

103 年度統計學系專題報告競賽

# 黃金價格的預測與時間序列模型分析

## A Case Study of Gold Price with Time Series Analysis

系所班別：統計學系四年級

姓名：410078003 陳紹平

410078029 劉嘉玲

410078035 謝竺珊

410078049 吳佳錦

指導老師：林財川

研究期間：2014/12～2015/05

報告日期：2015/05/29

# A Case Study of Gold Price with Time Series

## Analysis

Shau-Ping Chen, Chia-Ling Liu, Chu-Shan Hsieh, Chia-Chin Wu

### Abstract

This paper aims to investigate the gold spot price and the relationship with some economic indexes. The study of variables are not only Quantitative Easing, which is the monetary policy of the US, but also US dollar index and crude oil price. The way that QE affects gold price is potential and indirect by OLS, which estimates the slopes of all variables during QE periods and Non-QE periods. In the aspect of the economic index, by comparing the out-of-sample forecasting of some fitting models, GLAR model is the best model to estimate the trend of the gold spot price. Through the research, the GLAR model indicates that both US dollar index and crude oil price have the negative correlation with the gold price. Also, the GLAR model shows that US dollar index has higher impact than oil price on the gold price.

## 黃金價格的預測與時間序列模型分析

陳紹平, 劉嘉玲, 謝竺珊, 吳佳錦

### 摘要

本研究旨在探討影響黃金價格的因素，變數分為政策面的美國量化寬鬆(QE)與經濟指數面的美元指數和國際原油價格。政策面採用最小平方法估計 QE 期間與非 QE 期間的黃金價格斜率，搭配美元指數與國際石油價格的區間斜率，發現 QE 對金價的影響是潛在且間接的；經濟指數面則是建立單維度黃金價格的 AR 季節交乘模型、MA 季節交乘模型和加入美元指數與國際原油價格的多維度 GLAR 模型並進行樣本外預測，進而得出 GLAR 模型為本研究的最佳模型，且從此模型觀察到美元指數和原油價格皆與黃金現貨價格呈現負向關係，其中美元指數對黃金現貨價格的影響大於原油價格。

# 目錄

1 前言 .....	1
2 文獻回顧.....	2
3 研究方法.....	2
3.1 經濟變數與量化寬鬆政策的初步關聯性研究 .....	3
3.2 時間序列之單根檢定 .....	3
3.3 時間序列模型的建立 .....	4
3.3.1 模型建立的步驟.....	4
3.3.2 多維度時間序列.....	6
3.3.2.1 共整合檢定 .....	6
3.3.2.2 多維度時間序列模型的建立 .....	7
4 實證分析.....	8
4.1 資料說明及處理 .....	8
4.2 趨勢預測 .....	8
4.3 時間序列資料定態檢定 .....	9
4.4 時間序列模型的建構 .....	10
4.4.1 單維度時間序列模型.....	10
4.4.1 多維度時間序列模型.....	11
4.5 樣本外預測之模型比較 .....	12
5 結論 .....	13
6 建議 .....	14
7 參考文獻.....	14
8 附錄 .....	I
8.1 附錄一：黃金價格、美元指數與原油價格的歷史趨勢 .....	I
8.2 附錄二：時間序列之定態檢定 .....	II
8.3 附錄三：單維度時間序列模型 .....	II
8.4 附錄四：多維度時間序列模型 .....	III

## 表目錄

表 1 歷次 QE 實施概況 .....	1
表 2 ARMA 模型的 ACF/PACF 判別準則 .....	5
表 3 歷次 QE 研究期間界定 .....	8
表 4 本研究變數之介紹 .....	8
表 5 不同時期各變數的斜率 .....	8
表 6 2004 年 5 月~2015 年 2 月黃金現貨價格 ADF 定態檢定結果 .....	10
表 7 共整合之最大特性跟檢定 .....	10
表 8 GLAR 各模型組合之 AIC 值 .....	12
表 9 本研究所建構的模型之預測力比較 .....	12

## 圖目錄

圖 1 本研究所建構的三種模型的預測值與實際值之比較 .....	12
----------------------------------	----

## 附表目錄

附表 1 2004 年 5 月~2015 年 2 月原油現貨價格 ADF 定態檢定結果 .....	II
附表 2 2004 年 5 月~2015 年 2 月美元指數 ADF 定態檢定結果 .....	II

## 附圖目錄

附圖 1 美元指數歷史走勢圖 .....	I
附圖 2 原油價格歷史走勢圖 .....	I
附圖 3 黃金價格歷史走勢圖 .....	I
附圖 4 黃金現貨價格樣本的 ACF 圖 .....	II
附圖 5 黃金現貨價格樣本的 PACF 圖 .....	II
附圖 6 GLAR 模型的殘差檢定 .....	III

# 1 前言

在金融體系中，黃金市場擁有重要的地位。除了為貴金屬界的核心標的，黃金更兼具保值、投資、避險等多重功能。而對投資者來說，最關心的莫過於價格的變動。故本研究想了解政策是否會影響黃金價格的變動？能不能透過觀察其他商品過去的價格去預測未來的黃金價格？因此分成兩個面向——政策面與經濟指數面，分別探討其對黃金價格的影響，試圖預估黃金價格的趨勢，並建構最佳價格預測模型。

基於美國是全球金融市場的領導者，且國際黃金價格皆以美元計價，我們選定美國近年來最重要的貨幣政策——量化寬鬆 (Quantitative Easing, 以下簡稱 QE)，作為我們政策面的變數。QE 最早由日本政府於 2000 年使用，是一種新型的貨幣政策。主流的運作方式是由中央銀行「印鈔票」以大量購買債券與公債，或借款予銀行，透過降低利率來刺激經濟成長。本文主要討論美國自 2008 年金融海嘯後，聯準會實施的三次 QE 政策，其實施時間與細節如表 1。

在預測黃金價格時，最常見的說法是「美元漲，黃金跌；美元跌，黃金漲」，一般認為兩者呈反向關係(Nikos, 2006)。而現今大多線索也指向 QE 對美元價格有所影響，兩者關係密不可分。因此我們採用美元指數來衡量美元的價格，輔佐 QE 對黃金價格的分析。另一個值得探討的因素是國際原油價格，主流觀念認為原油與黃金價格呈現同向關係，故我們亦將國際原油價格納入變數中，以期獲得更全面的模型。

