NEWTON, BERNOULLI, LEIBNIZ & FIBONACCI

CHRISTOPHE BAL

Document, avec son source LaTeX, disponible sur la page
https://github.com/bc-writings/bc-public-docs/tree/main/drafts.

Table des matières

Date: 17 Mars 2025.

1. Des identités bien connues

Les formules suivantes, qui sont de grands classiques pour les trois premières, [1] partagent une ressemblance évidente. Nous allons donner deux démonstrations de ces identités via deux méthodes rendant moins mystérieuses ces similarités portant sur des objets a priori bien différents. Ci-après, δ_{jk} désigne le symbole de Kronecker valant 1 si $j = k$, et 0 sinon, tandis que X est la variable aléatoire comptant le nombre de succès d'un schéma de Bernoulli de paramètre $(n\,;p)$, et enfin $(F_k)_{k\in\mathbb{N}}$ correspond à la suite de Fibonacci.

- **Formule du binôme de Newton :** $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$.
- **Formule de dérivation de Leibniz :** $(fg)^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x)$.
- **Loi binomiale :** $\mathrm{P}(X = j) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \delta_{jk}$.
- **Expression de $\boldsymbol{F_{2n}}$ en fonction de $\boldsymbol{F_k}$ précédents :** $F_{2n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} F_k$.

2. Dites-les avec des arbres !

XXXX

3. La formule du binôme de Newton implique...

XXXX

1. La 4e identité est un classique des classes préparatoires.