



La Matematica in continuità tra la Scuola dell'Infanzia e la Scuola Primaria

Ipotesi teoriche, ricerche empiriche
ed esperienze ludiche
per una educazione matematica significativa

Bruno D'Amore e Martha Isabel Fandiño Pinilla
NRD Università di Bologna
Universida Francisco José de Caldas, Bogotá


1. LA MATEMATICA SI APPRENDE SPONTANEAMENTE

La parola "matematica"


la disciplina che appare delineata nel campo di esperienza "spazio, ordine, misura":

- è sì matematica, ma è meglio non dirlo;
- non è ancora matematica.

il bambino possiede sui numeri diverse competenze sulle quali è bene fondare la successiva didattica, evitando di considerarle nulle.




I bambini hanno numerose intuizioni sul numero come ordinale, cardinale, sul numero-valore del denaro, sul numero nell'uso relativo al tempo, sul numero come espressione di una misurazione, anche se certamente il numero più presente (quello che emerge in modo spontaneo) è il cosiddetto numero-etichetta.



Quali immagini si fanno i bambini del numero o, meglio, dei particolari numeri? Quali immagini si fanno dei predicati legati ai numeri? Insomma, che cosa significa, per esempio, che un numero è "grande"?

Le interviste effettuate ai bambini possono produrre conoscenza in questo campo, se sono condotte magistralmente e se l'intervistatore tiene presente che il soggetto risponderà non alla domanda posta, ma alla domanda che lui (il soggetto stesso) ha desunto, ricavato, creato per sé stesso, semmai sollecitato dalla domanda dell'intervistatore: per assonanza, per sollecitazione di un'immagine o grazie all'evocazione di un ricordo...

Non tener conto di questa realtà può produrre errori di interpretazione ridicoli o addirittura gravi.



Da alcuni anni, mentre le sollecitazioni didattiche proposte dal gruppo NRD di Bologna negli anni passati proseguono nella loro autonoma capillare diffusione, noi stiamo lavorando a una nuova impresa che, chissà, potrebbe portare a conclusioni didattiche diverse.

Stiamo studiando soprattutto l'apprendimento spontaneo della matematica, per il quale meglio si adatta il termine "**ingenuo**". Ciò sia ai livelli di scuola superiore, media e primaria, sia nella scuola dell'infanzia.

2. QUALCHE ESEMPIO, PER COMINCIARE

Spazio, Ordine, Misura, ovvero: parole-chiave per indicare la Matematica non come disciplina a sé stante, avulsa da un contesto reale, ma come campo di esperienza. La Matematica è una forma di conoscenza che si può rintracciare in molte attività, pratiche o anche solo linguistiche.

Esempio 1: Giochiamo a "Rubamazzo"?

- Mi piace giocare a carte, ma non so come si fa quel gioco.
- Te lo spiego io.

Esempio 2: Gioco delle costruzioni, libero o strutturato

Esempio 3: Giocare è in molti casi già fare matematica

Esempio 4: Il racconto di un'esperienza, sia con linguaggio verbale, sia con altre forme linguistiche non verbali




Esempio 5: Simbolizzazione

Perché "+" significa "addizione"? Per puro accordo; in passato per indicare la somma di 4 e 5 si scriveva «4 plus 5»: il simbolo riassume l'espressione linguistica del concetto in esame.

Oggi si scrive 4×5 , laddove una volta si scriveva «4 fia 5» per dire "quattro volte cinque", cioè quattro per cinque.

Accettare e poi usare a propria volta simboli che non sono "scheletri" di parole conosciute, allusioni a quel che si intende dire, ma puri accordi, è profondamente matematico.



Perché $+$ dovrebbe rappresentare meglio l'addizione che non il simbolo \times usato invece per la moltiplicazione?

Perché in Italia usiamo $:$ per la divisione, mentre in molti altri Paesi del mondo si scrive \div ?

Si tratta, di accordi che devono essere espliciti proprio per la loro natura;

per esempio, l'uso di virgola e punto; noi scriviamo 7,5 per dire sette e mezzo (come numero e non come ora), laddove molti Paesi scrivono 7.5;

noi scriviamo 1.000.000 per scrivere un milione, laddove molti Paesi scrivono 1,000,000.

Se uno non sa queste cose, rischia ... cantonate colossali.