表 1 歷次 QE 實施概況

時期	實施時間	時間長度	總金額
QE1	2008/11-2010/03	18 個月	1.25 兆
QE2	2010/11-2011/06	8 個月	6000 億
QE3	2012/09-2014/10	26 個月	1.135 兆

由於我們經濟指數面所討論的變數——黃金價格、美元指數、原油價格，皆為時間序列資料，因此我們採用時間序列單維度之整合移動平均自我迴歸模型 (Autoregressive Integrated Moving Average Model, ARIMA 模型) 及多維度之廣義線性自我迴歸模型 (Generalized Linear Auto-Regression Model, GLAR 模型)，並透過樣本外預測，用以評估最佳模型。

## 2 文獻回顧

QE 是美國近年來最重要的貨幣政策之一，其所帶來的影響引起了各界的關注。(Krishnamurthy & Vissing-Jorgensen, 2011)明白表示，QE 的效果並非僅限於影響國債利率，而是透過許多不同管道影響了許多資產市場。如(Blinder, 2010)提出，QE 使利率降低，進而影響經濟的論點。而(Eichengreen, 2013)認為美國實施 QE 後，造成大量熱錢流入新興市場，導致新興市場的通膨、資產價格的上升、該市場貨幣升值，也就是說，QE 使美元貶值。眾多資產市場中，我們關注的是黃金價格的波動，而美元貶值在此扮演了舉足輕重的地位，原因來自(Nikos, 2006)採用相關係數法所驗證的「美元走弱，黃金走強」。(Lee & Wang, 2008)亦持有相同觀點，驗證在美元貶值時，黃金可有效擔任避險的角色。(Artigas, 2010) 則認為 QE 透過貨幣供給的增加，影響了貨幣流通性，進而導致通貨膨脹，最終在隨後之六個月使金價上漲。(Joyce, Lasaosa, Stevens, & Tong, 2011)認為 QE 對金融市場的影響是潛在的，因為資產價格更容易受到其他因素影響，導致 QE 帶來的影響會被淡化，但整體潛在影響仍不容忽視。(Panyasombat, 2012)證明 QE 對黃金市場的影響是正向的。

在預測黃金現貨價格時，同時會考慮到其他商品價格所帶來的影響，如上述之美元指數外，另一熱門的因素為原油價格。例如(謝鎮州, 2006)透過無母數共整合的檢定，發現黃金價格和原油價格之間存在常態穩定均衡關係。(闕彥菱, 2008)採用門檻誤差修正模型，分析黃金價格與美元及原油價格之長短期互動關係，進一步發現黃金價格與原油價格相互為正向影響。(范芝萍 et al., 2014)使用最小平方迴歸和分量迴歸分析原油價格與美元指數對黃金價格走勢的影響。結果顯示，當美元下跌時，黃金價格會上升，兩者有負向的關係；原油價格上升，也會提升黃金價格的走勢，兩者有正向的關係。

## 3 研究方法

本研究探討政策面影響時，採用最小平方法衡量經濟變數與量化寬鬆政策的關聯性；經濟指數面則是先以單根檢定與共整合檢定判斷資料是否需要進行轉換或修正，再分別建立單維度的 ARIMA 模型與多維度的 GLAR 模型，最終以樣本外預測選出本研究的最佳模型。

### 3.1 經濟變數與量化寬鬆政策的初步關聯性研究

為了觀察政策實施期間的各個經濟變數是否受到影響，本研究先將各個經濟變數的觀察值，以是否實施政策為基準，區分成  $n$  個時段： $I_i, i = 1, \dots, n$ ，接著使用最小平方法，將各經濟變數作為應變數，時間作為自變數，分別計算各個時段的斜率，藉此觀察經濟變數有無受到 QE 政策的影響。得出簡單線性迴歸模型

$$Y_{ij} = \alpha_i + \beta_i X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (3-1)$$

其中  $i = 1, \dots, n$ ； $j = 1, \dots, T_i$ ； $Y_{ij}$  為應變數，表示經濟變數在第  $i$  個時段中第  $j$  期的值； $X_{ij}$  為自變數，表示經濟變數在第  $i$  個時段中第  $j$  期的時間； $\varepsilon_{ij}$  為模型與應變數的誤差項且各個誤差項互相獨立且為相同分配，即在第  $i$  個時段中經濟變數觀察值與其線性趨勢線的誤差； $\alpha_i$ 、 $\beta_i$  分別為時段  $I_i$  中的截距項及斜率。

為了找出當目標函數  $Q(\alpha_i, \beta_i) = \sum_{j=1}^{T_i} (Y_{ij} - \alpha_i - \beta_i X_{ij})^2$  最小化時的  $\widehat{\beta}_i$ ，也就是說，透過(3-2)計算出斜率的估計值

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \alpha_i} Q(\alpha_i, \beta_i) = -2 \sum_{j=1}^{T_i} (Y_{ij} - \alpha_i - \beta_i X_{ij}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \beta_i} Q(\alpha_i, \beta_i) = -2 \sum_{j=1}^{T_i} (Y_{ij} - \alpha_i - \beta_i X_{ij}) X_{ij} = 0, \end{cases} \quad (3-2)$$

便可比較各時段的斜率變化，以推論經濟變數有無受到政策的影響。

### 3.2 時間序列之單根檢定

時間序列資料常可分為定態( Stationary )時間序列與非定態( Non-stationary )時間序列兩種類型。而定態又可分強定態及弱定態兩種假設。強定態時間序列是指一時間序列資料  $\{y_t\}$  為一隨機過程( Stochastic Process )，但此隨機過程之機率分配不隨時間改變而改變。而分析常見的弱定態必定符合以下三種特性：

- (1)  $E(y_t) = \mu, \forall t$
- (2)  $\text{Var}(y_t) = \sigma^2 < \infty, \forall t$
- (3)  $\text{cov}(y_t, y_{t-k}) = \gamma(k),$

而大部分的經濟變數皆具有隨機趨勢( Stochastic Trend )，亦即為非定態時間序列，若直接進行迴歸分析，將會造成虛假迴歸( Spurious Regression ) (Granger & Newbold, 1974)。因此在進行分析前，須確保變數為定態的時間序列。

檢定一個時間序列  $y_t$  是否為定態之過程稱為單根檢定。Augmented Dickey-Fuller( ADF )單根檢定為(Dickey & Fuller, 1979)所提出，此檢定方法將資料型態分為三種模式：(1)含截距項與時間趨勢項 (2)含截距項但無時間趨勢項 (3)無截

