ProfCollege

Une aide pour utiliser LATEX au collège

 $\begin{array}{c} \textbf{Christophe Poulain} \\ \textbf{chr poulain @ gmail . com} \end{array}$

Version 0.89 - Janvier 2021

Résumé

Cet ensemble de commandes devrait servir à faciliter l'utilisation de LATEX pour les enseignants de mathématiques en collège. Il ne concerne que la partie mathématique du travail d'enseignant.

Table des matières

1 Les tables de multiplication	6
2 Les tableaux de conversion des unités classiques et autres	8
3 Questions - réponses à relier	13
4 Les questionnaires à choix multiples	16
5 Les questions « flash »	19
6 Les formules de périmètre, d'aire, de volume	23
7 Le théorème de Pythagore	24
8 La somme des angles d'un triangle	33
9 Le théorème de Thalès	35
10 La trigonométrie	42
11 Position relative de deux droites	45
12 Le repérage	47
13 Nombre premier	54
14 La représentation graphique de fraction	57
15 Simplification d'écritures fractionnaires	59
16 Les puissances	60
17 La proportionnalité	61
18 Application : les pourcentages	64
19 Les ratio	67
20 Les statistiques	70
21 Les probabilités	79
22 Les fonctions affines	82
23 Les fonctions?	86
24 La distributivité	88
25 La résolution d'équation du premier degré	98
26 Bulles et cartes mentales	108
27 Calculatrice?	111
28 Labyrinthe	113
29 Professeur principal?	115
30 Quelques éléments pratiques	119
31 Exemples	120

32 Complément : compilation en shell-escape	127
33 Complément : METAPOST- couleurs du package svgnames.mp	128
34 Complément : Personnalisation de la fonte utilisée dans les figures METAPOST	129
35 Complément : un peu de géométrie avec ProfCollege	130
36 Problèmes connus	135
37 Historique	136

Avant-Propos

L'idée de ce « package » est venue naturellement après plusieurs années d'utilisation de LATEX en collège et surtout, après un stage animé en Janvier 2020. Rassembler les commandes déjà écrites, en améliorer d'autres, en créer de nouvelles... sont les besoins ressentis après cette animation. Le confinement, malheureusement, m'a permis de mettre en œuvre ce projet.

Il a pris corps au fil des idées, des découvertes de programmation, des échanges avec Thomas Dehon ¹. Il se veut *pratico-pratique*, sans prétention aucune concernant la programmation *latexienne*. Néanmoins, les facilités qu'il apporte devraient grandement aider les collègues souhaitant sauter le pas et utiliser LATEX en collège.

Pour la partie technique, différents packages ² sont automatiquement chargés :

- les classiques mathtools, amssymb, siunitx, multicol, xcolor;
- les calculatoires xlop, xfp, modulus;
- les « gestionnaires » simplekv, ifthen, xstring, xinttools;
- les graphiques gmp, tikz;
- quelques autres plus particuliers: hhline, environ, datatool, iftex, microtype.

En complément, il sera nécessaire d'installer cinq packages 3 METAPOST :

- PfC-Constantes.mp pour définir quelques constantes;
- PfC-Calculatrice.mp pour les touches et écran d'une calculatrice;
- PfC-LaTeX.mp pour l'écriture de certaines étiquettes;
- PfC-Geometrie.mp pour les tracés géométriques;
- et PfC-Sygnames.mp pour avoir accès à certaines couleurs prédéfinies.

Utiliser ProfCollege

Comme tous les autres packages (All) LATEX, il faudra utiliser la commande \usepackage{ProfCollege} 4.

```
\documentclass{article}
\usepackage{ProfCollege}
\begin{document}
  \Pythagore[Entier,Exact]{ABC}{3}{4}{}
\end{document}
```

^{1.} Un ancien élève, devenu collègue. Je le remercie pour tous les tests effectués, permettant ainsi des échanges très fructueux et une nette amélioration du package.

^{2.} Tous sont disponibles dans les distributions TEXLive ou MikTEX.

^{3.} Ils sont tous joints à l'archive.

^{4.} On se réfèrera à la page 135 pour les cas particuliers.

ProfCollege est utilisable en pdfIATFX, XFIATFX et LuaIATFX 5:

```
pdflatex nomfichier
xelatex nomfichier
lualatex nomfichier
```

pour obtenir (avec pdfLATEX) le résultat suivant :

Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^{2} = AB^{2} + BC^{2}$$

$$AC^{2} = 3^{2} + 4^{2}$$

$$AC^{2} = 9 + 16$$

$$AC^{2} = 25$$

$$AC = 5 \text{ cm}$$

ProfCollege ne gère ni les fontes, ni le format de page... Voici un exemple un peu plus complet :

```
\documentclass[12pt,a4paper]{article}
\usepackage{ProfCollege}
\usepackage{fourier}
\usepackage[margin=1cm,noheadfoot]{geometry}
\begin{document}
\ResolEquation[Lettre=t,Entier,Simplification,Solution]{6}{-3}{1}{2}
\end{document}
```

$$6t-3 = t+2$$

$$5t-3 = 2$$

$$5t = 5$$

$$t = \frac{5}{5}$$

$$t = 1$$

L'équation 6t - 3 = t + 2 a une unique solution : t = 1.

^{5.} Suite à une proposition de Maxime Chupin.

1 Les tables de multiplication

Pour pouvoir rappeler les tables de multiplication ⁶, on utilisera la commande

 $Tables[\langle clés \rangle] \{a\}$

où (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande.

	×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
i I	3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
(IdDIes)	5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
	7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
	8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
i I	9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
	10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Par défaut, il s'agit d'une table complète de multiplication. On peut éventuellement la colorer pour faire apparaître la symétrie des tables.

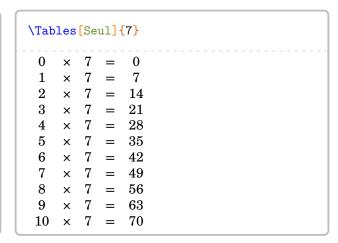
La clé (Couleur) valeur par défaut : white

										•		
	×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
\Tables[Couleur=Crimson]{}	4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
(lables [couleur-crimson] ()	5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
	7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
	8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
	9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
	10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Mais on peut choisir « la plage »de la table... ou focaliser sur une table particulière :

La clé $\langle Debut \rangle$ valeur par défaut : 0La clé $\langle Seul \rangle$ valeur par défaut : falseLa clé $\langle Fin \rangle$ valeur par défaut : 10

×	6	7	8	9
0	0	0	0	0
1	6	7	8	9
2	12	14	16	18
3	18	21	24	27
4	24	28	32	36
5	30	35	40	45
6	36	42	48	54
7	42	49	56	63
8	48	56	64	72
9	54	63	72	81
10	60	70	80	90



On peut donc construire un ensemble nostalgique de tables de multiplication...

```
\multido{\i=1+1}{10}{%
\fbox{\tiny\setlength{\arraycolsep}{0.25\arraycolsep}\Tables[Seul]{\i}\setlength{
    \arraycolsep}{4\arraycolsep}}%
}
```

Même si elles sont moins utiles aux enseignants de collège que les tables de multiplication, faire une table d'addition est également possible.

