

Aggregate Planning Optimization through Linear Programming: An Integrated Model with External Suppliers

Optimización de la Planeación Agregada mediante Programación Lineal: Un Modelo Integrado con Proveedores Externos

Vicente Ramírez Samperio

Heriberto de la Cruz Reséndiz

Resumen:

Este artículo presenta el desarrollo de un modelo de planeación agregada de la producción que incorpora la gestión simultánea de tres proveedores con diferentes características de costo y capacidad. El objetivo principal es optimizar la toma de decisiones en el mediano plazo, equilibrando la demanda proyectada con la capacidad de producción disponible, mientras se minimizan los costos totales asociados a la producción, almacenamiento y adquisición de insumos. Para ello, se propone un modelo matemático basado en programación lineal, el cual permite evaluar distintos escenarios de suministro y producción. Los resultados obtenidos muestran que la inclusión de múltiples proveedores mejora la flexibilidad del sistema y permite una mejor adaptación ante variaciones en la demanda o en la disponibilidad de recursos. Este enfoque proporciona una herramienta útil para la toma de decisiones estratégicas en entornos de manufactura con cadenas de suministro diversificadas.

Palabras clave: planeación agregada, proveedores múltiples, optimización, programación lineal, cadena de suministro.

Abstract:

This article presents the development of an aggregate production planning model that incorporates the simultaneous management of three suppliers with different cost structures and capacities. The main objective is to optimize medium-term decision-making by balancing projected demand with available production capacity, while minimizing total costs associated with production, inventory, and procurement. A linear programming model is proposed to evaluate various supply and production scenarios. The results show that including multiple suppliers enhances system flexibility and allows better adaptation to fluctuations in demand.

or resource availability. This approach provides a valuable tool for strategic decision-making in manufacturing environments with diversified supply chains.

Keywords: aggregate planning, multiple suppliers, optimization, linear programming, supply chain.

Introducción:

La planeación agregada de la producción (PAP) constituye una herramienta clave dentro de la administración de operaciones, al permitir la toma de decisiones estratégicas para equilibrar la oferta y la demanda de productos en horizontes de mediano plazo. Esta técnica busca optimizar los recursos de producción disponibles, minimizando costos y manteniendo niveles de servicio adecuados, en un entorno de restricciones financieras, operativas y de inventario (Aziez & Nourelfath, 2014). En la actualidad, los desafíos en la gestión de cadenas de suministro globales —con múltiples proveedores, condiciones cambiantes del mercado y restricciones logísticas— han intensificado la necesidad de modelos más robustos y flexibles de PAP.

Diversos enfoques han surgido para adaptar la PAP a contextos complejos. Por ejemplo, se han aplicado modelos de optimización robusta para enfrentar la incertidumbre en la demanda y los retrasos de proveedores, logrando soluciones estables en entornos dinámicos (Zandieh et al., 2018). Asimismo, la integración de políticas de postergación (“postponement”) permite aumentar la capacidad de respuesta ante variaciones en la disponibilidad de insumos y tiempos de entrega, optimizando simultáneamente costos de producción e inventarios (Zandieh et al., 2018). Estas estrategias son especialmente valiosas cuando las empresas dependen de múltiples proveedores, cuyas condiciones de operación varían entre regiones, capacidades y niveles de confiabilidad.

En este contexto, también han cobrado relevancia las soluciones basadas en inteligencia artificial y algoritmos genéticos, que permiten generar planes de producción adaptativos, considerando restricciones complejas en entornos de múltiples plantas o proveedores (Sadeghi et al., 2022; Dogan & Goekcen, 2003). Además, los marcos colaborativos fundamentados en teoría de juegos han sido propuestos para coordinar decisiones entre distintos actores de la cadena de suministro, promoviendo la cooperación entre proveedores y productores para lograr beneficios conjuntos (Rezaei et al., 2019).

El presente artículo analiza cómo la planeación agregada puede emplearse eficazmente para resolver problemas productivos que involucran múltiples proveedores, proponiendo un enfoque estructurado basado en un modelo matemático de programación lineal.

