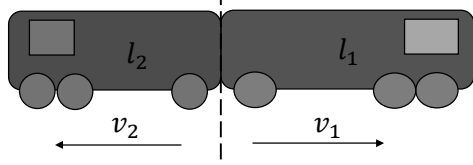
完全错车后，两辆车车头距离为车身长之和 $l_1 + l_2$



实际行驶距离: $l_1 + l_2$

相对速度: $v_1 + v_2$

错车时间 $t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}$



跟学团 行程问题 · 火车问题

.....

【模拟题】甲火车长92米，乙火车长84米，则相向而行时，相遇后经过1.5秒两车错过；同向而行相遇后经过6秒超车。（ ）

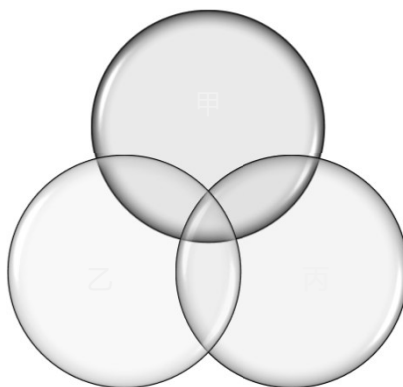
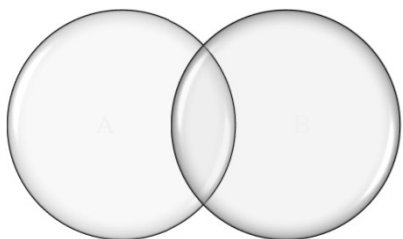
(1) 甲火车的速度为46米/秒；

(2) 乙火车的速度为42米/秒.

跟学团 集合问题

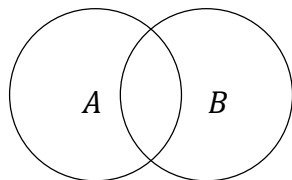
.....

研究不同集合中元素个数的问题

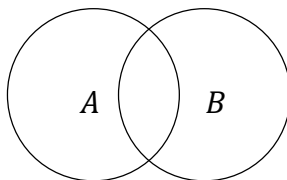


跟学团 集合问题 · 二饼图 熟知每一个封闭区间的含义

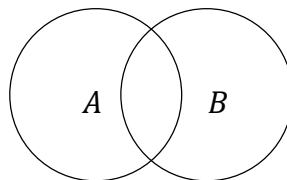
.....



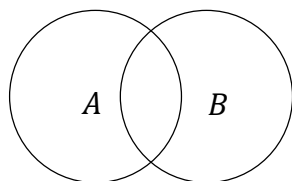
在A内



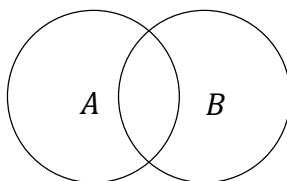
同时在A和B内



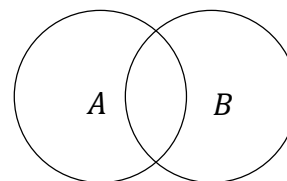
仅/恰在A内
在A内而不在B内



在B内



至少在AB之一内
在A或B内



仅/恰在B内
在B内而不在A内

跟学团 集合问题 · 二饼图

.....

【模拟题】在某次考试中，只有两个问题，一班级两题都答对的学生占百分比为60%。（ ）

- (1) 该班级有75%的学生答对了第一题，65%的学生答对了第二题；
- (2) 该班级有20%的学生两个题都没答对.

跟学团 集合问题 · 二饼图

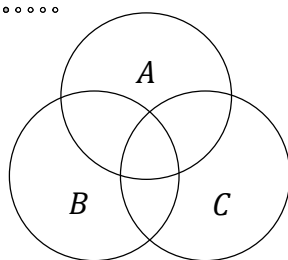
.....