La clé (Addition) valeur par défaut : false

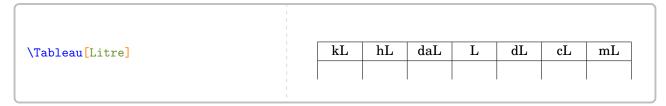
\Tabl	es [Ado	dition	1]{}								
+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Les clés (Debut), (Fin) et (Seul) sont aussi disponibles pour ces tables d'addition.

2 Les tableaux de conversion des unités classiques et autres

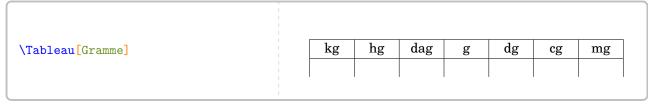
Il peut être utile de pouvoir afficher rapidement certains tableaux, notammement ceux de conversion. C'est ce que permet la commande :

\Tableau[\langle cl\(es\rangle \]									
où ⟨clés⟩ constituent un ensem gatoire).	ıble d'option	s pour p	oaramét	rer la	comm	ande (a	au moin	s un par	amètre ob
\Tableau		 							
Les tableaux seront centrés, ho La clé (Metre)	rs texte. La	comma	nde seu	le n'ai	ffiche r	ien. Le			uivantes : défaut : fa
\Tableau[Metre]			km	hm	dam	m	dm	cm	mm
La clé ⟨Carre⟩	,						val	eur par	défaut : fa
\Tableau[Carre]		km ²	hm ²	da	m^2	m^2	dm ²	$ m cm^2$	mm ²
La clé (Cube)	'						val	eur par	défaut : fa
\Tableau[Cube]	km ³	hm	3 da	am ³	m ³	d	m ³	cm ³	mm ³
Pour ces deux précédents tables La clé (Colonnes)	aux, on peut	; faire a	pparaîtı	re les	colonne	es inte			défaut : fa
\Tableau[Carre,Colonnes]		km ²	hm ²	da	m ²	m^2	dm ²	cm ²	mm ²
\Tableau[Cube,Colonnes]	km ³	hm ⁱ	3 da	am ³	m ³	C	lm ³	cm ³	mm ³



La clé (Gramme)

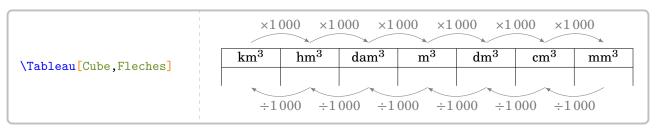
valeur par défaut : false



On peut associer à chaque tableau des flèches de conversion en utilisant

La clé (Fleches)

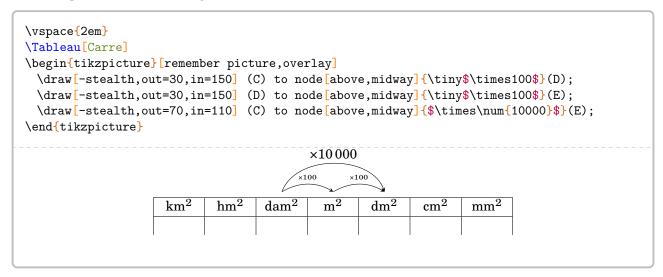
valeur par défaut : false



Pour chaque tableau, les repères des flèches sont repérés, de gauche à droite, par :

- les lettres de A à F pour ceux du haut du tableau;
- les « lettres » de A1 à F1 pour ceux du bas du tableau

Ainsi, on peut réaliser l'affichage suivant :



À côté de ces tableaux de conversion, il y en a un autre également très important : le tableau de numération. Il s'obtient par

La clé (Decimaux)

valeur par défaut : false

D'autres clés sont disponibles (uniquement avec la clé $\langle Decimaux \rangle$ activée), on trouvera des exemples à la page 11 :

La clé (Partie)

valeur par défaut : false

pour afficher « partie entière - partie décimale » dans le tableau;

La clé (Classes)

valeur par défaut : false

pour faire apparaître la répartition par classes des chiffres utilisés;

La clé (Nombres) valeur par défaut : false

valeur par défaut : gray !15

pour faire apparaître les puissances de 10 correspondantes à chaque chiffre.

Les clés (CouleurG), (CouleurM), (Couleurm), (Couleuru)

pour colorer les cellules indiquant les classes des chiffres utilisés.

\Tableau[Decimaux]

centaines de milliards	dizaines de milliards	unités de milliards	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de milliers	dizaines de milliers	unités de milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
												,		
												,		

\Tableau[Decimaux, Partie]

Partie Entière centaines de milliards dizaines de milliards unités de milliards centaines de millions dizaines de millions dizaines de millions unités de millions dizaines de millions dizaines de millions dizaines de milliers dizaines de m

\Tableau[Decimaux, Classes]

Class	se des mill	iards	Clas	se des mill	lions	Classe des milliers		se des milliers Classe des un		lasse des milliers		lasse des milliers		ités ,			
centaines de milliards	dizaines de milliards	unités de milliards	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de milliers	dizaines de milliers	unités de milliers	centaines	dizaines	unités ,	dixièmes	centièmes	millièmes			
											,						
											,						

\Tableau[Decimaux,Partie,Classes]

	Partie Entière												, Partie décimale		
Class	se des mill	iards	Classe des millions		Classe des milliers		Classe des milliers		sse des un	ités	,				
entaines de milliards	dizaines de milliards	unités de milliards	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de milliers	dizaines de milliers	unités de milliers	centaines	dizaines	unités	, dixièmes	centièmes	millièmes	
												,			
												,			

\Tableau[Decimaux, Partie, Classes, Nombres, CouleurG=blue!15, CouleurM=green!15, Couleurm=red!15, Couleuru=Cornsilk]

	Partie Entière												rtie décim	ıale
Class	se des mill	iards	Clas	Classe des milliers Classe des milliers		Classe des milliers		Cla	sse des un	ités	,			
centaines de milliards	dizaines de milliards	unités de milliards	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de milliers	dizaines de milliers	unités de milliers	centaines	dizaines	unités	, dixièmes	centièmes	millièmes
100 000 000 000	10 000 000 000	1 000 000 000	100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1000	100	10	1	0,1 ou 1/10	0,01 ou $\frac{1}{100}$	0,001 ou $\frac{1}{1000}$
												,		
												,		

3 Questions - réponses à relier

Parfois, on peut utiliser des exercices avec des questions et réponses à relier. C'est ce que permet la commande :

 $Relie[\langle clés \rangle] \{\langle Liste des éléments par ligne \rangle\}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande;
- (Liste des éléments par ligne) donné sous la forme 7 c1-l1 / c2-l1 / n1 , c2-l1 / c2-l2 / n2....

À quoi servent les nombres n1, n2...? Utilisons :

La clé (Solution) valeur par défaut : false

pour faire apparaître les solutions 8. Pratique, non?

```
% La première question (A) est associée à la proposition (B) et reliée à la deuxième réponse (2)
% La deuxième question (C) est associée à la proposition (D) et reliée à la première réponse (1)
\Relie[Solution] {A/B/2,C/D/1}

A
C

B
D
```

La commande étant basée sur un tableau, les commandes habituelles peuvent être utilisées.