Procedimiento:

La planeación agregada es el proceso de desarrollar planes tácticos para satisfacer la demanda futura mediante el ajuste de la producción, la fuerza laboral, el inventario y otras variables operativas, con el objetivo de minimizar los costos totales durante un horizonte de planificación de mediano plazo (Chopra & Meindl, 2019). El modelo se basa en el uso de unidades agregadas, es decir, no se planifica por producto individual, sino por familias de productos o unidades equivalentes. Esto simplifica el proceso de toma de decisiones y permite una visión más estratégica de la operación. Las decisiones clave incluyen cuánto producir en tiempo normal y en horas extra, cuántos trabajadores contratar o despedir, cuánto inventario mantener y cuánta producción subcontratar a proveedores externos.

La función principal de este modelo es equilibrar la oferta y la demanda de manera eficiente, considerando las restricciones de capacidad, los costos de operación y las políticas de la empresa. A través de este enfoque, se busca minimizar el costo total de operación, que incluye costos de producción, almacenamiento, contratación, despido y subcontratación, al tiempo que se asegura el cumplimiento de la demanda del mercado.

A continuación, presentamos un caso desarrollado con ayuda de inteligencia artificial para demostrar la aplicación de un modelo de planeación agregada de la producción:

Un equipo de ingenieros industriales trabaja para ManuTech S.A., una empresa líder en la fabricación de componentes electrónicos, a los cuales se les ha encomendado revisar y completar el plan de producción para los próximos 12 meses.

La empresa fabrica un tipo de componente electrónico estandarizado que puede medirse en unidades agregadas de producción. El departamento de ventas ha proporcionado los siguientes pronósticos de demanda mensual (en miles de unidades):

Mes	Demanda en miles de unidades
Enero	1050
Febrero	1150
Marzo	1300
Abril	1400
Mayo	1550
Junio	1700
Julio	1890
Agosto	1620
Septiembre	1050
Octubre	1250
Noviembre	1200
Diciembre	1350

Datos de producción interna:

- La planta opera 23 días por mes, con turnos de 8 horas cada día.
- Un trabajador puede ensamblar un producto cada 12 minutos.
- Los trabajadores reciben un salario de \$25 por hora y una prima de 50% por tiempo extra.
- La planta tiene la capacidad de producir 36,000 unidades al día en tiempo normal
- La fuerza laboral inicial es de 900 trabajadores, la cual es el número máximo de empleados permitidos por periodo, asimismo la fuerza laboral puede disminuir a no menos de 600 trabajadores por periodo.
- El costo de contratar trabajadores es de \$27
- El costo de despedir trabajadores es de \$29
- El costo de los componentes para cada producto fabricado internamente es de \$24.
- El almacenamiento de inventario tiene un costo de \$3 por unidad por mes.
- El tiempo extra está limitado a un máximo de 18 horas por mes por empleado.
- La empresa cuenta con un inventario inicial de 60,000 unidades y desea terminar el año con el mismo nivel.

Datos de los proveedores externos: La empresa cuenta con tres proveedores que pueden fabricar el mismo componente para satisfacer la demanda:

Proveedor A:

- Capacidad máxima: 145,000 unidades por mes
- Costo por unidad: \$32
- Tiempo de entrega: Inmediato (mismo mes)

Proveedor B:

- Capacidad máxima: 136,000
- Costo por unidad: \$28.50
- Tiempo de entrega: Inmediato (mismo mes)

Proveedor C:

- Capacidad máxima: 115,000 unidades por mes
- Costo por unidad: \$25
- Tiempo de entrega: Inmediato (mismo mes)

Se desea:

Desarrollar un modelo matemático de programación lineal de planeación agregada, que determine el plan de producción óptimo considerando la producción interna y los tres proveedores externos.

Implementar una aplicación en Shiny donde se capturen los parámetros de entrada a este problema y arroje resultados de:

- Cuál es el programa de producción óptimo (producción interna y subcontratación)
- Cuál es el costo total anual de este programa
- Cuál es la utilización de cada proveedor por mes

Modelo de programación lineal:

Para poder desarrollar el modelo de programación lineal, se definen las siguientes variables y parámetros:

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Días por mes	-	23	días
Horas por turno	-	8	horas/día
Tiempo por unidad	-	12	minutos/unidad
Unidades por trabajador-hora	-	5	unidades/hora
Salario regular	-	\$25	\$/hora
Salario tiempo extra	-	\$37.5	\$/hora

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Costo material interno	-	\$24	\$/unidad
Costo contratación	-	\$27	\$/trabajador
Costo despido	-	\$29	\$/trabajador
Costo inventario	-	\$3	\$/unidad/mes
Máximo horas extra	-	18	horas/empleado/mes
Fuerza laboral inicial	W_0	900	trabajadores
Fuerza laboral mínima	-	600	trabajadores
Fuerza laboral máxima	-	900	trabajadores
Inventario inicial	I_0	60,000	unidades
Inventario final deseado	-	60,000	unidades