【真题2011.01.03】某年级60名学生中，有30人参加合唱团、45人参加运动队，其中参加合唱团而未参加运动队的有8人，则参加运动队而未参加合唱团的有（ ）

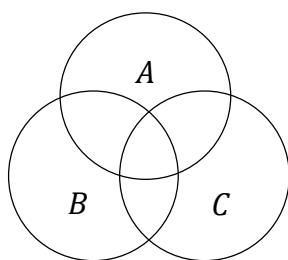
- A. 15人 B. 22人 C. 23人 D. 30人 E. 37人

跟学团 集合问题 · 三饼图 熟知每一个封闭区间的含义

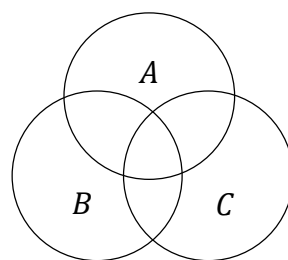
.....



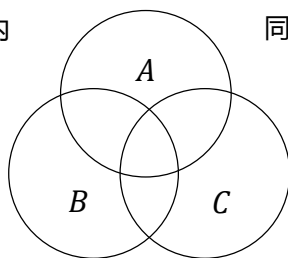
在A内



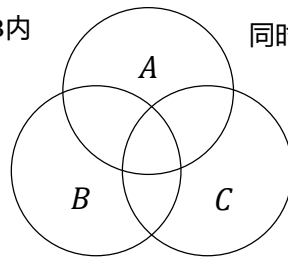
同时在A和B内



同时在A、B、C内



仅在A内

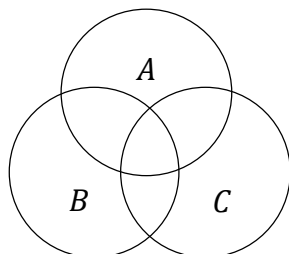


仅/恰同时在A和B内

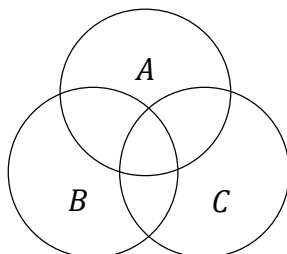
跟学团 集合问题 · 三饼图

.....

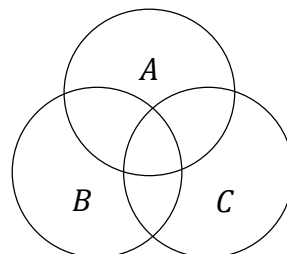
熟知每一个封闭区间的含义



仅在一个集合内



恰在两个集合内



至少在两个集合内

跟学团 集合问题 · 三饼图

.....

【真题2018.06】有96位顾客至少购买了甲、乙、丙三种商品中的一种，经调查：同时购买了甲、乙两种商品的有8位，同时购买了甲、丙两种商品的有12位，同时购买了乙、丙两种商品的有6位，同时购买了三种商品的有2位，则仅购买一种商品的顾客有（ ）。

- A. 70位 B. 72位 C. 74位 D. 76位 E. 82位

跟学团 集合问题 · 三饼图

.....

【真题2010.01.08】某公司的员工中，拥有本科毕业证、计算机等级证、汽车驾驶证的人数分别为130，110，90.又知只有一种证的人数为140，三证齐全的人数为30，则恰有双证的人数为（ ）.

A.45

B.50

C.52

D.65

E.100

跟学团 分段计费问题

.....

【模拟题】某发电厂规定，居民月用电量不超过100度的部分，按照0.5元/度收取；超过100度不超过300度的部分，按照0.6元/度收取；超过300度的部分，按照0.7元/度收取.小王家这个月共交电费191元，则本月共用电（ ）度.

A. 240

B. 280

C. 300

D. 320

E. 330

跟学团 分段计费问题

.....

【拓展】某发电厂规定，居民月用电量不超过100度的部分，按照0.5元/度收取；超过100度不超过300度的部分，按照0.6元/度收取；超过300度的部分，按照0.7元/度收取.小王家这个月共交电费162元，则本月共用电（ ）度.

- A. 260 B. 280 C. 300 D. 320 E. 330
-

跟学团 分段计费问题

.....