距項亦無時間趨勢項，此三種模式之統計假設皆為

$$\begin{cases} H_0 : \tau = 0 \\ H_1 : \tau < 0 \end{cases} \quad (3-3)$$

其中  $\tau = 1 - \beta_1 - \dots - \beta_p$ 。在(3-3)的假設下，若不拒絕虛無假設，表示該時間序列資料為非定態；反之則為定態資料。若結果不為定態，可以藉由  $d$  階差分後，成為一個定態的時間序列，則稱此變數的整合階次為  $d$  次，表示成  $I(d)$ 。

### 3.3 時間序列模型的建立

#### 3.3.1 模型建立的步驟

建立一個時間序列模型需進行下列 4 個步驟(George E Box, 1976)：( I ) 模型的識別( Identification ) ( II ) 未知參數的估計( Estimation ) ( III ) 診斷性檢定( Diagnostic ) ( IV ) 模型預測( Forecasting )。

#### (I) 模型的識別

自我迴歸移動平均模型( Auto-Regressive and Moving Average Model, ARMA 模型 )是研究時間序列的重要方法，由自我迴歸模型( Autoregressive Model, AR 模型 )與移動平均模型( Moving Average Model, MA 模型 )為基礎「混合」構成，其中 AR 模型表示現在某一變數值(  $y_t$  )和同一變數前  $p$  期的變數值( 即  $y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$  )有關；MA 模型表示現在的變數值(  $y_t$  )和過去前  $q$  期的殘差項( 即  $\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$  )有關。ARMA(p,q)模型形式為

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3-4)$$

其中， $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  為自我迴歸係數； $\theta_1, \dots, \theta_q$  為移動平均係數； $\varepsilon_t$  為誤差項； $p$  與  $q$  則為模型之階次( order )。令  $B(L) = 1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p$ ， $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q$ ，其中  $L$  代表落後運算元，則 ARMA(p,q)也可表示為

$$\varphi_p(L)y_t = \theta_q(L)\varepsilon_t. \quad (3-5)$$

假若考慮 ARMA 模型中具有季節性之特徵，則此型態之模型可表示為

$$y_t = \varphi_s y_{t-s} + \dots + \varphi_{ps} y_{t-ps} + \varepsilon_t + \theta_s \varepsilon_{t-s} + \dots + \theta_{qs} \varepsilon_{t-qs} \quad (3-6)$$

亦可表示為

$$\varphi_p(L^s)y_t = \theta_q(L^s)\varepsilon_t \quad (3-7)$$

一般稱(3-7)為季節ARMA(p,q)<sub>s</sub>模式， $s$  為季節性資料之週期。



在許多真實的觀察數列常在連續月份的多個觀測值間彼此有相依性，因此衍生出相乘模式，表示為

$$\Phi_p(L^s)\varphi_p(L)(1-L^s)^D(1-L^s)^d y_t = C + \Theta_q(L^s)\theta_q(L)\varepsilon_t \quad (3-8)$$

(3-8)中加入常數項  $C$  表示平穩型數列  $(1-L^s)^D(1-L^s)^d y_t$  可能有一非零之平均值。(3-8)的模型稱為 ARIMA  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  階之季節相乘模型。

對於  $p$  和  $q$  的選擇，可利用樣本估計的自我相關函數(ACF)與偏自我相關函數(PACF)來決定。其中 ACF 可以用來判斷 MA 模型的落後期數  $q$ ；PACF 則是判斷 AR 模型的落後期數  $p$ ，而 ACF 與 PACF 的判別準則如下表 2。

表 2 ARMA 模型的 ACF/PACF 判別準則

ACF	PACF	建議模型
指數遞減或正負相間遞減	$p$ 期後截斷	AR( $p$ )
$q$ 期後截斷	指數遞減或正負相間遞減	MA( $q$ )
指數遞減或正負相間遞減	指數遞減或正負相間遞減	ARMA( $p, q$ )

另外亦可利用準則法予以決定前述之 order，可利用 AIC 準則(Akaike, 1974)或 BIC(也稱作 SIC 準則)(Schwarz, 1978)進行模型的定階。評選模型的標準為：AIC 的值與 BIC 的值越小越好。(3-9)及(3-10)分別為 AIC 與 BIC 的定義

$$AIC = -2 \log \mathcal{L} + 2(p + q + 1) \quad (3-9)$$

$$BIC = -2 \log \mathcal{L} + (p + q + 1) \log(T) \quad (3-10)$$

其中  $\mathcal{L}$  代表估計模型之概率值， $T$  則為資料長度。

## (II) 未知參數的估計

由第一步驟決定  $p, d, q$  後，接下來進行未知參數  $\varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$  的估計。常用的估計方法會依 AR 模型、MA 模型或 ARMA 模型而有所不同。在 AR 模型中，可採用 Yule-Walker Estimation、Burg Estimation 及常見的 MLE(Maximum Likelihood Estimation)、LSE(Least Squares Estimation)；而在 MA 及 ARMA 模型中，最常見的估計方法為 Hannan-Rissanen Estimates 及 Innovations Algorithm，亦可使用 MLE 或 LSE(Brockwell, 2002)。

## (III) 診斷性檢定

模型參數估計後，檢測模型的殘差是否為白噪音(White Noise)序列。若為白噪音序列，代表此模型的殘差序列為互相獨立的常態分佈，符合模型的建構原則；

若非白噪音序列，意謂著殘差序列仍存在沒被提取的信息，須進一步修正模型。

檢測殘差為白噪音的方法有許多種，本研究以(Ljung & Box, 1978)的 Q 統計量進行殘差項的自我相關檢定，其檢定假設與統計量分別為(3-11)及(3-12)

$$\begin{cases} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0 & (\text{殘差符合白噪音}) \\ H_1 : \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k \text{ 其中有一個不為 } 0 & (\text{殘差不符合白噪音}) \end{cases} \quad (3-11)$$

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^k \frac{\hat{\rho}_i^2}{(T-i)} \quad (3-12)$$

其中T為殘差的總個數，此 Q 統計量會服從自由度為 (k-p-q) 的卡方分配。若檢定統計量不顯著時，代表不拒絕虛無假設，也就是此模型的殘差符合白噪音，該模式通過檢測；反之，殘差不符合白噪音，須重新配適模型。

