BROUILLON - INÉGALITÉS ISOPÉRIMÉTRIQUES RESTREINTES AUX POLYGONES

CHRISTOPHE BAL

Document, avec son source LaTeX, disponible sur la page
https://github.com/bc-writings/bc-public-docs/tree/main/drafts.

Mentions « légales »

Table des matières

Date: 18 Jan. 2025 – 16 Fev. 2025.

Fait 1. *Tout n-cycle $\mathcal{L}$ non dégénéré admet une décomposition $\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2 \cdot ... \cdot \mathcal{L}_s$ vérifiant les conditions suivantes où $s \in \mathbb{N}^*$.*

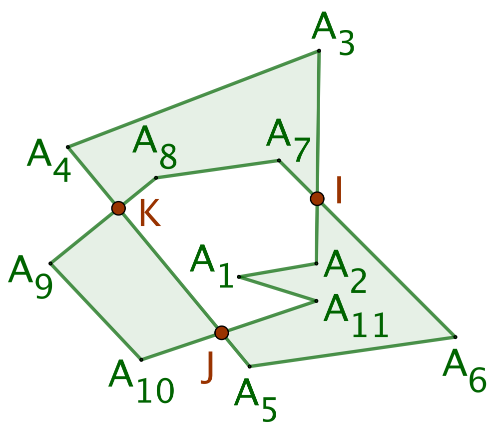
(1) $\forall i \in [\![1\,;s]\!]$, *$\mathcal{L}_i$ est un k_i-gone.*

(2) $\forall i \in [\![1\,;s-1]\!]$, *$\mathcal{L}_i$ et $\mathcal{L}_{i+1}$ sont mariables.*

(3) Les surfaces intérieures des k_i-gones $\mathcal{L}_i$ sont disjointes deux à deux.

Pour une telle décomposition, $\mathrm{AireGene}(\mathcal{L}) = |\sum_j \mathrm{Aire}(\mathcal{L}_{2j+1}) - \sum_j \mathrm{Aire}(\mathcal{L}_{2j})\,|$.

Démonstration. Nommons, temporairement, « *point d'intersection* » toute intersection de deux côtés non contigüs. Si $\mathcal{L}$ n'a aucun point d'intersection, le choix $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}$ avec $s = 1$ convient. Supposons maintenant que $\mathcal{L} = A_1A_2 \cdots A_n$ admet au moins un point d'intersection. Parmi les points d'intersection de $\mathcal{L}$, considérons I le premier rencontré en parcourant $\mathcal{L}$ via A_1, A_2, $A_3, \ldots,$ A_n, la rencontre se faisant juste après A_i, et J le premier rencontré en parcourant $\mathcal{L}$ via A_1, A_n, $A_{n-1}, \ldots,$ A_2, la rencontre se faisant juste après A_j. Ci-dessous, nous avons, par exemple, $i = 3$ et $j = 11$.



Nous pouvons faire les observations suivantes.

-
-
-
-

XXX

Posant $\mathcal{L}_1 = A_1 \cdots A_i I$ et $\mathcal{L}' = I A_{i+1} \cdots A_n$,

Nous obtenons $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}'$ où

avec $\mathcal{L}_1$ un n-gone, car non dégénéré et sans point d'intersection.

□