Tabla 1.1: Parámetros obtenidos del problema a considerar en el modelo de programación lineal

Tipo de Capacidad	Valor	Unidad
Capacidad por trabajador (tiempo regular)	920	unidades/trabajador/mes
Capacidad por trabajador (tiempo extra)	90	unidades/trabajador/mes
Capacidad total planta (tiempo regular)	828,000	unidades/mes

Tabla 1.2: Capacidad de la planta en tiempo normal y en tiempo extra al mes

Proveedor	Capacidad Máxima	Costo por Unidad	Tiempo de Entrega
A	45,000 unidades/mes	\$32/unidad	Inmediato
B	36,000 unidades/mes	\$28.5/unidad	Inmediato
C	15,000 unidades/mes	\$25/unidad	Inmediato

Tabla 1.3: Capacidad mensual de los proveedores A, B y C con su respectivo costo por unidad.

Variable	Descripción	Unidad	Índice Temporal	Tipo
P_t	Unidades producidas en tiempo regular	unidades	$t = 1, 2, \dots, 12$	Continua
O_t	Unidades producidas en tiempo extra	unidades	$t = 1, 2, \dots, 12$	Continua
W_t	Número de trabajadores empleados	trabajadores	$t = 1, 2, \dots, 12$	Entera
H_t	Número de trabajadores contratados	trabajadores	$t = 1, 2, \dots, 12$	Entera
F_t	Número de trabajadores despedidos	trabajadores	$t = 1, 2, \dots, 12$	Entera
S_{At}	Unidades compradas al Proveedor A	unidades	$t = 1, 2, \dots, 12$	Continua
S_{Bt}	Unidades compradas al Proveedor B	unidades	$t = 1, 2, \dots, 12$	Continua
S_{Ct}	Unidades compradas al Proveedor C	unidades	$t = 1, 2, \dots, 12$	Continua

Variable	Descripción	Unidad	Índice Temporal	Tipo
I_t	Inventario al final del mes	unidades	$t = 1, 2, \dots, 12$	

Tabla 1.4: Variables de decisión del problema a considerar en la formulación de la F.O. y las restricciones del modelo de P.L.

Desarrollo matemático:

La función objetivo del modelo de programación lineal es

$$\begin{aligned}
 MIN Z = \sum_{t=1}^{12} & 4600W_t + 7.5O_t + 24O_t + 24P_t + 27H_t + 29F_t + 32S_{At} + 28.5S_{Bt} \\
 & + 25S_{Ct} + 3I_t
 \end{aligned}$$

Se busca minimizar el costo total, que está compuesto por:

1. Costo de producción en tiempo normal (mano de obra y materiales)
2. Costo de producción en tiempo extra
3. Costo de mantener inventario
4. Costo de subcontratación con los tres proveedores

El modelo se encuentra sujeto a las siguientes restricciones:

1.- Restricciones de balance de inventario:

Para $t=1$:

$$I_1 = 60,000 + P_1 + O_1 + S_{A1} + S_{B1} + S_{C1} - 1,050,000$$

Para $t>1$:

$$I_t = I_{(t-1)} + P_t + O_t + S_{AT} + S_{BT} + S_{CT} - (1000D_t)$$

Inventario final deseado:

$$I_{12} = 60,000$$

2.- Capacidad de producción regular

$$P_1 \leq 920W_t$$

Tomando en cuenta que cada trabajador produce 920 pzs/mes en tiempo regular.

3.- Capacidad de tiempo extra:

$$O_t = 90W_t$$

Tomando en cuenta que cada trabajador produce 90 pzs/mes en tiempo extra considerando el límite de 18 horas.

