BROUILLON - INÉGALITÉS ISOPÉRIMÉTRIQUES RESTREINTES AUX POLYGONES

CHRISTOPHE BAL

Document, avec son source LATEX, disponible sur la page
https://github.com/bc-writings/bc-public-docs/tree/main/drafts.

Mentions « légales »

Table des matières

Date: 18 Jan. 2025 – 27 Fev. 2025.

1. Les polygones

1.1. **Où allons-nous ?** Pour passer au cas des polygones à n côtés pour $n \geq 5$, nous allons employer une méthode mêlant analyse, pour l'existence d'au moins une solution, et géométrie pour la caractérisation de l'unique solution, l'unicité venant comme cadeau de la recherche de polygones pouvant être gagnants.

1.2. **Quelques définitions.** Pour l'existence d'au moins une solution, via l'analyse, nous allons devoir sortir de l'ensemble des polygones en travaillant avec des objets plus souples, à savoir les n-cycles que nous définissons tout de suite.

Définition 1. *Pour $n \in \mathbb{N}$, un « n-*cycle *» désigne une liste ordonnée de n points du plan, les répétitions étant possibles. Pour $n \geq 1$, nous noterons $A_1A_2\cdots A_n$ un n-cycle, et appellerons «* sommets *» du n-cycle les points A_i pour $i \in [\![1\,;n]\!]$. Quant au 0-cycle, il sera noté $\emptyset$.*

Remarque 1.1. *Le choix d'autoriser des n-cycles pour $n \leq 2$ va permettre de travailler facilement dans un ensemble fermé de n-cycles afin d'obtenir l'existence d'au moins une solution.*

Définition 2. *Pour tout n-cycle $A_1A_2\cdots A_n$ avec $n \geq 1$, on définit $\left(A'_i\right)_{i\in\mathbb{Z}}$ comme étant n-périodique, et vérifiant $A'_i = A_i$ sur $[\![1\,;n]\!]$.*

Définition 3. *Les «* côtés *» d'un n-cycle $\mathcal{L} = A_1A_2\cdots A_n$ sont les segments $[A'_iA'_{i+1}]$ pour $i \in [\![1\,;n]\!]$, et la «* longueur *» de $\mathcal{L}$ est définie par $\mathrm{Long}(\mathcal{L}) = \sum\limits_{i=1}^{n} A'_iA'_{i+1}$.*

Définition 4. *Un n-cycle est «* dégénéré *» s'il a, au moins, trois sommets consécutifs alignés.*

Définition 5. *Un « n-*gone *» est un n-cycle non dégénéré n'admettant aucun couple de sommets confondus, ni aucun couple de côtés non contigus sécants. Si certains côtés non contigus sont sécants, mais aucun couple de sommets confondus, nous parlerons de « n-*gone croisé *».*[1]

Définition 6. *Un n-gone est dit «* équilatéral *» si tous ses côtés sont de même mesure.*

Définition 7. *Un « n-*isogone *» est un n-gone dont tous les angles au sommet sont égaux.*

Définition 8. *Un n-gone est dit «* régulier *» si c'est un n-isogone équilatéral.*

Remarque 1.2. *Un losange non carré est un n-gone équilatéral convexe non régulier, et un rectangle non carré est un n-isogone convexe non régulier.*

1. Bien retenir qu'un n-gone n'est jamais croisé par définition. Dès lors, la longueur d'un n-gone correspond à son périmètre.

Temporary page!

LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added to the final page this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because LaTeX now knows how many pages to expect for this document.