【模拟题】某人乘出租车从甲地到乙地支付车费17.2元，设此人从甲地到乙地经过的路程为 x 千米，则 x 的最大值为11.（ ）

- (1) 出租车的起步价为6元（即行驶距离不超过3千米需付6元车费）；
(2) 出租车行驶超过3千米后，每增加1千米加收1.4元（不足1千米按1千米计）.
-

跟学团 分段计费问题

.....

【拓展】出租车的起步价为6元（即行驶距离不超过3千米需付6元车费），出租车行驶超过3千米后，每增加1千米加收1.4元（不足1千米按1千米计）。某人乘出租车从甲地到乙地支付车费17.2元，则此人可能的行驶里程范围是_____公里。

跟学团 分段计费问题

.....

【真题2012.10.15】某商场在一次活动中规定：一次购物不超过100元时没有优惠；超过100元而没有超过200元时，按该次购物全额9折优惠；超过200元时，其中200元按9折优惠，超过200元的部分按8.5折优惠。若甲、乙两人在该商场购买的物品分别付费94.5元和197元，则两人购买的物品在举办活动前需要的付费总额是（ ）元。

- (A) 291.5 (B) 314.5 (C) 325 (D) 291.5和314.5 (E) 314.5或325
-





MBA大师跟学团专属

第二章 整数、有理数、实数

董璞

整数、有理数、实数

.....

-  概念多，较少单独考察，属于工具型知识点
-  重要考点：质数、整除、奇数偶数（带余除法）
-  适应抽象问题
-  对典型数字和它们之间关系要建立一定敏感度

跟学团 整数、有理数、实数

.....



对典型数字和它们之间关系要建立一定敏感度

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$
$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$
$16^2 = 256$	$17^2 = 289$	$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$

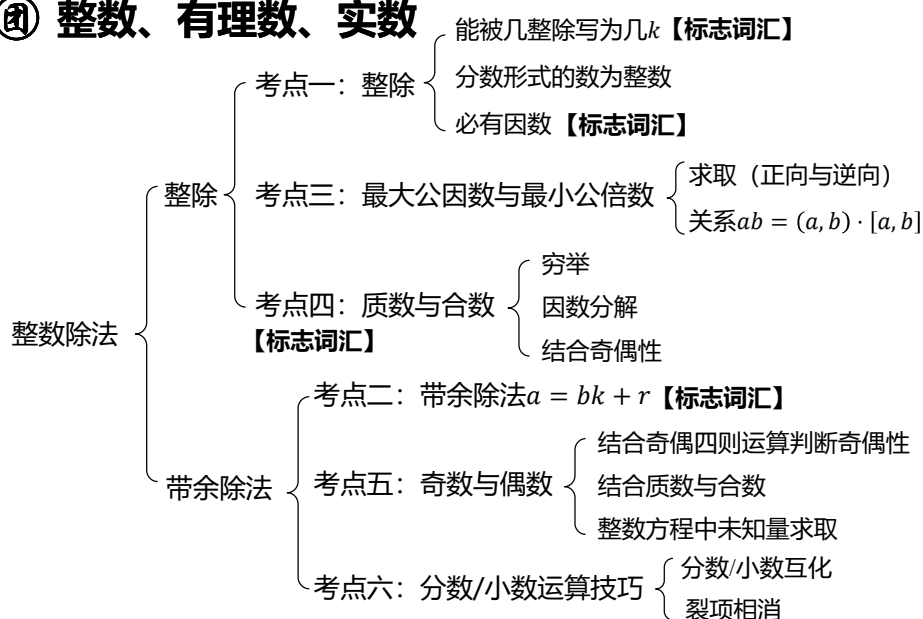
$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$
-----------	-----------	------------	------------	-------------

常用的30以内的十个质数: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29

$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$
$2^6 = 64$	$2^7 = 128$	$2^8 = 256$	$2^9 = 512$	$2^{10} = 1024$

跟学团 整数、有理数、实数

.....



跟学团 整除

.....

