

20 décembre 2009 à 13:46

**Exercice 1**

EB-Suite-Arithmético-Géométrie-Fonction-Réurrence-Limite.tex Chapitre 5 : Suites.

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{2u_n + 1}.$$

On appelle  $f$  la fonction définie sur  $] -\frac{1}{2}; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x + 8}{2x + 1}.$$

**1)** Etudier les variations de  $f(x)$  sur  $] -\frac{1}{2}; +\infty[$ .

**2) a)** Tracer, dans un repère orthonormé, la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentant la fonction  $f$  et la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$ .

**b)** Sur l'axe des abscisses, placer  $u_0$ , puis construire les termes  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  en utilisant la courbe  $\mathcal{C}_f$  et la droite  $\Delta$ .

**c)** Que peut-on conjecturer sur le sens de variation de la suite  $(u_n)$  et sur sa limite ?

**3)** soit  $(v_n)$  la suite définie par :

$$\text{pour tout entier naturel } n, v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}.$$

**a)** Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique. Calculer le premier terme  $v_0$  et la raison  $r$ .

**b)** En déduire l'expression de  $v_n$  puis celle de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**4)** Démontrer les conjectures émises en **2) c)**.

---