Les répunits en base 10

Les répunits en base 10

1

Les répunits en base 10

1, 11

Les répunits en base 10

1, 11, 111

Les répunits en base 10

1, 11, 111, 1111

Les répunits en base 10

$1, 11, 111, 1111, 11\,111$

Les répunits en base 10

$$1,\ 11,\ 111,\ 1111,\ 11\,111,\ \dots$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

11 111

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$
$$+$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$
\begin{gathered}
11\,111 \\
= \\
1 \times 10\,000 \\
+ \\
1 \times 1000
\end{gathered}
$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$
$$+$$
$$1 \times 1000$$
$$+$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$
$$+$$
$$1 \times 1000$$
$$+$$
$$1 \times 100$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$
$$+$$
$$1 \times 1000$$
$$+$$
$$1 \times 100$$
$$+$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$
$$+$$
$$1 \times 1000$$
$$+$$
$$1 \times 100$$
$$+$$
$$1 \times 10$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$1 \times 10\,000$$
$$+$$
$$1 \times 1000$$
$$+$$
$$1 \times 100$$
$$+$$
$$1 \times 10$$
$$+$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111 = 1 \times 10\,000 + 1 \times 1000 + 1 \times 100 + 1 \times 10 + 1$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111$$
$$=$$
$$10^4$$
$$+$$
$$1 \times 1000$$
$$+$$
$$1 \times 100$$
$$+$$
$$1 \times 10$$
$$+$$
$$1$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111 = 10^4 + 10^3 + 1 \times 100 + 1 \times 10 + 1$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111 = 10^4 + 10^3 + 10^2 + 1 \times 10 + 1$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$
\begin{array}{c}
11\,111 \\
= \\
10^4 \\
+ \\
10^3 \\
+ \\
10^2 \\
+ \\
10 \\
+ \\
1
\end{array}
$$

Le répunit 11 111

Son écriture « développée »

$$11\,111 = 1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4$$

Un répunit $1 \cdots 1$ avec $(n+1)$ chiffres

admet pour écriture « développée »

$$\underbrace{1 \cdots 1}_{(n+1)\text{ chiffres}} = 1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^n$$

Le répunit 11 111

Une autre écriture ?

Le répunit 11 111

Avec d'autres chiffres égaux

Le répunit 11 111

Avec d'autres chiffres égaux

22 222

33 333

44 444

55 555

66 666

77 777

88 888

99 999

Le répunit 11 111

Avec d'autres chiffres égaux

$$99\,999 + 1 = 100\,000$$

Le répunit 11 111

Avec d'autres chiffres égaux

$$9 \times 11\,111 + 1 = 10^5$$

Le répunit 11 111

Avec d'autres chiffres égaux

$$9 \times 11\,111 = 10^5 - 1$$

Le répunit 11 111

Avec d'autres chiffres égaux

$$11\,111 = \frac{10^5 - 1}{9}$$

Un répunit $1 \cdots 1$ avec $(n+1)$ chiffres

admet pour écriture « courte »

$$\underbrace{1 \cdots 1}_{(n+1) \text{ chiffres}} = \frac{10^{n+1}-1}{9}$$

Une jolie formule apparaît.

$$1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^n = \frac{10^{n+1} - 1}{9}$$

Une jolie formule apparaît.

$$1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^n = \frac{10^{n+1} - 1}{10 - 1}$$

Le moment clé du raisonnement précédent :

$$9\,(1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^n) + 1 = 10^{n+1}$$

Avec des puissances de 4 ?

Avec des puissances de 4 ?

$$1 + 4 + 4^2 + \cdots + 4^n$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3\,(1 + 4 + 4^2 + \cdots + 4^n)$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3\,(1+4+4^2+\cdots+4^n)+1$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3\,(4^n + \cdots + 4^2 + 4 + 1) + 1$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3 \times 4^n + \cdots + 3 \times 4^2 + 3 \times 4 + 3 + 1$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3 \times 4^n + \cdots + 3 \times 4^2 + 3 \times 4 + 4$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3 \times 4^n + \cdots + 3 \times 4^2 + 4 \times 4$$

Avec des puissances de 4 ?

$$3 \times 4^n + \cdots + 3 \times 4^2 + 4^2$$

Avec des puissances de 4 ?

$3 \times 4^n + \cdots + 4^3$

Avec des puissances de 4 ?

$$3 \times 4^n + 4^n$$

Avec des puissances de 4 ?

$$4^{n+1}$$

Avec des puissances de 4, on a obtenu :

$$3\left(1+4+4^2+\cdots+4^n\right)+1=4^{n+1}$$

Plus généralement pour $k \in \mathbb{N}_{\geqslant 2}$, on a :

$$(k-1)(1+k+k^2+\cdots+k^n)+1 = k^{n+1}$$

Plus généralement pour $k \in \mathbb{N}_{\geqslant 2}$, on a :

$$(k-1)(1+k+k^2+\cdots+k^n) = k^{n+1}-1$$

En fait on a même pour $q \in \mathbb{R}$:

$$(q-1)(1+q+q^2+\cdots+q^n) = q^{n+1}-1$$