D'autres clés permettent d'affiner la présentation :

La clé (LargeurG)

valeur par défaut : 7 cm

pour la largeur de la colonne de gauche.

La clé (LargeurD)

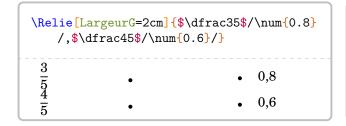
valeur par défaut : 2 cm

valeur par défaut : 1.5

pour la largeur de la colonne de droite qui est donc indépendante de la clé $\langle LargeurG \rangle$, car bien souvent les réponses sont moins longues que les questions.

La clé (Ecart) valeur par défaut : 2 cm

pour gérer « la largeur » entre les puces. *Attention*, il ne faut pas oublier que la commande \tabcolsep intervient.



	LargeurG=2cm,ium{0.8}/,\$\dfi		1cm]{\$\dfrac35\$ /\num{0.6}/}
$\frac{3}{5}$	•	•	0,8
$\frac{4}{5}$	•	•	0,6

La clé (Stretch)

pour « aérer » la présentation si besoin.

^{7.} c1 colonne 1; 11 ligne 1; n1 nombre 1...

^{8.} Elle nécessite deux compilations...

```
% L'exemple précédent doit être aéré.
\Relie[LargeurG=2cm,Ecart=1cm,Stretch=2.5]{$
   \dfrac35$/\num{0.8}/,$\dfrac45$/\num{0.6}/
   }

0,8
4/5
0,6
```

```
\begin{center}
 \Relie[LargeurG=9cm,Ecart=1cm]{%
   L'aire d'un carré de côté \SI\{5\{\centi\metre\}/\SI\{18\}\{\centi\metre\}/5,
   Le périmètre d'un rectangle de longueur \SI{5}{\centi\metre} et de
   largeur SI{4}{\langle metre \rangle/SI{20}{\langle metre \rangle/1}},
   L'aire d'un triangle $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AB=\SI{6}{\centi\metre}$ et $AC
        =\SI_{5}_{\centi\metre}_{\SI_{24}_{\square\centi\metre}/4}
   Le périmètre d'un carré de côté SI\{5\}\{\centi\metre\}/SI\{15\}\{\square\centi\metre\}/2,
   L'aire d'un rectangle de longueur SI_{6}_{\text{centi}} et de largeur SI_{4}_{\text{centi}}
        \centi\metre}/\SI{25}{\square\centi\metre}/3
 }
\end{center}
       L'aire d'un carré de côté 5 cm
                                                                                   18 cm
                                                                                   20 cm
       Le périmètre d'un rectangle de longueur 5 cm et de lar-
       geur 4 cm
                                                                                  24\,\mathrm{cm}^2
       L'aire d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB = \bullet
       6 \,\mathrm{cm} \,\mathrm{et} \,AC = 5 \,\mathrm{cm}
                                                                                  15\,\mathrm{cm}^2
       Le périmètre d'un carré de côté 5 cm
                                                                                   25\,\mathrm{cm}^2
       L'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm
```

```
\begin{center}
 \Relie[Solution, LargeurG=9cm, Ecart=1cm] {%
   L'aire d'un carré de côté \SI{5}{\centi\metre}/\SI{18}{\centi\metre}/5,
   Le périmètre d'un rectangle de longueur \SI{5}{\centi\metre} et de
   largeur SI{4}{\langle metre \rangle/SI{20}{\langle metre \rangle/1}},
   L'aire d'un triangle $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AB=\SI{6}{\centi\metre}$ et $AC
        =\SI_{5}_{\centi\metre}_{\SI_{24}_{\square\centi\metre}/4}
   Le périmètre d'un carré de côté SI{5}{\left(\frac{15}{15}{\left(\frac{15}{15}\right)}\right)}
   L'aire d'un rectangle de longueur SI_{6}_{\text{centi}}  et de largeur SI_{4}_{\text{centi}}
        \centi\metre}/\SI{25}{\square\centi\metre}/3
\end{center}
       L'aire d'un carré de côté 5 cm
                                                                                   18 cm
       Le périmètre d'un rectangle de longueur 5 cm et de lar-
                                                                                   20 cm
       geur 4 cm
                                                                                   24\,\mathrm{cm}^2
       L'aire d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB =
       6 \,\mathrm{cm} \,\mathrm{et} \,AC = 5 \,\mathrm{cm}
                                                                                   15\,\mathrm{cm}^2
       Le périmètre d'un carré de côté 5 cm
                                                                                   25\,\mathrm{cm}^2
       L'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm
```

On peut vouloir proposer davantage de réponses que de questions. Pour cela, il suffit de laisser les éléments des première et dernière colonnes vides.

```
\begin{center}
     \tabcolsep0.25\tabcolsep
     \Relie[Solution, LargeurG=12cm, Ecart=0.5cm] {%
           /\SI{25}{\square\centi\metre}/,
          L'aire d'un carré de côté \SI\{5\}\centi\metre\}/\SI\{25\}\centi\metre\}/1,
          /\SI{0.24}{\square\deci\metre}/,
          Le périmètre d'un rectangle de longueur SI\{6\}\{\text{metre}\}\ et de largeur SI\{4\}\{\text{metre}\}\
                        SI{30}{\langle deci \rangle },
           /\SI{24}{\square\centi\metre}/,
          L'aire d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB=\SI\{6\}{\deci\neq \AC=\deci\neq \AC=\deci\in \AC=\d
                        SI{5}{\deci\neq}$/SI{1500}{\square\centi\neq}/6,
           /\SI{24}{\square\metre}/
          Le périmètre d'un carré de côté SI_{5}_{\text{netre}}/SI_{15}_{\text{deci}}/10,
           /\SI{20}{\metre}/,
          L'aire d'un rectangle de longueur SI_{6}_{\text{metre}} et de largeur SI_{4}_{\text{metre}}/SI_{20}
                        }{\centi\metre}/7,
           /\SI{30}{\square\deci\metre}/
\end{center}
                                                                                                                                                                                                                                                        _{ullet}\,25\,\mathrm{cm}^2
          L'aire d'un carré de côté 5 cm
                                                                                                                                                                                                                                                        • 25 cm
                                                                                                                                                                                                                                                        • 0.24 \, dm^2
                                                                                                                                                                                                                                                       • 30 dm
          Le périmètre d'un rectangle de longueur 6 m et de largeur 4 m
                                                                                                                                                                                                                                                        \bullet 24 cm<sup>2</sup>
          L'aire d'un triangle ABC rectangle en A tel que AB=6\,\mathrm{dm} et AC=5\,\mathrm{dm}
                                                                                                                                                                                                                                                         ullet 1\,500\,\mathrm{cm}^2
                                                                                                                                                                                                                                                        \cdot 24 \,\mathrm{m}^2
          Le périmètre d'un carré de côté 5 cm
                                                                                                                                                                                                                                                        • 15 dm
                                                                                                                                                                                                                                                         20 m
          L'aire d'un rectangle de longueur 6 m et de largeur 4 m
                                                                                                                                                                                                                                                         • 20 cm
                                                                                                                                                                                                                                                        \bullet 30 dm<sup>2</sup>
```

4 Les questionnaires à choix multiples

C'est un outil présent de plus en plus dans les évaluations. La commande est de la forme :

```
\label{localization} $$ \Q{\rm clés}_{\color=1}^{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color=1}_{\color
```

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- Question1 est une question posée;
- a1, b1... sont les réponses proposées en accord avec le nombre de réponse choisi;
- et nb1 le numéro de la bonne réponse.