#### (IV) 模型預測

本研究透過樣本外預測來評估最佳模型，即全部樣本數為 T+N 筆，保留了最後 N 筆當樣本外資料，並用前 T 筆當作樣本內資料來估計之。而本研究利用重複代入預測法( Iterative Forecasts )進行預測，以 AR(2)模型為例：將第 T 及 T-1 期的實際值代入模型並計算第 T+1 期的預測值，再將計算所得的第 T+1 期的預測值代入模型中，即可計算第 T+2 期預測值。重複代入預測法即為利用「預測值」做樣本外預測。

比較不同模型預測力的常見指標有以下三種：「誤差均方根」( Root Mean Square Error, RMSE )、「平均誤差絕對值」( Mean Absolute Error, MAE )、「平均誤差百分比值」( Mean Absolute Percentage Error, MAPE)。一個好的模型，此三種預測力的指標越小越好，定義如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=T+1}^{T+N} (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (3-13)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=T+1}^{T+N} |y_t - \hat{y}_t| \quad (3-14)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=T+1}^{T+N} \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \quad (3-15)$$

### 3.3.2 多維度時間序列

#### 3.3.2.1 共整合檢定

若有 k 個時間序列  $\{y_{1t}\}, \{y_{2t}\}, \dots, \{y_{kt}\}$ ，且存在一向量  $y_t =$

$(y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})$ ，若有一  $\beta \in \mathbb{R}^k$  向量使  $\beta'y_t$  為一定態序列，則稱這  $k$  個序列間具有共整合現象，且  $\beta$  為其共整合向量。若具共整合關係，則可以用原始資料進行接下來的分析並建立模型。

首先，令  $y_t$  為一  $k \times 1$  向量，考慮一個  $p$  階的向量自我迴歸模型 (Vector Auto-Regression Model, VAR(p))

$$(I - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \dots - \Phi_p L^p) y_t = \varepsilon_t, \quad (3-16)$$

其中  $y_t \in \mathbb{R}^n, \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} (0, \Omega)$ 。上式經過差分後可得

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} D_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t, \quad D_j = -\sum_{s=j+1}^p \Phi_s \dots \dots \dots (3-17)$$

在(3-17)中，若  $\text{rank}(\Pi) = r < n$ ，表示  $\Pi$  矩陣的  $n$  個特性根  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  中，有  $r$  個不等於 0。(Johansen, 1988)以最大概似估計法估計  $\Pi$  的特性根，接著以最大特性根檢定，透過檢定  $\Pi$  矩陣的  $\text{rank}$  來判斷有幾組共整合關係。最大特性根檢定的假設及統計量分別為(3-18)及(3-19)

$$\begin{cases} H_0 : \text{最大共整合階次為 } r \text{ (最多只有 } r \text{ 個共整合關係)} \\ H_1 : \text{最大共整合階次為 } r+1 \text{ (最多只有 } r+1 \text{ 個共整合關係)} \end{cases} \quad (3-18)$$

$$\lambda_{\max}(r, r+1) = -T \log(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (3-19)$$

在(3-18)的假設下，依序檢定  $H_0 : r = 0$  相對於  $H_1 : r = 1$ ，若不拒絕  $H_0$ ，則無共整合關係；若拒絕  $H_0$ ，則繼續檢定  $H_0 : r = 1$  相對於  $H_1 : r = 2$ ，若不拒絕  $r = 1$  的  $H_0$ ，則有一個共整合關係；若拒絕  $H_0$ ，則依此類推繼續檢定，直到無法拒絕  $H_0$  為止。

### 3.3.2.2 多維度時間序列模型的建立

GLAR 模型(Shephard, 1995) 為透過多個變數前數期資料之線性組合，來預測研究變數未來之價值，不同於 ARIMA 模型，GLAR 模型加入了外生變數對預測變數的解釋，能反應出外部變化所造成的影響。其形式為

$$y_t = \alpha + C(L)y_{t-1} + D(L)x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3-20)$$

其中， $y_t$  為當期的內生變數， $\varepsilon_t$  為隨機誤差項且  $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$ ， $x_{t-1}$  為外生變數， $\alpha$  為常數項，而  $C(L)$  為內生變數落後期數的多項式，可以表示成  $C(L) = C_0 - C_1 L - C_2 L^2 - \dots - C_p L^p$ ， $D(L)$  為外生變數落後期數的多項式，可以表示成  $D(L) = D_0 - D_1 L - D_2 L^2 - \dots - D_q L^q$ 。

## 4 實證分析

### 4.1 資料說明及處理

本研究採用的資料皆為月資料，關於 QE 政策的研究期間為 2008 年 1 月至 2015 年 1 月，共實施三次 QE，因此分成  $I_1, \dots, I_7$  等七個時段，其中包含 QE1、QE2、QE3 以及四次間期，如表 3 所示。黃金現貨價格、WTI 原油現貨價格與美元指數的研究期間為 2004/05~2015/02，共 130 筆資料，其中黃金現貨價格來自 Stock-AI，原油現貨價格來自 U.S Energy Information Administration，美元指數來自 Investing，詳細的研究變數介紹如下表 4。實證分析方面則採用 EVIEWS 8 及 ITSM 2000 兩種統計軟體，進行後續相關之單根檢定、共整合檢定及最後的模型建構與模型比較。

表 3 歷次 QE 研究期間界定

時段	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
時期	間期 1 (QE1 前)	QE1	間期 2 (QE1-QE2)	QE2	間期 3 (QE2-QE3)	QE3	間期 4 (QE3 後)

表 4 本研究變數之介紹

變數	變數名稱	單位	採用期間
gold	黃金現貨價格	美金/金衡盎司	2004/05~2015/02
oil	WTI 原油現貨價格	美金/每桶	2004/05~2015/02
Usdollar	美元指數	點	2004/05~2015/02

\*註：1 金衡盎司 = 1.097 常衡盎司 = 31.103 克

### 4.2 趨勢預測

透過區分 QE 實施期間與非實施期間的七個區間，採用最小平方方法計算黃金價格、美元指數與原油價格的斜率，將其視為該區間趨勢，交叉分析 QE 是否會影響黃金價格的走向。計算結果如表 5，歷史走勢圖參考附錄一。

表 5 不同時期各變數的斜率

時段	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
$\beta_{gold}$	-15.432	17.838	29.592	25.744	1.200	-20.97	17.7
$\beta_{Usdollar}$	1.264	-0.544	-0.536	-1.006	0.496	0.092	2.773
$\beta_{oil}$	-2.194	2.586	0.154	2.597	0.0511	0.279	-12.804

