BROUILLON – NEWTON, BERNOULLI, LEIBNIZ, FIBONACCI ET BELL

CHRISTOPHE BAL

Document, avec son source LATEX, disponible sur la page
https://github.com/bc-writings/bc-public-docs/tree/main/drafts.

Table des matières

Date: 17 Mars 2025 - 22 Mars 2025.

1. Des identités bien connues

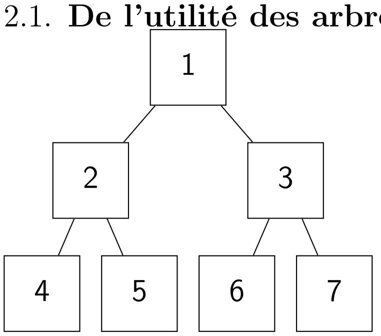
Les formules suivantes sont intrigantes par leur ressemblance. Bien qu'elles relèvent de domaines différents, nous verrons que cela n'a rien d'une coïncidence : à travers deux démonstrations adoptant des points de vue distincts, nous mettrons en évidence les liens entre ces objets qui, à première vue, semblent sans rapport.

- **Formule du binôme de Newton :** $(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$.
- **Formule de dérivation de Leibniz :** $(fg)^{(n)}(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x)$.
- **Loi binomiale :** $\mathrm{P}(X=j) = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \delta_{jk}$,[1] même s'il est d'usage de juste écrire $\mathrm{P}(X=j) = \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$.
- **Une identité portant sur la suite de Fibonacci :** $F_{2n} = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} F_k$.
- **Une équation reliant les nombres de Bell :** $B_{n+1} = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k$.[2]

2. La loi binomiale révèle...

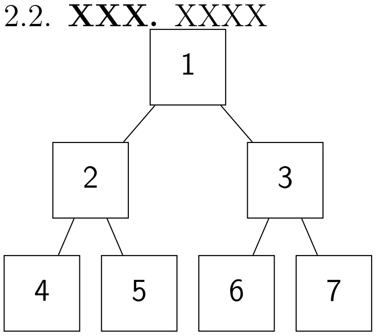
2.1. De l'utilité des arbres.

XXXX



2.2. XXX.

XXXX



3. La formule du binôme de Newton implique...

XXXX

1. δ_{jk} est le symbole de Kronecker valant 1 si $j=k$, et 0 sinon, tandis que X désigne la variable aléatoire comptant le nombre de succès d'un schéma de Bernoulli de paramètre $(n\,;p)$.
2. B_n est le nombre de façons de partitionner un ensemble de n éléments en sous-ensembles non vides : par exemple, $B_3 = 5$, car l'ensemble $\{a,b,c\}$ admet les partitions $\{a\}\cup\{b\}\cup\{c\}$, $\{a,b,c\}$, $\{a\}\cup\{b,c\}$, $\{b\}\cup\{a,c\}$ et $\{c\}\cup\{a,b\}$.