自然数N: 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数. 加减乘除四则运算



整数Z

正整数Z⁺

0

负整数Z⁻



跟学团 整除

.....

自然数N: 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数Z

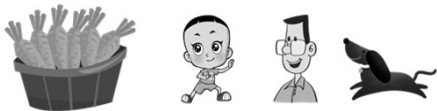
正整数Z⁺

0

负整数Z⁻

除法

$a = bk$ 整除 $42 = 6 \times 7 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14$
因数与倍数



跟学团 整除

.....

【模拟题】有三个正整数的和是312，这三个数分别能被7,8,9整除，且商相同，则最大的数与最小的数相差（ ）。

A. 18

B. 20

C. 22

D. 24

E. 26

跟学团 整除

.....

【模拟题】从1到100的整数，能被5或7整除数有（ ）个。

A. 2

B. 14

C. 20

D. 32

E. 34

【真题2016.07】从1到100的整数中任取一个数，则该数能被5或7整除的概率为（ ）

A. 0.02

B. 0.14

C. 0.2

D. 0.32

E. 0.34

跟学团 整除

.....

自然数 N : 0, 1, 2, 3, ...等, 叫作自然数.



整数 Z

正整数 Z^+

0

负整数 Z^-

对于一个正整数来说, 最小的正因数是1, 最大的正因数是它本身.

$$a = bk \text{ 整除 } 42 = 6 \times 7 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14$$

除法

因数与倍数

两数之间: 公因数与公倍数

跟学团 整除

.....

"6" 的倍数有6, 12, 18, 24, **30**, 36, 42, 48, 54, **60** ...

"15" 的倍数有15, **30**, 45, **60**, 75, **90** ...

若非零整数 d 既是整数 a 的倍数, 又是整数 b 的倍数, 则称 d 是 a, b 的**公倍数**.

整数 a, b 的所有公倍数中最小的正整数叫作 a, b 的**最小公倍数**, 记作 $[a, b]$.

c 同时是 a, b 的倍数 $\Rightarrow c$ 是 a 和 b 最小公倍数 $[a, b]$ 的倍数.

零是任何非零整数的倍数.

跟学团 整除

.....

$$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$$

即18有**1, 2, 3, 6, 9, 18**共六个因数

$$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$$

即30有**1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**共八个因数

若整数 d 既是整数 a 的因数，又是整数 b 的因数，则称 d 是 a, b 的一个**公因数**。

整数 a, b 的公因数中最大的数叫作 a, b 的**最大公因数**，记作 (a, b) 。

c 同时是 a, b 的倍数 $\Rightarrow c$ 是 a 和 b 最小公倍数 $[a, b]$ 的倍数。

c 同时是 a, b 的因数 $\Leftrightarrow c$ 是 a 和 b 最大公因数 (a, b) 的因数。

跟学团 整除

.....

$$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$$

即18有**1, 2, 3, 6, 9, 18**共六个因数

$$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$$

即30有**1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30**共八个因数

若两个数最大公因数为1（除了1以外没有其它因数）， $(a, b) = 1$ ，则称 a, b **互质**。

若一个分数中分子分母互质，则不可再约分

$$\frac{21}{12}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{21}{13}$$

跟学团 整除

.....

整除的等价表示

$\frac{a}{b}$ 是整数 $\Leftrightarrow a$ 能被 b 整除 $\Leftrightarrow b$ 能整除 $a \Leftrightarrow a$ 是 b 的倍数 $\Leftrightarrow b$ 是 a 的因数 $\Leftrightarrow b|a$

整除的传递性

3 是 12 的因数，同时 12 又是 60 的因数，那么 3 一定也是 60 的因数.

因数的因数是因数；倍数的倍数是倍数.

6 是 12 的因数，同时 6 也是 18 的因数，那么 6 一定为 $12m + 18n$ 的因数 (m, n 为任意整数) .

c 是 a 的因数，同时 c 也是 b 的因数 $\Rightarrow c$ 是 $ma + nb$ 的因数 (m, n 为任意整数) .