On peut vouloir:

— aérér le QCM :

La clé (Stretch)

valeur par défaut : 1

— ajouter une proposition:

La clé (Reponses)

valeur par défaut : 3

```
\QCM[Stretch=2,Reponses=4]{%
$1+1=?$&2&$-2$&0&4&1,%
$2\times3=$&2&4&6&8&3
}

1/1+1=?
2 -2 0 4
2/2 × 3 = 2 4 6 8
```

— réduire la largeur des cases de propositions :

La clé (Largeur)

valeur par défaut : 2cm

```
\QCM[Stretch=2,Reponses=4,Largeur=1cm]{%
$1+1=?$&2&$-2$&0&4&1,%
$2\times3=$&2&4&6&8&3
}

1/1+1=?
2 -2 0 4
2/2 × 3 = 2 4 6 8
```

— nommer les colonnes des propositions :

La clé (Titre) La clé (Nom) valeur par défaut : false valeur par défaut : Réponse

```
\QCM[Stretch=2,Reponses=4,Titre,Nom=Choix]{% $1+1=?\&2\&5-2\&0\&4\&1,% $2\times3=\&2\&4\&6\&8\&3 }
```

	Choix 1	Choix 2	Choix 3	Choix 4
1/1+1=?	2	-2	0	4
2 / 2 × 3 =	2	4	6	8

— changer la forme du compteur de numérotation des questions :

La clé (Alph)

valeur par défaut : false

```
\QCM[Stretch=2,Reponses=4,Alph]{%
$1+1=?$&2&$-2$&0&4&1,%
$2\times3=$&2&4&6&8&3
}

A/1+1=?
2 -2 0 4
B/2 × 3 = 2 4 6 8
```

— afficher la solution?

La clé (Solution)
La clé (Couleur)

valeur par défaut : false valeur par défaut : gray !25

```
\QCM[Stretch=2,Reponses=4,Solution,Couleur=yellow!15]{%
$1+1=?$&2&$-2$&0&4&1,%
$2\times3=$&2&4&6&8&3
}

1/1+1=?
2 -2 0 4
2/2 × 3 = 2 4 6 8
```

Le cas des questionnaires « Vrai - Faux » est un peu particulier. Il est géré par

La clé (VF) valeur par défaut : false

mais dans ce cas, il n'y aura que la question et le numéro de la réponse dans la déclaration du questionnaire (1 pour une réponse « Vrai », 2 pour une réponse « Faux »).

\QCM[VF]{\$1+1=3\$&2,\$\sqrt{9}=3\$&1}						
	Vrai	Faux				
1/1 + 1 = 3						
$2/\sqrt{9} = 3$						
\QCM[VF,Solution]{\$1+1=3\$&2,\$\sqrt{9}=3\$&1}						
	Vrai	Faux				
1/1 + 1 = 3		⊠				
$2/\sqrt{9} = 3$	⊠					

5 Les questions « flash »

Cette commande n'est destinée qu'à la vidéo-projection et n'est donc à utiliser qu'avec la classe beamer. 9

Comme indiqué dans la partie Problèmes connus (page 135), il ne faudra pas oublier d'ajouter



\documentclass[xcolor={table,svgnames}]{beamer}

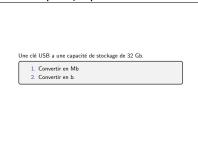


De plus en plus utilisées en début de séance, les questions « flash » peuvent être construites avec la commande :

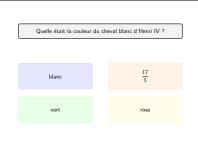
où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Question) est la question proposée;
- (Paramètre 1)...série de paramètres associée au type de question « flash » choisi parmi les dix ¹⁰ types de questions « flash » implantés.

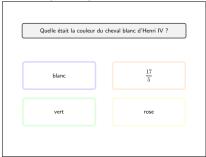
La clé (Simple)



La clé (Kahout)



La clé (Intrus)



```
\QFlash[Simple] {Une clé USB a une capacité de stockage de 32 Gb./
\begin{enumerate}
\item Convertir en Mb
\item Convertir en b.
\end{enumerate}
}

\QFlash[Kahout] {Quelle était la couleur du cheval blanc d'Henri IV ?/blanc/$\dfrac{17}5$/vert/
rose}

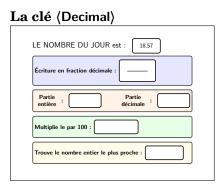
\QFlash[Intrus] {Quelle était la couleur du cheval blanc d'Henri IV ?/blanc/$\dfrac{17}5$/vert/
rose}
```

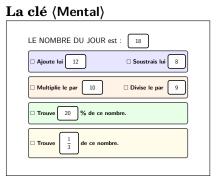
^{9.} On pourra compléter, dans le préambule, avec les commandes \usefonttheme[onlymath]{serif} pour une meilleure écriture des mathématiques; et/ou \setbeamertemplate{navigation symbols}{} pour supprimer les icones de navigation.

^{10.} Le stlye 8 (Daily) provient d'un idée du « Daily Mail » :

 $[\]verb|https://www.dailymail.co.uk/news/article-500010/Day-Four-brilliant-new-brain-trainer-30-Second-Challenge.html|$

La clé (Numeration) LE NOMBRE DU JOUR est: 18057 Le chiffre des dizaines est: Le chiffre des centaines est: Le nombre de centaines est: Le nombre de dizaines de mille est:

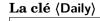


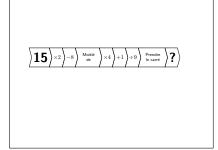


```
\QFlash[Numeration] {18057/dizaines/1/centaines/dizaines de mille}
\QFlash[Decimal] {18.57/100}
\QFlash[Mental] {\num{18}/\num{8}/\num{10}/\num{9}/\num{20}/$\dfrac13$}
```

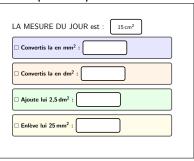
La clé (Expression)





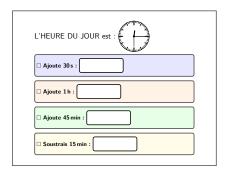


La clé (Mesure)



```
\CERT = \frac{1}{2x+3}/\frac{4x-1}/\frac{3}{2x+3}
\QFlash[Daily]{%
 15/%
 $\times2$/%
 $-8$/%
 \scriptsize%
 \begin{tabular}{c}
  Moitié\\
 \end{tabular}/%
 $\times4$/%
 $+1$/%
 $\div9$/%
 \scriptsize%
 \begin{tabular}{c}
  Prendre\\
  le carré%
 \end{tabular}/%
 $-7$,
SI{2.5}{\simeq \ensuremath{\cimetre}/\SI{25}{\simeq \ensuremath{\cimetre}\}}
```

La clé (Heure)



Chacune de ces clés peut être associées aux clés :

La clé (Pause) valeur par défaut : false

pour afficher les questions / propositions / calculs de réponse au besoin de l'enseignant. Elle n'est pas active pour la clé $\langle \mathsf{Simple} \rangle$.

