

BROUILLON - DÉRIVÉE ET VARIATIONS - UNE PREUVE POUR LYCÉEN

CHRISTOPHE BAL

*Document, avec son source L^AT_EX, disponible sur la page
<https://github.com/bc-writing/drafts>.*

Mentions « légales »

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons “Attribution - Pas d’utilisation commerciale - Partage dans les mêmes conditions 4.0 International”.



Voici un classique de l’analyse : « *pour toute fonction f définie et dérivable sur un intervalle non trivial I , si $f' > 0$ alors f est strictement croissante sur l’intervalle I* ». La preuve de ce résultat n’est pas simple car il nécessite l’usage du théorème des valeurs intermédiaires.

Par contre il est facile de démontrer le résultat plus restrictif suivant ¹ : « *pour toute fonction f définie et dérivable sur un intervalle non trivial I , si $f' > 0$ et si f' est continue sur I alors f est strictement croissante sur l’intervalle I* ». La démonstration utilise tout simplement la stricte positivité de l’intégrale sur \mathbb{R} et l’identité $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$.

Date: 16 Juillet 2019.

1. On rencontre tout le temps cette situation au lycée