Esempio 6: Intervenire nell'ambiente per modificarlo e dunque progettare, eseguire, verificare, discutere


Esempio 7: Descrizione, comunicazione



Esempio 8: Giochi su numeri come parole, come simboli o altro

Ma in questi casi si parla sempre di numeri orali, detti a voce.

Interessanti esperienze sono state fatte sulla produzione spontanea scritta dei numeri, con risultati inattesi: dal bambino che disegna una mano per indicare cinque, al bambino che sa già che cinque si scrive 5, ma che poi lo scrive simmetrico; al bambino che sa che deve esistere un simbolo per indicare cinque, ma non sa qual è, e allora se lo inventa; al bambino che sa che esiste un segno grafico per il cinque, ma lo trae dal mondo delle lettere e scrive: P



Punteremo su due obiettivi del tutto inconsueti nella didattica della matematica, che sono poi gli stessi che poniamo alla base, da un bel po' di tempo, degli altri livelli scolastici:

- suscitare simpatia nei riguardi delle attività a carattere matematico;
- favorire una bella immagine di tutto ciò che riguarda la matematica.

3. MODELLI MENTALI CHE SI FORMANO SPONTANEAMENTE

Lo stereotipo è annidato dovunque:

- nei modi di dire
- nei modi di fare
- nei modi di pensare.

PER ADULTI:

Un autobus parte dal capolinea con 3 passeggeri a bordo. Alla prima fermata salgono altri 3 passeggeri. Alla fermata successiva scende 1 passeggero e ne salgono 4. Alla fermata dopo scendono 2 passeggeri e ne salgono 5. Alla fermata dopo scende 1 passeggero e ne salgono 3. Alla fermata dopo non scende alcun passeggero e ne salgono 4.

...

Al posto dei puntini c'è la domanda. Quale domanda si aspetta il lettore?



Quella proposta da noi è:

Quante fermate ha fatto l'autobus?


È ben noto il risultato che molti bambini di scuola elementare danno al seguente problema:

Un pastore ha 4 pecore grigie, 6 bianche, 3 nere e 5 capre. Quanti anni ha il pastore?

Risposta: 18, somma dei dati numerici presenti nel testo

... si formano due apprendimenti:

- uno profondo, al quale contribuisce ogni ambiente;
- uno epidermico, che spesso ha come fonte la scuola.



Apprendere vuol dire essere in grado di compiere un processo di assimilazione e accomodamento, d'accordo. Ma questo processo va aiutato, non impedito.

Proprio in quei bambini nei quali la consapevolezza è nulla e si limitano a fare quel che credono si aspetti l'insegnante, in modo acritico, si ha il rifiuto; si crea uno iato che potrebbe anche essere incolmabile (anche perché a questa impossibilità di adeguare il proprio modello, formato a causa della nuova strana situazione, se ne aggiungono, in matematica, mille altre).

Per esempio in primaria la moltiplicazione fatta fino a ora era fra quantità discrete, caramelle, soldatini, automobiline, ...; d'improvviso si moltiplicano due lunghezze per avere un'area e quindi si passa a moltiplicare tra loro due grandezze continue).


4. AIUTARE IL FORMARSI DI MODELLI CORRETTI

- Esempio 1: Il gioco della caccia al "numero"
- Esempio 2: Il numero nel calendario
- Esempio 3: Il gioco del numero più grande
- Esempio 4: I numeri della probabilità
- Esempio 5: Organizzazione dello spazio
- Esempio 6: Attività logiche
- Esempio 7: Esperienze di misura



5. CARATTERI GENERALI DEI PROCESSI DI INSEGNAMENTO-APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA NELLA SCUOLA DELL'INFANZIA


- Il mondo è pieno di numeri.
- La struttura della conta numerica dipende dal contesto nel quale la si usa.
- I numeri hanno tutti un nome, ma non dipendono dal loro nome.
- Non posso condizionare il mondo ed i suoi avvenimenti con la forza del mio desiderio.
- Lo spazio è misurabile, organizzabile razionalmente.
- L'uso della lingua risponde a un progetto.
- Lo spazio è misurabile, organizzabile razionalmente.
- La misura delle cose dipende dalle cose, ma la sua espressione numerica dipende dalle mie scelte.



Dagli esempi proposti risulta che l'atteggiamento generale dell'educatore in matematica, specie (ma non solo) nell'ambito della scuola dell'infanzia, è principalmente un atteggiamento di disponibilità a mettere in discussione i propri convincimenti, accettando di prendere in esame seriamente e senza prosopopea le proposte razionali del bambino.