 $\textbf{La clé (Couleur1)} \hspace{1.5cm} \text{valeur par défaut : blue } !10$

La clé (Couleur2) valeur par défaut : orange !10
La clé (Couleur3) valeur par défaut : green !10

La clé (Couleur4) valeur par défaut : yellow !10

pour modifier les couleurs de remplissage des différentes questions ou propositions de réponses.

Pour les clés (Kahout) et (Intrus), on peut modifier la hauteur des cadres de proposition :

La clé (Hauteur) valeur par défaut : 0.2\textheight

Pour la clé (Decimal), on dispose de :

La clé (Operation)

qui permet de changer l'opération à utiliser. Avec le texte déjà inscrit, la seule autre valeur de cette clé est Divise.

Quant à la clé $\langle Heure \rangle$, le premier paramètre est l'heure (en hhmmss) qui sera affichée et toutes les questions sont modifiables...

Pour pouvoir associer une version imprimable des questions « flash » dans le cadre d'une évaluation « flash » ..., on dispose de :

La clé (Evaluation) valeur par défaut : false



Cela désactive les environnements frame de beamer. Il conviendra donc de changer le préambule...



valeur par défaut : Multiplie

Évaluation nº 1 :	– Calculatrice interdite –) septembre 2020	Prénom :				
Test							
2	3	π		$\frac{3}{4}$			
L'HEURE DU JOUR est :							
☐ Lire l'heure :							
☐ Ajoute lui 30 min :							
$\hfill\Box$ Encadre la par deux heures « pleines » :							
□ Ajoute lui 2 h :							

Le cartouche de présentation dans l'évaluation ci-dessus n'est pas fourni avec ProfCollege.

Les formules de périmètre, d'aire, de volume

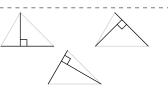
Il est toujours utile d'avoir une possibilité d'inclure un rappel. C'est l'objet de cette commande qui a la forme suivante :

\Formule [\langle cl\u00e9s\]

Perimetre d'un cercle. où (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels).

Au moins deux clés doivent être présentes :

- une parmi les clés (Perimetre), (Aire) ou (Volume);
- une parmi les clés (Surface) ¹¹ ou (Solide) ¹² : elles seront renseignées par le nom de l'objet géométrique considéré indiqué en minuscule et accentué, pour les distinguer des clés utilisées.



Aire d'un triangle : × hauteur relative à ce côté \Formule[Aire,Surface=triangle]

Là, ça pose clairement un problème de placement du rappel... Pour éviter cela, il y a La clé (Ancre) valeur par défaut : {(0,0)}

L'ancre est donnée dans le repère de TikZ, de manière absolue ou relative. Elle sera donnée entre $\{\}$ et elle est associée au centre de la figure ^a TikZ.

\Formule [Volume, Solide=pyramide, Ancre={([xshift=5cm, yshift=7cm] current page.south)}]

a. L'ensemble est une figure TikZ: le placement correct nécessitera deux compilations en shell-escape (voir page 127). Les figures géométriques ont été produites avec METAPOST.

On peut vouloir les placer en haut à gauche de la page, comme une sorte de pense-bête. On pourra compléter la clé (Ancre) par

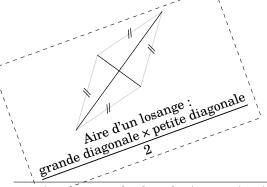
La clé (Angle) valeur par défaut : 0

\Formule [Perimetre, Surface=cercle, Ancre={([xshift=-4cm, yshift=-3cm] current page.north east)},Angle=-30]

Enfin, si la largeur de la « boite » est trop petite, on utilisera :

La clé (Largeur) valeur par défaut : 5cm

\Formule[Aire,Surface=losange,Ancre={([xshift=4cm,yshift=6cm]current page.south west)}, Angle=30, Largeur=6cm]





 $diam\grave{\mathrm{e}}tr\mathrm{e}$

^{11.} Associée à une des deux clés (Perimetre) et (Aire). Les figures ou surfaces disponibles sont polygone (exclusivement pour le périmètre), triangle, parallélogramme, losange, rectangle, carré, cercle, disque et sphère

^{12.} Associée uniquement à la clé (Volume). Les solides disponibles sont le pavé droit, le cube, le cylindre de révolution, le prisme droit, le cône de révolution, la pyramide et la boule.

7 Le théorème de Pythagore

La commande permet de rédiger la solution d'un exercice basé sur le théorème de Pythagore, sa réciproque ou la contraposée. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

 $\Pythagore[\langle clés \rangle] {\langle Nom du triangle \rangle} {a} {b} {c}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Nom du triangle) donné comme en mathématiques (le triangle ABC); le (potentiel?) sommet de l'angle droit ayant la position centrale;
- a, b et c sont les longueurs des côtés (paramètres obligatoires).

Pour permettre les calculs, les paramètres a, b et c doivent respecter des conditions :

 — le calcul de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent a et b se fait avec a ≤ b et c vide;

Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ % Comme 7<8 alors $AC^2 = 7^2 + 8^2$ % la commande calcule la longueur de l'hypothénuse $AC^2 = 49 + 64$ $AC^2 = 113$ $AC = \sqrt{113}$ $AC \approx 10,63 \text{ cm}$

— le calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle d'hypoténuse de longueur a et dont l'autre côté de l'angle droit mesure b se fait avec a > b et c vide;

% Comme 10>5 alors la commande calcule
% la longeur du côté de l'angle droit manquant
\Pythagore{IJK}-{10}-{5}-{}

Dans le triangle IJK rectangle en J, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$IK^{2} = IJ^{2} + JK^{2}$$

$$10^{2} = IJ^{2} + 5^{2}$$

$$100 = IJ^{2} + 25$$

$$IJ^{2} = 100 - 25$$

$$IJ^{2} = 75$$

$$IJ = \sqrt{75}$$

$$IJ \approx 8,66 \text{ cm}$$

la preuve (ou non) qu'un triangle dont les côtés mesurent a, b et c soit rectangle se fait avec a > b et a > c.

%déterminer si le triangle est rectangle \Pythagore[Reciproque]{IJK}{5}{3}{4}

Dans le triangle IJK, [IK] est le plus grand côté.

$$IK^2 = 5^2 = 25$$

$$IJ^2 + JK^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$IK^2 = IJ^2 + JK^2$$

Comme $IK^2 = IJ^2 + JK^2$, alors le triangle IJK est rectangle en J d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Une remarque à ce stade : l'écriture des nombres (pour toutes les commandes de ProfCollege) est gérée par le package siunitx. Ce qui permet l'affichage correct des calculs intermédiaires.