4.- Balance de fuerza laboral:

Para $t=1$

$$W_1 = 900 + H_1 - F_1$$

Para $t>1$

$$W_t = W_{(t-1)} + H_t - F_t$$

5.- Límite de fuerza laboral:

$$600 \leq W_t \leq 900$$

6.- Capacidad de proveedores:

$$S_{At} \leq 145,000$$

$$S_{Bt} \leq 136,000$$

$$S_{Ct} \leq 115,000$$

7.- No negatividad:

$$\text{Para } t = 1 \dots 12$$

$$P, O, W, H, S, I_t \geq 0$$

Solución óptima:

Para obtener el plan de trabajo óptimo, y con ayuda de la inteligencia artificial, codificamos en lenguaje Shiny el modelo de programación lineal, el cual está descrito en el siguiente enlace de Github:

<https://github.com/bbto777/ADP-PROYECTO.git>

Después de ejecutar el programa, obtuvimos la siguiente tabla:

\$428,108,000

Costo Total Anual

\$

Resuelto

Estado de la Solución

✓

10,908,000

Total Unidades Producidas

🏭

Plan de Producción Mensual

Mes	Demanda	Inv. Inicial	Prod. Regular	Prod. Extra	Trabajadores	Contratados	Despedidos	Prov. A	Prov. B	Prov. C	Inv. Final
January	1,050,000	60,000	828,000	81,000	900	0	0	0	0	81,000	0
February	1,150,000	0	828,000	81,000	900	0	0	0	126,000	115,000	0
March	1,300,000	0	828,000	81,000	900	0	0	140,000	136,000	115,000	0
April	1,400,000	0	828,000	81,000	900	0	0	145,000	136,000	115,000	0
May	1,550,000	0	828,000	81,000	900	0	0	145,000	136,000	115,000	0
June	1,700,000	0	828,000	81,000	900	0	0	145,000	136,000	115,000	0
July	1,890,000	0	828,000	81,000	900	0	0	145,000	136,000	115,000	0
August	1,620,000	0	828,000	81,000	900	0	0	145,000	136,000	115,000	0
September	1,050,000	0	828,000	81,000	900	0	0	0	26,000	115,000	0
October	1,250,000	0	828,000	81,000	900	0	0	90,000	136,000	115,000	0
November	1,200,000	0	828,000	81,000	900	0	0	40,000	136,000	115,000	0
December	1,350,000	0	828,000	81,000	900	0	0	145,000	136,000	115,000	0