Farsi un modello mentale è una cosa, ma produrlo all'esterno è tutt'altro!

Occorre saper sfruttare l'esperienza, saper fare uso di un ampio bagaglio linguistico, almeno in parte essere consapevoli dell'esistenza di quella che gli psicologi chiamano k-tacita (conoscenza tacita) che, spesso, è difficile da esprimere a parole; occorre (e questo punto, a mio avviso, ingloba tutti gli altri) saper "tradurre" una sensazione (il modello interno) in una produzione esterna che gli altri possano comprendere.




L'atteggiamento dell'insegnante di matematica di fronte all'errore non deve essere quello (ahimè, il più diffuso) di chi dice sempre: "No, hai sbagliato, non va bene", ma anzi quello che (proprio per le peculiarità della disciplina) afferma: "Sì, sì, va bene; e se tu provassi a...".

Apprendere vuol dire avere disponibilità-capacità ad ampliare l'immagine.

Insegnare vuol dire: rendere possibile e naturale questo processo.

Uno dei pilastri della ricerca in didattica si basa sulla necessità della metacognizione: avere consapevolezza di quel che so. E, si può aggiungere: avere consapevolezza di quel che so fare.



Saper descrivere la propria conoscenza è un obiettivo di altissimo livello, metacognitivo.


■ Esempio 1. Per descrivere le regole di un gioco si fa così e così...

■ Esempio 2. Per disegnare un oggetto si fa così e così...

■ Esempio 3. Per calcolare il giorno di rientro a scuola dopo le vacanze di Pasqua si fa così e così...

È molto di più che il semplice descrivere le regole del Rubamazzo, che disegnare una mela, che calcolare che giorno viene dopo il 31 marzo, ...


Ma bisogna accettare il fatto che i bambini della scuola dell'infanzia e del primo anno della scuola primaria ... non sono matematici adulti. Dunque si esprimeranno a modo loro.



È vero. Ma questo discorso adulto è destinato ad educatori ed è bene che essi abbiano perfetta consapevolezza del fatto che la matematica è disciplina in continua evoluzione; tanto più se essi hanno accettato il carattere generale delineato sopra, che li vede attivi come educatori e non passivi ripetitori più o meno smalizzati.

È falso. Il paragone tiene benissimo. Proprio a causa della sua ingenuità (o, meglio, per mancanza di remore che verranno, poi, indotte dalla scuola), nel bambino piccolo c'è un continuo salto di livello: dal **fare** al **come si fa**.

Per esempio, basta vedere come il bambino costruisce la lingua parlata: mentre la fa (per imitazione, essenzialmente) la costruisce (per riflessione sul processo in base al quale l'ha costruita; l'esempio tipico italiano è: io vado, tu vai, egli va, noi andiamo,.... oppure: io ando, tu andi, egli anda, noi andiamo,...).



Matematica e lingua sono sempre campi di esperienza molto vicini. Nel programma di italiano per la scuola primaria si parla esplicitamente di "riflessione sulla lingua".

6. CONOSCENZE ALLA BASE DELLE STRATEGIE INGENUE MESSE IN ATTO NEL FARE MATEMATICA

- Esempio 1: Il bambino sa contare.
- Esempio 2: Il bambino sa che i numeri hanno funzioni anche molto diverse fra loro.
- Esempio 3: Il bambino sa organizzare strategie.
- Esempio 4: Il bambino sa rappresentare situazioni.
- Esempio 5: Il bambino ha varie idee sulla misura e sul processo di misurazione, in vari contesti.
- Esempio 6: Il bambino ha discrete competenze su varie questioni di natura topologica.
- Esempio 7: Il bambino ha una discreta competenza sul fatto che vi siano regole nella formazione delle frasi e delle singole parole.

7. STRATEGIE INGENUE NEL FARE MATEMATICA

Che cosa fanno i bambini della scuola dell'infanzia quando si accingono a fare matematica?