\Pythagore{RVO}{4000}{5000}{}

Dans le triangle *RVO* rectangle en *V*, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$RO^2 = RV^2 + VO^2$$

$$RO^2 = 4\,000^2 + 5\,000^2$$

$$RO^2 = 16\,000\,000 + 25\,000\,000$$

$$RO^2 = 41\,000\,000$$

$$RO = \sqrt{41\,000\,000}$$

$$RO \approx 6403,12 \text{ cm}$$

Passons en revue les clés disponibles. Elles portent sur la présentation générale, sur les calculs ou sur les figures 13 .

La clé (Soustraction)

valeur par défaut : false

Lorsqu'on calcule la longueur d'un côté de l'angle droit, on pourra ainsi afficher le théorème de Pythagore sous sa forme soustractive ¹⁴.

\Pythagore[Soustraction]{IJK}{10}{5}{}

Dans le triangle IJK rectangle en J, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$IJ^2 = IK^2 - JK^2$$

$$IJ^2 = 10^2 - 5^2$$

$$IJ^2 = 100 - 25$$

$$I_{2}I^{2} = 75$$

$$IJ = \sqrt{75}$$

$$IJ \approx 8,66 \text{ cm}$$

La clé (Reciproque)

valeur par défaut : false

Comme vu dans les premiers exemples, elle permet de passer du calcul d'une longueur à la preuve qu'un triangle est ou n'est pas rectangle.

La clé (ReciColonnes)

valeur par défaut : false

Associée à la clé (Reciproque), elle permet de changer la présentation des calculs.

^{13.} Mais quelles figures?

^{14.} Clé mise en place suite à une demande de Kévin Maladry.

\Pythagore [Reciproque, ReciColonnes] {IJK} {9} {5} {6}

Dans le triangle *IJK*, [*IK*] est le plus grand côté.

Comme $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$, alors le triangle IJK n'est pas rectangle d'après la contraposée du théorème de Pythagore.

\Pythagore [Reciproque] {IJK} {9} {5} {6}

Dans le triangle IJK, [IK] est le plus grand côté.

$$IK^2 = 9^2 = 81$$

$$IJ^2 + JK^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$$

Comme $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$, alors le triangle IJK n'est pas rectangle d'après la contraposée du théorème de Pythagore.

La clé (Faible) valeur par défaut : false

Cela permet d'enlever « d'après la contraposée du théorème Pythagore » dans la rédaction ci-dessus.

La clé (Egalite) valeur par défaut : false

C'est un choix pédagogique que d'écrire « le théorème de Pythagore ». Dans les programmes scolaires, il est apparu le nom « d'Égalité de Pythagore ». Cette clé permet donc de passer de l'une à l'autre des écritures, quel que soit l'utilisation de la commande.

\Pythagore{FBT}{5}{7}{}

Dans le triangle FBT rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$FT^2 = FB^2 + BT^2$$

$$FT^2 = 5^2 + 7^2$$

$$FT^2 = 25 + 49$$

$$FT^2 = 74$$

$$FT = \sqrt{74}$$

$$FT \approx 8,6 \text{ cm}$$

\Pythagore[Egalite]{FBT}{5}{7}{}

Comme le triangle FBT est rectangle en B, alors l'égalité de Pythagore est vérifiée :

$$FT^2 = FB^2 + BT^2$$

$$FT^2 = 5^2 + 7^2$$

$$FT^2 = 25 + 49$$

$$FT^2 = 74$$

$$FT = \sqrt{74}$$

$$FT \approx 8,6 \text{ cm}$$

La partie « calculs » de cette commande peut (et doit) être paramétrée. En effet, sans aucune clé, nous obtiendrons la rédaction fausse suivante :

26

\Pythagore{RST}{6}{8}{}

Dans le triangle RST rectangle en S, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$RT^{2} = RS^{2} + ST^{2}$$

$$RT^{2} = 6^{2} + 8^{2}$$

$$RT^{2} = 36 + 64$$

$$RT^{2} = 100$$

$$RT = \sqrt{100}$$

 $RT \approx 10 \text{ cm}$

On va pouvoir améliorer cela grâce aux deux clés (Entier) et (Exact) :

La clé (Exact) valeur par défaut : false

qui indique que la valeur finale obtenue est une valeur exacte;

La clé (Entier) valeur par défaut : false

qui ne va pas écrire l'étape avec la racine carrée ¹⁵.

Dans le triangle RST rectangle en S, le théorème de Pythagore permet d'écrire : $RT^2 = RS^2 + ST^2$ \Pythagore [Entier] {RST} {6} {8} {} $RT^2 = 6^2 + 8^2$ $RT^2 = 36 + 64$ $RT^2 = 100$ $RT \approx 10 \ \mathrm{cm}$

Si la réponse aux calculs n'est pas un nombre décimal, on dispose alors des clés suivantes :

La clé (Racine)

valeur par défaut : false

qui va stopper la rédaction au niveau de l'écriture de la réponse sous sa forme d'une racine carrée.

\Pythagore{IFB}{7}{5}{}

Dans le triangle IFB rectangle en F, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$IB^{2} = IF^{2} + FB^{2}$$

$$7^{2} = IF^{2} + 5^{2}$$

$$49 = IF^{2} + 25$$

$$IF^{2} = 49 - 25$$

$$IF^{2} = 24$$

$$IF = \sqrt{24}$$

$$IF \approx 4.9 \text{ cm}$$

\Pythagore[Racine]{IFB}{7}{5}{}

Dans le triangle IFB rectangle en F, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$IB^{2} = IF^{2} + FB^{2}$$

$$7^{2} = IF^{2} + 5^{2}$$

$$49 = IF^{2} + 25$$

$$IF^{2} = 49 - 25$$

$$IF^{2} = 24$$

$$IF = \sqrt{24}$$

La clé (Precision)

valeur par défaut : 2

qui indique la précision 16 à utiliser pour l'écriture de la valeur approchée de la réponse. Par défaut, c'est une précision à 10^{-2} près.

^{15.} C'est un choix pédagogique qui peut être débattu.

^{16.} Le calcul de la racine carrée est effectué jusqu'à la cinquième décimale.

\Pythagore{FBI}{9}{6}{}

Dans le triangle FBI rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$FI^{2} = FB^{2} + BI^{2}$$

$$9^{2} = FB^{2} + 6^{2}$$

$$81 = FB^{2} + 36$$

$$FB^{2} = 81 - 36$$

$$FB^{2} = 45$$

$$FB = \sqrt{45}$$

$$FB \approx 6,71 \text{ cm}$$

\Pythagore[Precision=3]{FBI}{9}{6}{}

Dans le triangle FBI rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$FI^2 = FB^2 + BI^2$$

$$9^2 = FB^2 + 6^2$$

$$81 = FB^2 + 36$$

$$FB^2 = 81 - 36$$

$$FB^2 = 45$$

$$FB = \sqrt{45}$$

$$FB \approx 6,708 \text{ cm}$$

\Pythagore[Entier,Exact] {RST} {6} {8} {}
La longueur \$RT\$ mesure \SI {\ResultatPytha} {
 \centi\metre}.