由表 5 可知，黃金價格在 $I_1$ 時走勢是往下的， $I_2$ 、 $I_3$ 與 $I_4$ 時金價都有大幅度的漲幅，但在 $I_5$ 時金價雖仍上漲卻趨於持平，到 $I_6$ 時急貶， $I_7$ 急轉上漲。而美元指數在 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_4$ 的實行期間，由原本的大幅上漲轉變為下跌；在 $I_5$ 時美元又呈上升走向， $I_6$ 時美元進入接近持平的緩升狀態， $I_7$ 時上升力道加強。推測美元與 QE 確實有某程度上的關聯性。原油價格在 QE 期間趨勢都是往上的，在 $I_3$ 與 $I_5$ 時呈平緩之姿，在整體 QE 開始前與結束後原油價格都是大幅下跌的狀態。

若以美元指數輔佐 QE 實施期間分析黃金價格，可以發現在 $I_1$ ，黃金價格下跌，美元指數上漲；在 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_4$ 的期間，黃金價格上漲，美元指數下跌； $I_5$ 、 $I_6$ 期間，黃金價格下跌，美元價格上漲。惟在 $I_7$ 時，市場進入動盪期，故黃金價格與美元皆處上漲階段。整體推論黃金與美元指數整體具有反向關係。另以原油價格輔佐 QE 實施期間分析黃金價格，在 $I_1$ 時，黃金價格與原油價格都下跌；在 $I_2$ 、 $I_3$ 、 $I_4$ 、 $I_5$ 的期間，兩者價格都上漲；在 $I_6$ 時，黃金價格大幅下降，而原油價格仍在上漲； $I_7$ 時，市場進入動盪期，黃金與原油呈現短暫的反向關係。

總而言之，QE 對黃金價格是具有影響力的，但不是「有 QE 時，黃金價格上漲；無 QE 時，黃金價格下跌」的直觀影響，必須搭配美元指數的資訊一併討論。QE 期間的趨勢有兩種情況，第一種情況是原本走勢看漲的美元指數急轉下跌，此時黃金價格便大幅上升，如 $I_2$ 與 $I_4$ ；第二種情況是原本走強的美元上升力道轉弱，幾乎是持平式的成長，此時黃金價格暴跌。兩種情況皆顯示 QE 對美元具有一定的影響力。本研究認為政策對黃金的影響主要來自「信心與預期心理」， $I_3$ 的時間長度不過 9 個多月，比其他間期短。且當時人們普遍相信仍有下一次的 QE(也就是 $I_4$ )，因此我們推測在 $I_3$ 時，仍因對 QE 的樂觀態度導致金價上漲。而在 $I_5$ 、 $I_6$ 時，由於美元的走強趨勢逐漸穩定，故由於人們對美元的信心增強，使得黃金的價格開始急遽下跌；但在 $I_7$ 時，由於市場的動盪，除了美元繼續走強之外，黃金價格的趨勢也急劇拉升。而原油並不如美元有如此直觀的影響，故在此不討論 QE 期間與非 QE 期間原油與黃金的關係。

#### 4.3 時間序列資料定態檢定

由於黃金價格原始資料存在線性趨勢，且變異程度隨時間逐漸增加，因此爾後所使用的黃金價格皆為利用 Box-Cox(George EP Box & Cox, 1964)轉換後的資料。為避免產生虛假迴歸，本研究分別對黃金現貨價格、原油現貨價格及美元指

數進行 ADF 單根檢定。由表 6 可得知黃金現貨價格須透過一階差分始為定態，為 I(1)序列；而原油及美元則可透過附錄二得知此兩變數亦為 I(1)序列。

表 6 2004 年 5 月~2015 年 2 月黃金現貨價格 ADF 定態檢定結果

變數 ADF 測試	黃金現貨價格			一階差分之黃金現貨價格		
	截距	截距與趨勢	無	截距	截距與趨勢	無
t 統計量	-2.227	-0.223	2.292	-10.012	-10.363	-9.668
5%臨界值	-2.884	-3.445	-1.943	-2.884	-3.445	-1.943
機率值	0.198	0.992	0.995	<0.001	<0.001	<0.001
結論	非定態(Non-stationary)			定態(stationary)		

當黃金現貨價格、原油現貨價格和美元指數皆確立為 I(1)序列時，須先觀察此三變數的相關圖( Correlogram)，發現 ACF 指數遞減且 PACF 有兩期顯著。因此根據資料的落後期數為兩期進行共整合檢定。根據表 7，接受至少有一組共整合的虛無假設，因此可以判斷變數間有共整合關係。

表 7 共整合之最大特性跟檢定

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.171	23.805	22.300	0.031
At most 1	0.067	8.851	15.892	0.450
At most 2	0.028	3.538	9.165	0.485

#### 4.4時間序列模型的建構

本研究首先針對黃金價格建立一個單維度時間序列模型，再加入原油及美元兩個變數以建立多維度時間序列模型。

##### 4.4.1 單維度時間序列模型

由於黃金價格為 I(1)序列，須將資料一階差分。為了配適 ARIMA 模型，須先移除平穩數據明顯的偏差，因此減去樣本平均數，產生一個序列能配適零平均平穩模型，進而觀察其 ACF 及 PACF 來建立 ARIMA 模型(Brockwell, 2002)。

首先透過附錄三的附圖 4 可發現 ACF 很快地落入隨機區間，故序列的趨勢基本以消除，但是在第 11 期顯著且存在一種週期性，推測是由於季節性所造成的，因此建立一個ARIMA(0,0,1)(0,0,1)<sub>12</sub>模型。此模型方程式為：

$$\begin{aligned}
 y_t &= (1 - \theta_1 L)(1 - \theta_{12} L^{12}) \varepsilon_t \\
 &= \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_{12} \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \theta_{12} \varepsilon_{t-13}
 \end{aligned} \tag{4-1}$$

其自我相關係數在時差為 1, 11, 12 與 13 時為顯著(不為零)，透過最大概似估計法來估計此模型的參數可得下式：

$$y_t = \varepsilon_t + 0.1307 \varepsilon_{t-1} - 0.06030 \varepsilon_{t-12} - 0.007883 \varepsilon_{t-13} \quad (4-2)$$

再透過 Q 統計量進行殘差檢定，得出模型前 12 期  $Q = 10.718 < \chi_{10,0.05}^2 = 18.307$ ，P-value 為 0.38，因此不拒絕虛無假設，代表此模型的殘差符合白噪音。