Showing 1 to 12 of 12 entries

Previous

1

Next

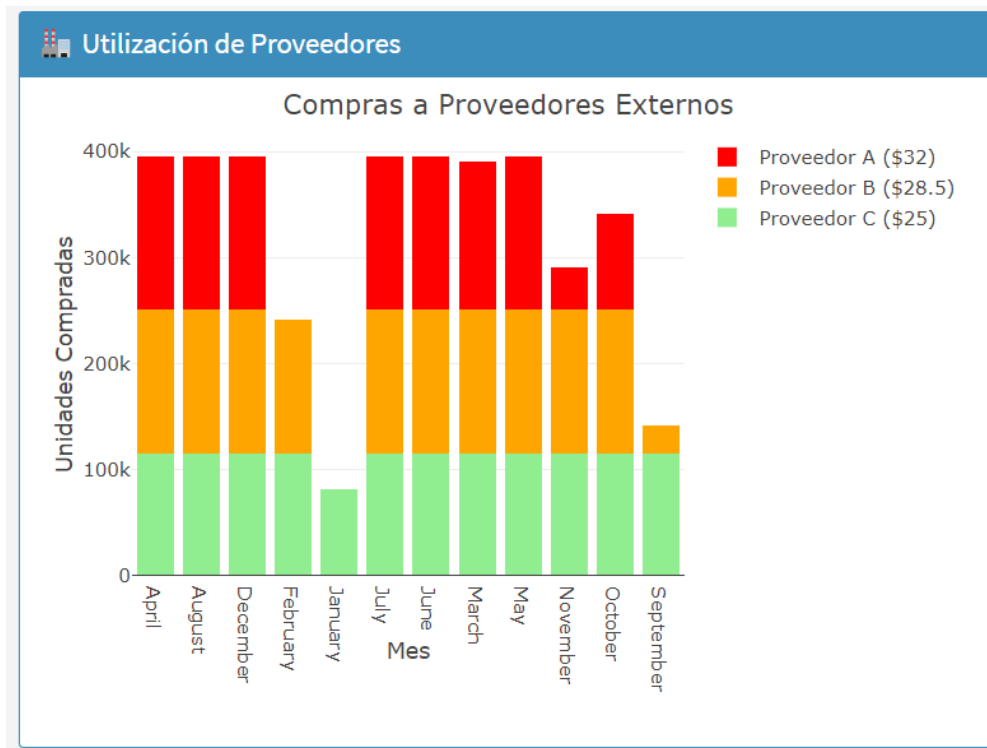
Imagen 1: Tabla del modelo resuelto

Desglose de Costos Mensuales

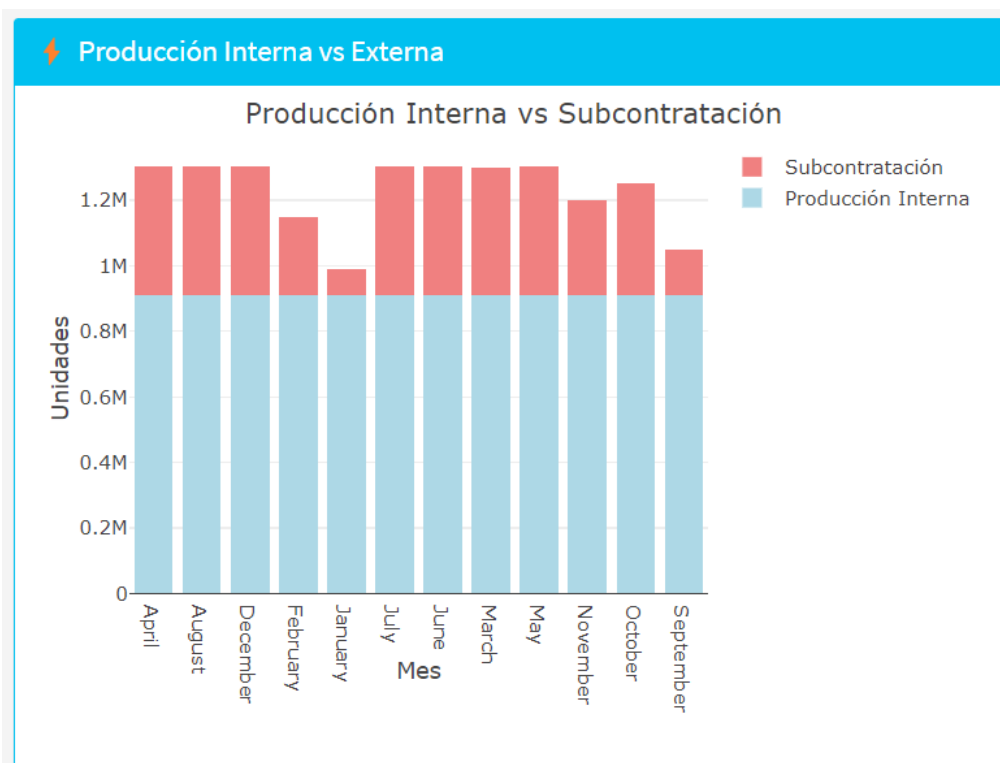
Mes	Costo_Salarios	Costo_Tiempo_Extra	Costo_Materiales	Costo_Contratacion	Costo_Despido	Costo_Prov_A	Costo_Prov_B	Costo_Prov_C	Costo_Inve
January	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$ 0	\$ 0	\$2,025,000	\$0
February	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$ 0	\$3,591,000	\$2,875,000	\$0
March	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,480,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
April	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,640,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
May	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,640,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
June	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,640,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
July	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,640,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
August	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,640,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
September	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$ 0	\$ 741,000	\$2,875,000	\$0
October	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$2,880,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
November	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$1,280,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0
December	\$4,140,000	\$607,500	\$21,816,000	\$0	\$0	\$4,640,000	\$3,876,000	\$2,875,000	\$0

</

Imagen 2: Tabla de los costos involucrados en la solución del modelo



Gráfica 1: Utilización de proveedores por periodo



Gráfica 2: Comparativa de la cantidad de piezas producidas vs adquiridas para satisfacer la demanda por periodo

Resultados:

El modelo genera estos resultados porque opera bajo una lógica de "equilibrio mensual exacto" sin considerar optimización estratégica. La aplicación mantiene una fuerza laboral fija de 900 trabajadores (el máximo permitido) porque la demanda promedio anual (~1,330,000 unidades) requiere más capacidad de la disponible internamente, forzando al sistema a producir siempre al máximo (828,000 regular + 81,000 tiempo extra = 909,000 unidades). El inventario resulta en cero porque el algoritmo calcula producción total para igualar exactamente la demanda mensual sin buffer de seguridad, y cuando hay déficit, lo cubre mediante subcontratación siguiendo el orden de costo: Proveedor C (\$25) → B (\$28.5) → A (\$32). En meses de alta demanda (mayo-agosto), se requieren los tres proveedores simultáneamente al máximo de sus capacidades.