Dans le triangle RST rectangle en S, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$RT^2 = RS^2 + ST^2$$

 $RT^2 = 6^2 + 8^2$
 $RT^2 = 36 + 64$
 $RT^2 = 100$
 $RT = 10 \text{ cm}$

La longueur RT mesure $10\,\mathrm{cm}$.

Mais attention, il n'est pas mis en forme automatiquement afin d'anticiper une éventuelle réutilisation ¹⁷.

\Pythagore[Entier,Exact]{RST}{600}{800}{}
La longueur \$RT\$ mesure \ResultatPytha.
%Le nombre 1000 n'est pas écrit "correctement" avec la commande \ResultatPytha

Dans le triangle RST rectangle en S, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$RT^2 = RS^2 + ST^2$$

$$RT^2 = 600^2 + 800^2$$

$$RT^2 = 360\,000 + 640\,000$$

$$RT^2 = 1\,000\,000$$

$$RT = 1\,000\,\mathrm{cm}$$

La longueur *RT* mesure 1000.

La clé suivante va permettre de remédier au changement d'unité :

La clé (Unite) valeur par défaut : cm

^{17.} Voir page 30.

\Pythagore[Unite=mm]{FBI}{9}{6}{}

Dans le triangle FBI rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$FI^{2} = FB^{2} + BI^{2}$$

$$9^{2} = FB^{2} + 6^{2}$$

$$81 = FB^{2} + 36$$

$$FB^{2} = 81 - 36$$

$$FB^{2} = 45$$

$$FB = \sqrt{45}$$

$$FB \approx 6,71 \text{ mm}$$

\Pythagore[Precision=3,Unite=km]{FBI}{9
}{6}{}

Dans le triangle FBI rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$FI^2 = FB^2 + BI^2$$

 $9^2 = FB^2 + 6^2$
 $81 = FB^2 + 36$
 $FB^2 = 81 - 36$
 $FB^2 = 45$
 $FB = \sqrt{45}$
 $FB \approx 6,708 \text{ km}$

D'un point de vue de l'enseignement, il peut être intéressant d'associer une figure à une rédaction. On utilisera pour cela une compilation en shell-escape 18 et :

La clé (Figure) valeur par défaut : false

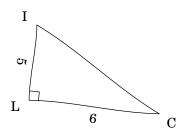
pour la création automatique des figures.

 $\textbf{La cl\'e } \langle \textbf{Angle} \rangle \hspace{1cm} \text{valeur par d\'efaut} : 0$

pour casser un peu la monotonie des figures, en les faisant tourner.

\Pythagore[Figure]{ILC}{5}{6}{}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle ILC rectangle en L, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$IC^{2} = IL^{2} + LC^{2}$$

$$IC^{2} = 5^{2} + 6^{2}$$

$$IC^{2} = 25 + 36$$

$$IC^{2} = 61$$

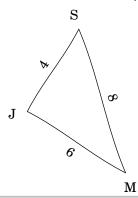
$$IC = \sqrt{61}$$

$$IC \approx 7,81 \text{ cm}$$

^{18.} Elle n'est pas obligatoire, mais elle est plus directe. Grâce au package LATEX gmp, la création des figures est externalisée à METAPOST. Pour des compléments d'information, on se réfèrera à la page 127.

\Pythagore [Reciproque, Figure, ReciColonnes] {MJS}{8}{6}{4}

La figure est donnée à titre indicatif.

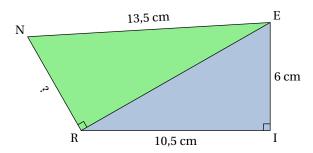


Dans le triangle MJS, [MS] est le plus grand côté.

$$MS^2$$
 $MJ^2 + JS^2$ $6^2 + 4^2$ $36 + 16$ 52

Comme $MS^2 \neq MJ^2 + JS^2$, alors le triangle MJS n'est pas rectangle d'après la contraposée du théorème de Pythagore.

On peut être amené 19 à « enchaîner » deux calculs de longueur à l'aide du théorème de Pythagore. Si les nombres entiers et les valeurs exactes peuvent être réutilisés sans problème, reste le cas de la réutilisation des valeurs approchées comme sur la figure suivante 20 :



\setlength{\columnsep}{50pt}
\begin{multicols}{2}

\Pythagore{EIR}{6}{10.5}{}%

\columnbreak%

\Pythagore{NRE}{13.5}{12.09}{}% \end{multicols}

Dans le triangle EIR rectangle en I, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$ER^2 = EI^2 + IR^2$$

$$ER^2 = 6^2 + 10.5^2$$

$$ER^2 = 36 + 110,25$$

$$ER^2 = 146,25$$

$$ER = \sqrt{146,25}$$

$$ER \approx 12,09 \text{ cm}$$

Dans le triangle NRE rectangle en R, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$NE^2 = NR^2 + RE^2$$

$$13.5^2 = NR^2 + 12.09^2$$

$$182,25 = NR^2 + 146,1681$$

$$NR^2 = 182.25 - 146.1681$$

$$NR^2 = 36,0819$$

$$NR = \sqrt{36,0819}$$

$$NR \approx 6.01 \text{ cm}$$

Dans ce cas, il faut utiliser

Les clés (EnchaineA), (EnchaineB), (EnchaineC) pour indiquer quelle valeur doit être remplacée et

valeur par défaut : false

^{19.} Situation proposée par Laurent Lassalle Carrere.

 $^{20.\} D'apr\`es\ https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=36618\&ordre=1.$

Les clés (ValeurA), (ValeurB), (ValeurC)

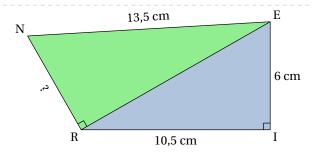
valeur par défaut : 0

pour indiquer quelle valeur utiliser.

\[\includegraphics{PythagoreSesamath-1}\] \begin{multicols}{2}

\Pythagore{EIR}{6}{10.5}{}%

\Pythagore [EnchaineB, ValeurB=146.25, Exact, Entier] {NRE} {13.5} {12.09} {} \end{multicols}



Dans le triangle EIR rectangle en I, le théorème de Pythagore permet d'écrire : Dans le triangle NRE rectangle en R, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$ER^2 = EI^2 + IR^2$$

$$ER^2 = 6^2 + 10.5^2$$

$$ER^2 = 36 + 110,25$$

$$ER^2 = 146,25$$

$$ER = \sqrt{146,25}$$

$$ER \approx 12,09 \text{ cm}$$

$$NE^2 = NR^2 + RE^2$$

$$13.5^2 = NR^2 + 146.25$$

$$182,25 = NR^2 + 146,25$$

$$NR^2 = 182,25 - 146,25$$

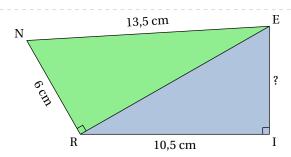
$$NR^{2} = 36$$

$$NR = 6 \text{ cm}$$

\[\includegraphics{PythagoreSesamath-2}\] \begin{multicols}{2} \Pythagore{ERN}{13.5}{6}{}%