同理，透過附錄三的附圖 5 可發現 PACF 也很快地落入隨機區間，如同 ACF，在第 11 期顯著且存在一種週期性，因此也建立一個季節交乘模型 ARIMA(1,0,0)(1,0,0)<sub>12</sub>。此模型方程式為：

$$(1 - \beta_1 L)(1 - \beta_{12} L^{12}) y_t = \varepsilon_t$$

$$y_t = \beta_1 y_t + \beta_{12} y_{t-12} - \beta_1 \beta_{12} y_{t-13} + \varepsilon_t \quad (4-3)$$

其自我相關係數在時差為 1, 12 與 13 時為顯著(不為零)，透過最大概似估計法來估計此模型的參數可得下式：

$$y_t = 0.1216 y_{t-1} - 0.05831 y_{t-12} + 0.007089 y_{t-13} + \varepsilon_t \quad (4-4)$$

再透過 Q 統計量進行殘差檢定，得出模型前 12 期  $Q = 11.055 < \chi_{10,0.05}^2 = 18.307$ ，P-value 為 0.35，因此不拒絕虛無假設，代表此模型的殘差符合白噪音。

#### 4.4.1 多維度時間序列模型

在 GLAR 模型之下，本研究將黃金現貨價格( $y_t$ )的最大階期數設為 3 期，搭配原油現貨價格( $x_t$ )和美元指數( $z_t$ ) 落後一期以及落後二期的組合。根據表 8，選擇 AIC 值最小的模型，其組合為黃金現貨價格落後一期、原油價格落後一期以及美元指數落後兩期，將此組合視為第三種預測模型，表示式為

$$y_t = 0.158545 + C(L)y_{t-1} + D(L)x_{t-1} + B(L)z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-5)$$

其中  $C(L) = 0.994048$ ， $D(L) = -0.000467$ ， $B(L) = -0.004877 - 0.004001L$ 。由此 GLAR 模型可知，黃金受期前一期影響最明顯，而美元指數前一期和前兩期與黃金現貨價格為負向關係。另外，從 GLAR 模型來看，原油價格對黃金現貨價格亦為負向影響，但影響力並沒有大於美元指數，可推測黃金現貨價格除了受本身前一期價格的影響外，外生變數主要仍受到美元指數的影響較大。並且根據殘差檢定(參考附錄四)發現 Q 統計量及 P-value 皆為不拒絕虛無假設，表示此模型適用預測黃金現貨價格。

表 8 GLAR 各模型組合之 AIC 值

(p1,p2,p3)	AIC	(p1,p2,p3)	AIC
(1,1,1)	-3.539	(1,1,2)	-3.549
(2,1,1)	-3.517	(2,1,2)	-3.533
(3,1,1)	-3.500	(3,1,2)	-3.513
(1,2,1)	-3.521	(1,2,2)	-3.533
(2,2,1)	-3.506	(2,2,2)	-3.518
(3,2,1)	-3.489	(3,2,2)	-3.497

\*註：p1,p2,p3 分別代表黃金現貨價格 C(L)、原油現貨價格 D(L)及美元指數 B(L)的階次(order)

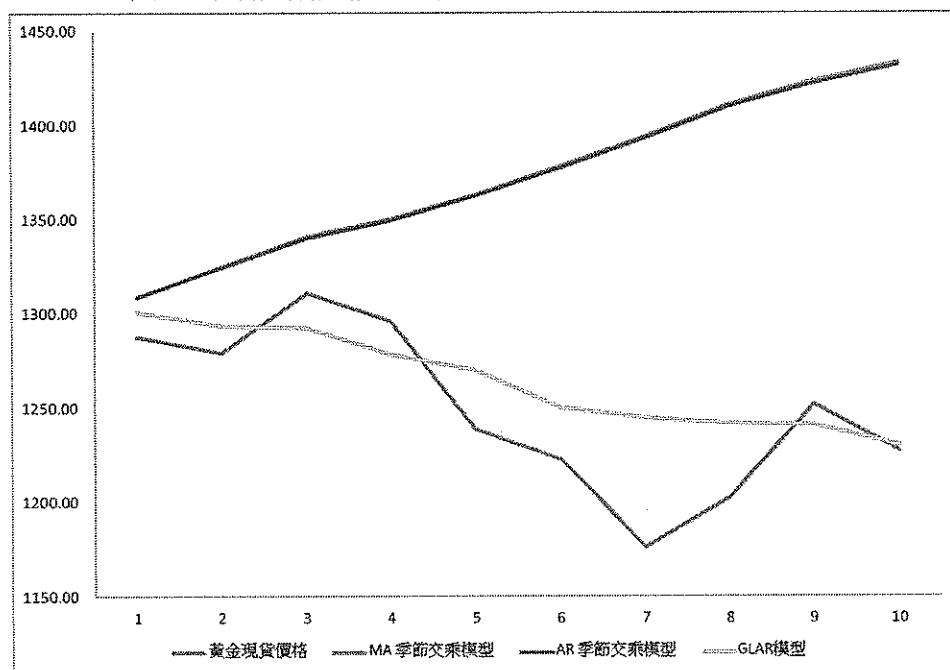
#### 4.5 樣本外預測之模型比較

為了判斷本研究所建構的三種模型哪一種為最佳模型，因此利用重複代入預測法進行樣本外預測，取 2004/01~2014/04 的資料來預測 2014/05~2015/02 共 10 筆資料，並以 RMSE、MAE 及 MAPE 比較三種模型的預測力，結果如下表 9，可看出本研究建立的 GLAR 模型的預測力指標皆為最小，透過圖 1 也可看出此模型最接近黃金現貨價格的原始值，因此選擇 GLAR 模型為本研究的最佳模型。

表 9 本研究所建構的模型之預測力比較

模型	RMSE	MAE	MAPE
ARIMA(0,0,1)(0,0,1) <sub>12</sub>	144.269	123.237	0.101
ARIMA(1,0,0)(1,0,0) <sub>12</sub>	143.510	122.537	0.100
GLAR 模型	30.188	24.461	0.019

圖 1 本研究所建構的三種模型的預測值與實際值之比較





## 5 結論

本研究致力於探討影響黃金價格的因素，並分成政策面與經濟指數面，兩個不同面向個別討論。政策面主要考量美國近年來實施之量化寬鬆政策，觀察 QE 實施期與非實施期的黃金價格、美元指數與原油價格的趨勢變化。實證發現 QE 對黃金價格並無直接的影響，但明顯可見 QE 對美元的影響。QE1 與 QE2 推出期間美元指數皆為下跌趨勢，實施 QE3 時雖無下跌，但也大幅削弱美元上漲力道。而美元指數亦對黃金價格有所影響，整體上呈現「美元跌，黃金漲」之反向關係。惟 QE3 後進入市場動盪期，導致趨勢稍微混亂不明，甚至短暫出現美元與黃金同向上漲之情形。因此本研究認為 QE 對黃金價格的影響是存在的，但影響的方式是潛在且間接的。原因可能來自黃金價格更容易受到其他經濟事件與商品價格的影響，使得 QE 的影響力無法彰顯。