Il contratto didattico così fortemente presente negli atteggiamenti usuali nella scuola primaria, ha forse minore influenza in questa fase, perché nella scuola dell'infanzia non c'è ancora una vera e propria attesa sociale o una omologazione spinta dei comportamenti richiesti agli allievi. Non c'è valutazione

Il che spiega, a nostro avviso, il perché della varietà di risposte segnalate nel caso dell'esempio 4 (il «problema del pastore») e la successiva uniformità già nel maggio della prima primaria; il contratto didattico è scattato: non puoi più essere spontaneo, devi rispondere secondo certi canoni che la scuola, pian piano, ti impone. Tra essi: ai problemi di carattere matematico si deve rispondere formalmente.


In una classe di II media abbiamo proposto questo testo:

Fa una crocetta sull'esagono regolare:



A complicare ancora di più le cose nei rapporti tra tendenza ingenua e soluzione data, c'è l'attesa che ha l'insegnante circa l'interpretazione logica del problema e quella che invece dà il ragazzo in base alla propria esperienza.

Un esempio valga per tutti. In più classi del secondo ciclo della scuola primaria abbiamo dato il seguente test, dopo averne discusso con gli insegnanti:




Giovanni lavora dalle 21 del martedì alle 6 del mercoledì.
Quante ore lavora?
Antonio viaggia dalle 21 del martedì alle 6 del giovedì.
Quante ore viaggia?
Che differenza c'è tra i due problemi?

È ovvio che l'attenzione degli insegnanti si è concentrata sulla differenza tra il mercoledì e il giovedì nei due problemi e dunque su quel +24 che caratterizza la soluzione del secondo problema rispetto al primo. A parte le risposte numeriche date dai ragazzi, la cosa che a noi qui interessa è che alla terza domanda una quantità enorme di ragazzi ha risposto:


«Che Giovanni lavora e Antonio viaggia»,

con totale genuino disinteresse per l'aspetto logico, ma con un totale genuino interesse, viceversa, per l'aspetto narrativo.



La lingua naturale è il perno, con tutte le sue ricche peculiarità, dell'apprendimento. Il suo apparato logico è più che sufficiente per gli scopi di tutta la scuola dell'infanzia e del primo ciclo della scuola primaria, ma anche oltre.


Quel che deve passare, come messaggio, è che la matematica non si fa solo facendo .. matematica; fare matematica è assumere un certo atteggiamento nel fare anche le altre cose. Un certo modo di "vedere" il mondo, di «interpretare» la realtà, di interpretare gli avvenimenti. Negli atteggiamenti ingenui messi in atto dai bambini, tutto ciò potenzialmente c'è già. Bisogna stare attenti a non bloccarlo in favore di atteggiamenti troppo formali e, comunque, non spontanei.



Salta fuori la parola magica **coerenza**, ma con un significato diverso da quel che essa significa oggi nella pratica matematica dei matematici... Attorno al concetto di coerenza si è organizzato un forte rinnovamento della ricerca matematica scientifica (non didattica) negli ultimi 100 anni, tanto da sostituire il termine «verità» con «coerenza» (e qui ci sarebbe molto da dire).


Noi intenderemo coerenza solo come non-contraddizione tra le singole parti e le parti e il tutto; oppure come congruenza tra le proposte fatte dal bambino e la sua invenzione.

Ma, e questo va detto in modo esplicito, non vorremmo che la coerenza venisse banalmente identificata con "rispondenza al reale" anche perché non crediamo che questo criterio sia significativo per i bambini di 3-6 anni, età nella quale il confine tra mondo reale e mondo fantastico è assai labile.



Per esempio, dobbiamo essere disposti ad ammettere che vi sia una coerenza all'interno di certe favole, anche se esse contrastano con il reale: non esistono stivali fatati ma, se ammettiamo che esistano, allora perché non ammettere che chi li indossa può fare con un solo passo sette leghe? La chiameremmo «coerenza locale», da studiare caso per caso.

Qualcuno dovrà sobbarcarsi il carico di trasformare in applicazioni concrete, in indicazioni operative, queste riflessioni che, però, traggono spunto proprio da attività realmente effettuate nelle classi e da prove sperimentate in varie città italiane e non solo.



Ci sembra necessario ribadire che questo tipo di attenzione al bambino, protagonista della costruzione del proprio sapere matematico, sta caratterizzando la didattica degli ultimi decenni dopo che, per lungo tempo, si era posto l'accento soprattutto sul processo di insegnamento.

Ciò comporta un accresciuto rispetto del soggetto che apprende e una maggior consapevolezza delle difficoltà e dei limiti dell'acquisizione di cultura e di metodo.