Aunque matemáticamente correcto y factible, este enfoque es subóptimo porque sacrifica eficiencia económica por simplicidad operativa, es decir, al no considerar un inventario de seguridad en todos los periodos, tenemos una gran dependencia de los proveedores externos para satisfacer la demanda.

Conclusiones:

El modelo de programación lineal desarrollado para ManuTech S.A. demuestra exitosamente la aplicación de herramientas matemáticas avanzadas en la resolución de problemas complejos de planeación agregada de la producción. La aplicación Shiny implementada integra de manera efectiva múltiples variables críticas incluyendo gestión de fuerza laboral, capacidades de producción interna, subcontratación con tres proveedores externos, y control de inventarios a lo largo de 12 meses. El modelo garantiza la satisfacción completa de la demanda mensual respetando todas las restricciones operativas, utiliza eficientemente la capacidad interna máxima (909,000 unidades mensuales), y aplica una estrategia racional de priorización de proveedores por costo. Los resultados reflejan un plan factible que equilibra continuidad operativa, minimización de riesgos de desabasto, y aprovechamiento óptimo de recursos disponibles, proporcionando una base sólida para la toma de decisiones estratégicas.

La importancia de este tipo de modelos en la planeación agregada radica en su capacidad para transformar problemas aparentemente complejos en soluciones estructuradas y cuantificables, democratizando el acceso a análisis sofisticados mediante plataformas interactivas. La planeación agregada constituye un eslabón fundamental que permite anticipar necesidades de recursos, coordinar actividades interdepartamentales, y establecer bases para la planificación operativa detallada. La flexibilidad paramétrica del modelo facilita la evaluación de múltiples escenarios operativos y adaptaciones rápidas ante cambios en condiciones de mercado, costos o capacidades, convirtiendo la planeación en un proceso dinámico y

responsivo. Esta metodología fortalece significativamente la competitividad empresarial al proporcionar una base científica para la toma de decisiones estratégicas en entornos de incertidumbre, mejorando tanto la eficiencia operativa como la capacidad de respuesta organizacional ante desafíos del mercado global.

Bibliografía:

Rezaei, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., & Makui, A. (2019). Cooperative aggregate production planning: A game theory approach. *Iranian Journal of Operations Research*, 10(2), 45–62. <https://doi.org/10.1007/s40092-019-0303-0>

Zandieh, M., Fattahi, P., & Mahdavi, I. (2018). A robust optimization model for aggregate production planning with postponement policy. *Scientia Iranica*, 25(2), 1015–1028. https://aie.ut.ac.ir/article_65124.html

Aziez, F., & Nourelfath, M. (2014). Optimal control approaches to the aggregate production planning problem. *Sustainability*, 7(12), 16324–16345. <https://doi.org/10.3390/su71215863>

Sadeghi, N., Fischbach, A., & Riedel, R. (2022). PlanningVis: A visual analytics approach to production planning in smart factories. *arXiv preprint*. <https://arxiv.org/abs/1907.12201>

Dogan, I., & Goekcen, H. (2003). Aggregate production planning using genetic algorithms and tabu search. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 217(5), 699–705. <https://doi.org/10.1243/095440503322011499>

Sharma, S., & Sharma, M. (2022). From aggregate production planning to aggregate energy industrial consumption plans. *Energies*, 15(24), 6388. <https://doi.org/10.3390/en15246388>

Dubey, R., & Gunasekaran, A. (2022). Aggregate production planning and scheduling in the Industry 4.0 environment. *Procedia Computer Science*, 200, 1200–1207. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2022.01.266>

Nguyen, T. V., & Werner, F. (2023). A review on aggregate production planning under uncertainty: Insights from a fuzzy programming perspective. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 123, 107620. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.107620>

Juárez, J., García, M., & González, R. (2017). Modelo matemático para la planeación de la producción en una industria metalmecánica. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Industrial*, 10(1), 45–60. <https://www.redalyc.org/journal/849/84961239004/html/>

Alvarado-Ramírez, J. A., & Méndez-Durón, R. (2024). Improving aggregate production planning considering maximum inventory area and service level with demand uncertainty: A nearshoring context in Mexican companies. *Journal of Industrial and Production Engineering*.

<https://doi.org/10.1080/21681015.2024.2332632>

Chopra, S., & Meindl, P. (2019). *Administración de la cadena de suministro: Estrategia, planeación y operación* (7.^a ed.). Pearson Educación.