經濟指數方面，透過黃金現貨價格的時間序列資料，本研究建立  $ARIMA(0,0,1)(0,0,1)_{12}$  及  $ARIMA(1,0,0)(1,0,0)_{12}$  兩個季節交乘模型，並由文獻參考得知美元及國際原油價格是影響黃金價格的重要因素，因此透過加入這兩種外生變數建構 GLAR 模型。最後以重複代入預測法進行樣本外預測，並透過 RMSE、MAE 及 MAPE 三種預測力指標及圖表的呈現可以得出最佳預測黃金價格的模型為 GLAR 模型。縱使此模型的預測值不同於實際值，但若從長期趨勢來觀察，此預測大致符合實際狀況，可視此 GLAR 模型有良好的預測能力，並且從此模型觀察到當美元指數走強時，會造成市場上黃金現貨價格的下降，證實此兩者有負向關係。至於原油，長期走勢大致上和黃金現貨價格相同，但卻對其價格影響力不高，造成預測結果和原本預期的有偏頗。因此，本研究顯示出，雖然黃金現貨價格與其歷史資料有高度的相關，但加上其他變數的資訊，更能準確的預測黃金現貨價格未來之趨勢。

## 6 建議

原本預設採用 event study 探討 QE 對金價的影響，受限於黃金的特殊地位，難以找到適當的指標衡量金價的超額報酬。有些研究以 S&P500 指數為指標，但本研究對此假設持懷疑態度，原因在於亦有許多文獻表示股價與金價呈反向關係，而 S&P500 指數正來自美國 500 家上市公司股價的市值加權。若有適當的指標，相信本研究的結論會更完善。

另外，在原油價格的走勢方面，由於近期國際市場上的變動以及在煉油方面之科技的突破，使得原油的供需出現變化，這些因素造成原油近期呈現下跌的趨勢，因此原本預期原油價格與黃金價格有正向影響，但由於國際市場的變化，便成了負向關係。建議未來若有重大事件，在研究過程時應特別提出來探討，以便提升預測的準確度。

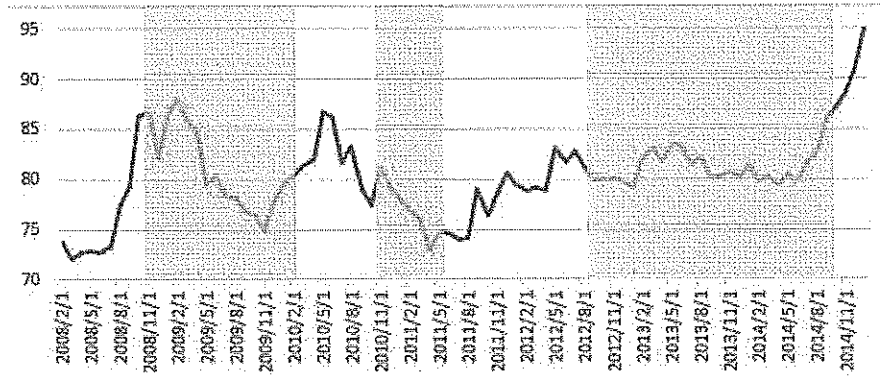
## 7 參考文獻

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 19(6), 716-723.
- Artigas, J. C. (2010). Linking global money supply to gold and to future inflation. *World Gold Council*.
- Blinder, A. S. (2010). Quantitative Easing: Entrance and Exit Strategies (Digest Summary). *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 92(6), 465-479.
- Box, G. E. (1976). P, and Jenkins, GM, "Time Series Analysis: Forecasting and Control,". *Time Series and Digital Processing*.
- Box, G. E., & Cox, D. R. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 211-252.
- Brockwell, P. J. (2002). *Introduction to time series and forecasting* (Vol. 1): Taylor & Francis.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*,

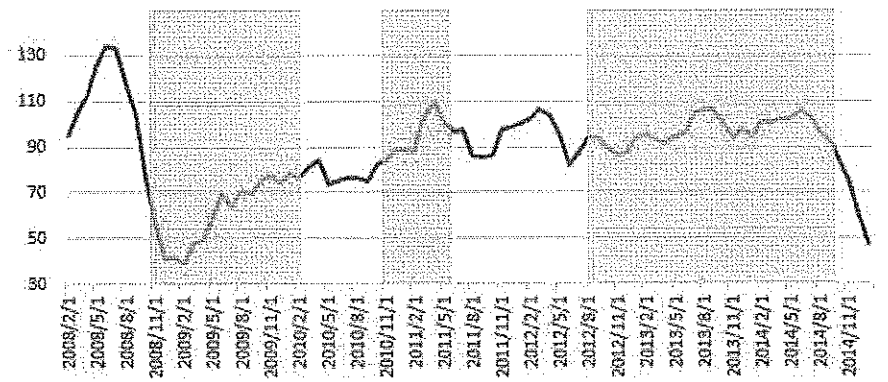
- 74(366a), 427-431.
- Eichengreen, B. (2013). Currency war or international policy coordination? *University of California, Berkeley*.
- Granger, C. W., & Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. *Journal of econometrics*, 2(2), 111-120.
- Johansen, S. (1988). Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of economic dynamics and control*, 12(2), 231-254.
- Joyce, M., Lasasosa, A., Stevens, I., & Tong, M. (2011). The financial market impact of quantitative easing in the United Kingdom. *International Journal of Central Banking*, 7(3), 113-161.
- Krishnamurthy, A., & Vissing-Jorgensen, A. (2011). The effects of quantitative easing on interest rates: channels and implications for policy: National Bureau of Economic Research.
- Lee, Y.-M., & Wang, K.-M. (2008). The Dynamic Relationships between Gold Return and US Dollar Depreciation. *風險管理學報* 10(1), 47-71.
- Ljung, G. M., & Box, G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2), 297-303.
- Nikos, K. (2006). Commodity prices and the influence of the US dollar. *World Gold Council*, 1, 1-12.
- Panyasombat, T. (2012). A Study of the Impact of two United States Quantitative Easing Programs on some Major Financial Markets. *AU-GSB e-JOURNAL*, 5(2).
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, 6(2), 461-464.
- Shephard, N. (1995). Generalized linear autoregressions.
- 范芝萍, 楊秉祐, 朱恆宏, 郭潼語, 鄧凱鴻, 葉佳蕙, ... 張博凱. (2014). 油價, 美元及美股對黃金價格走勢之影響-分量迴歸的應用. *明新學報* 40(2), 141-149.
- 謝鎮州. (2006). 股票, 黃金與原油價格互動關係之研究-以台灣為例, 逢甲大學經濟學系碩士論文.
- 關彥菱. (2008). 利率, 美元, 黃金價格及原油價格之動態傳遞效果.