两部分的最大公因数 = 和的公因数

跟学团 整除 · 整数判定

.....

【模拟题】(条件充分性判断) $\frac{m}{6}$ 为整数. ()

(1) m 和 $\frac{13m}{6}$ 都是整数

(2) $\frac{5m}{2}$ 和 $\frac{2m}{3}$ 都是整数.

跟学团 整除 · 整除的等价表示

.....

【模拟题】 已知 k 是整数, 关于 x 的方程 $7x - 5 = kx + 9$ 有正整数解, 则 k 的所有可能取值有 () .

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

E. 5个

跟学团 整除 · 能被典型数字整除的数的规律

.....

➤ 能被 2 整除的数: 个位数字为 0, 2, 4, 6, 8

➤ 能被 4 整除的数: 末两位 (个位和十位) 数字必能被 4 整除

$$1124 = \boxed{11 \times 100} + 24$$



能被 4 整除

➤ 能被 5 整除的数: 个位数字为 0 或 5

$$23 = \boxed{2 \times 10} + 3$$



能被 5 整除

跟学团 整除 • 能被典型数字整除的数的规律

.....

- 能被 2 整除的数：个位数字为 0, 2, 4, 6, 8
- 能被 4 整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被 4 整除
- 能被 5 整除的数：个位数字为 0 或 5
- 能被 6 整除的数：同时满足能被 2 和 3 整除的条件
- 能被 8 整除的数：末三位能被 8 整除 $27184 = \boxed{27 \times 1000} + 184$
- 能被 10 整除的数：个位数字为 0

↓
能被 8 整除

跟学团 整除 • 能被典型数字整除的数的规律

.....

- 能被 3 整除的数：各位数字之和能被 3 整除
- 能被 9 整除的数：各位数字之和能被 9 整除

$$\begin{aligned}
 23547 &= 2 \times 10000 + 3 \times 1000 + 5 \times 100 + 4 \times 10 + 7 \\
 &= 2 \times (9999 + 1) + 3 \times (999 + 1) + 5 \times (99 + 1) + 4 \times (9 + 1) + 7 \\
 &= 2 \times 9999 + 3 \times 999 + 5 \times 99 + 4 \times 9 + 2 + 3 + 5 + 4 + 7
 \end{aligned}$$

跟学团 整除 • 能被典型数字整除的数的规律

.....

- 能被 2 整除的数：个位数字为 0, 2, 4, 6, 8
- 能被 3 整除的数：各位数字之和能被 3 整除
- 能被 4 整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被 4 整除
- 能被 5 整除的数：个位数字为 0 或 5
- 能被 6 整除的数：同时满足能被 2 和 3 整除的条件
- 能被 8 整除的数：末三位能被 8 整除
- 能被 9 整除的数：各位数字之和能被 9 整除
- 能被 10 整除的数：个位数字为 0

跟学团 带余除法

.....

自然数 N ：0, 1, 2, 3, ...等，叫作自然数.



整数 Z

正整数 Z^+

0

负整数 Z^-

除法

$$a = bk$$

整除

一个数本身：因数与倍数

两个数之间：最大公因数与最小公倍数

$$a = bk + r$$

带余除法

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \text{商数} \cdots \text{余数}$$

$$\text{被除数} = \text{除数} \times \text{商数} + \text{余数}$$

跟学团 带余除法

.....

【模拟题】 当整数 n 被6除时, 其余数为3, 则下列 () 不是6的倍数.A. $n - 3$ B. $n + 3$ C. $2n$ D. $3n$ E. $4n$ **跟学团 带余除法 特值法: 原则上只能证伪不能证真**

.....

【真题2019.22】 设 n 为正整数, 则能确定 n 除以5的余数. ()(1) 已知 n 除以2的余数.(2) 已知 n 除以3的余数.

跟学团 带余除法 特值法：原则上只能证伪不能证真

.....

【真题2013.01.17】（条件充分性判断） $p = mq + 1$ 为质数（ ）.(1) m 为正整数, q 为质数. (2) m, q 均为质数.