## 8 附錄

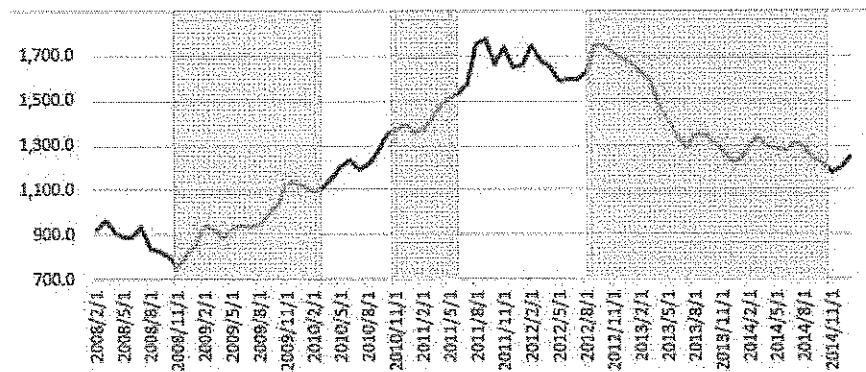
### 8.1 附錄一：黃金價格、美元指數與原油價格的歷史趨勢



附圖 1 美元指數歷史走勢圖



附圖 2 原油價格歷史走勢圖



附圖 3 黃金價格歷史走勢圖

## 8.2 附錄二：時間序列之定態檢定

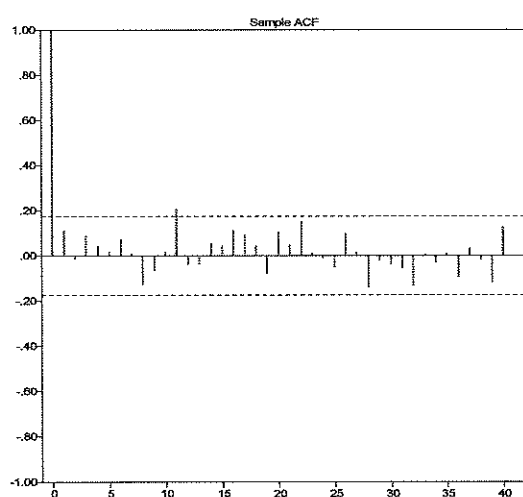
變數	原油現貨價格			一階差分之原油現貨價格		
	截距	截距與趨勢	無	截距	截距與趨勢	無
t 統計量	-2.208	-3.804	-0.254	-6.628	-6.663	-6.628
5%臨界值	-2.877	-3.435	-1.943	-2.878	-3.436	-1.943
機率值	0.204	0.019	0.593	<0.001	<0.001	<0.001
結論	非定態(Non-stationary)			定態(stationary)		

附表 1 2004 年 5 月~2015 年 2 月原油現貨價格 ADF 定態檢定結果

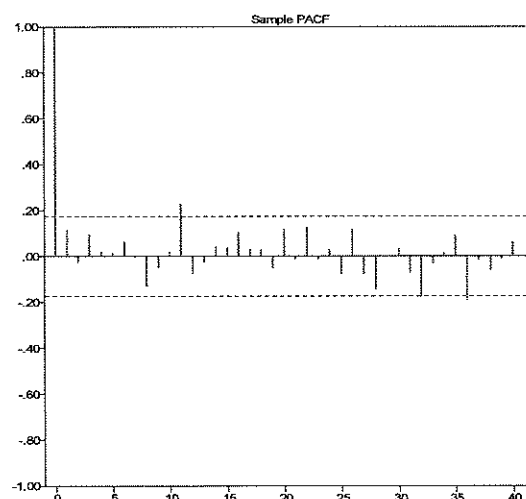
變數	美元指數			一階差分之美元指數		
	截距	截距與趨勢	無	截距	截距與趨勢	無
t 統計量	-2.636	-0.310	0.047	-4.470	-4.984	-4.498
5%臨界值	-2.884	-3.449	-1.944	-2.887	-3.449	-1.944
機率值	0.089	0.990	0.696	<0.001	<0.001	<0.001
結論	非定態(Non-stationary)			定態(stationary)		

附表 2 2004 年 5 月~2015 年 2 月美元指數 ADF 定態檢定結果

## 8.3 附錄三：單維度時間序列模型

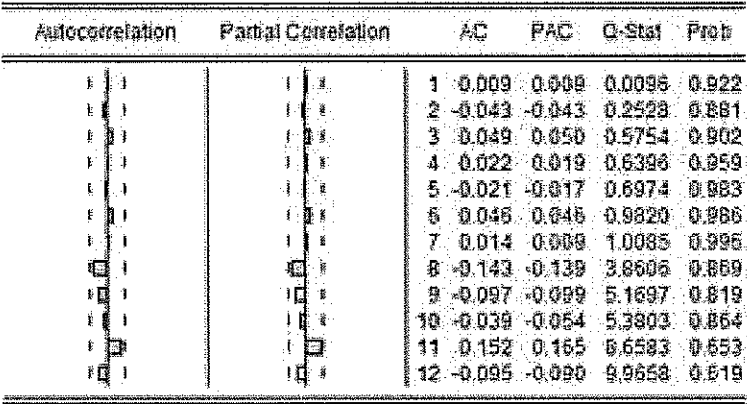


附圖 4 黃金現貨價格樣本的 ACF 圖



附圖 5 黃金現貨價格樣本的 PACF 圖

8.4 附錄四：多維度時間序列模型



附圖 6 GLAR 模型的殘差檢定

分工表

姓名	分工事項
陳紹平	QE 方法與實證
劉嘉玲	QE 方法與實證
謝竺珊	時間序列模型建構
吳佳錦	時間序列模型建構