\Pythagore [EnchaineC, ValeurC=146.25, Exact, Entier] {EIR} {12.09} {10.5} {}

\end{multicols}



Dans le triangle ERN rectangle en R, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

Dans le triangle *EIR* rectangle en *I*, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$EN^{2} = ER^{2} + RN^{2}$$

$$13.5^{2} = ER^{2} + 6^{2}$$

$$182.25 = ER^{2} + 36$$

$$ER^{2} = 182.25 - 36$$

$$ER^{2} = 146.25$$

$$ER = \sqrt{146.25}$$

$$ER \approx 12.09 \text{ cm}$$

$$ER^2 = EI^2 + IR^2$$

 $146,25 = EI^2 + 10,5^2$
 $146,25 = EI^2 + 110,25$
 $EI^2 = 146,25 - 110,25$
 $EI^2 = 36$
 $EI = 6$ cm

On peut vouloir insister sur le fait que $ER^2 = 146,25$ est l'information utile. Pour cela, on utilisera La clé (AvantRacine) valeur par défaut : false qui permet d'arrêter l'écriture des calculs avant l'étape de la racine carrée.

\begin{multicols}{2} \Pythagore [AvantRacine] {ERN} {13.5} {6} {} %

\columnbreak

\Pythagore [EnchaineC, ValeurC=146.25, Exact, Entier] {EIR} {12.09} {10.5} {} \end{multicols}

de Pythagore permet d'écrire :

Dans le triangle ERN rectangle en R, le théorème Dans le triangle EIR rectangle en I, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$EN^{2} = ER^{2} + RN^{2}$$

$$13.5^{2} = ER^{2} + 6^{2}$$

$$182.25 = ER^{2} + 36$$

$$ER^{2} = 182.25 - 36$$

$$ER^{2} = 146.25$$

$$ER^2 = EI^2 + IR^2$$

 $146,25 = EI^2 + 10,5^2$
 $146,25 = EI^2 + 110,25$
 $EI^2 = 146,25 - 110,25$
 $EI^2 = 36$
 $EI = 6$ cm

8 La somme des angles d'un triangle

La commande permet de calculer la mesure du troisième angle d'un triangle lorsque deux mesures sont déjà connues. Elle s'utilise en mode texte et a la forme suivante :

 $\Sigma = \Lambda g = [\langle clés \rangle] {\langle Nom du triangle \rangle} {a} {b}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Nom du triangle) donné comme en mathématiques (le triangle ABC); le sommet de l'angle cherché étant le premier point nommé;
- a et b sont les valeurs des mesures des angles connus (paramètres obligatoires) (ici, \widehat{ABC} et \widehat{BCA}).

\SommeAngles{ABC}{30}{90}

Dans le triangle ABC, on a :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180^{\circ}$$

$$30^{\circ} + 90^{\circ} + \widehat{CAB} = 180^{\circ}$$

$$120^{\circ} + \widehat{CAB} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{CAB} = 180^{\circ} - 120^{\circ}$$

$$\widehat{CAB} = 60^{\circ}$$

\SommeAngles{IJK}{40}{40}

Dans le triangle IJK, on a :

$$\widehat{IJK} + \widehat{JKI} + \widehat{KIJ} = 180^{\circ}$$

$$40^{\circ} + 40^{\circ} + \widehat{KIJ} = 180^{\circ}$$

$$80^{\circ} + \widehat{KIJ} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{KIJ} = 180^{\circ} - 80^{\circ}$$

$$\widehat{KIJ} = 100^{\circ}$$

Le résultat obtenu est directement accessible avec la commande \ResultatAngle mais il n'est pas mis en forme pour une éventuelle utilisation ultérieure, par exemple en trigonométrie.

La clé (Detail)

valeur par défaut : true

Affiche *par défaut* l'avant-dernière étape du calcul, celle de la soustraction. Cela résulte d'un choix pédagogique. On peut supprimer cette étape en mettant cette clé à false.

\SommeAngles{RST}{50}{70}

Dans le triangle RST, on a :

$$\widehat{RST} + \widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$50^{\circ} + 70^{\circ} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$120^{\circ} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{TRS} = 180^{\circ} - 120^{\circ}$$

$$\widehat{TRS} = 60^{\circ}$$

\SommeAngles[Detail=false]{RST}{50}{70}

Dans le triangle RST, on a :

$$\widehat{RST} + \widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$50^{\circ} + 70^{\circ} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$120^{\circ} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{TRS} = 60^{\circ}$$

La clé (Figure)

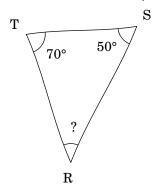
valeur par défaut : false

Comme pour le théorème de Pythagore, on peut associer une figure à la résolution du calcul. Dans ce cas, il faut également une compilation en shell-escape ²¹.

^{21.} Pour des compléments d'information, on se réfèrera à la page 127.

\SommeAngles[Figure] {RST}{50}{70}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle RST, on a :

$$\widehat{RST} + \widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$50^{\circ} + 70^{\circ} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$120^{\circ} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{TRS} = 180^{\circ} - 120^{\circ}$$

$$\widehat{TRS} = 60^{\circ}$$

La clé (Isocele)

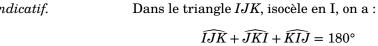
valeur par défaut : false

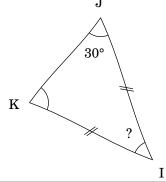
permet, quant à elle, de traiter les deux cas d'un triangle isocèle 22 :

- le premier sommet du (Nom du triangle) sera le sommet principal du triangle isocèle;
- avec b vide, on calculera l'angle principal :

\SommeAngles[Detail=false,Figure,Isocele]{IJK}{30}{}

La figure est donnée à titre indicatif.





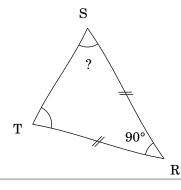
$$2 \times 30^{\circ} + \widehat{KIJ} = 180^{\circ}$$
$$2 \times 30^{\circ} + \widehat{KIJ} = 180^{\circ}$$
$$60^{\circ} + \widehat{KIJ} = 180^{\circ}$$
$$\widehat{KIJ} = 120^{\circ}$$

- avec a vide, on calculera la mesure commune des angles égaux :

\SommeAngles[Detail=false,Figure,Isocele]{RST}{}{90}

La figure est donnée à titre indicatif.

Dans le triangle RST, isocèle en R, on a :



$$\widehat{RST} + \widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180^{\circ}$$

$$2 \times \widehat{RST} + 90^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$2 \times \widehat{RST} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{RST} = \frac{90^{\circ}}{2}$$

$$\widehat{RST} = 45^{\circ}$$

^{22.} Les figures s'adaptent également.

9 Le théorème de Thalès

La commande permet de rédiger la solution d'un exercice basé sur le théorème de Thalès. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

 $Thales[\langle clés \rangle] {\langle Noms des points considérés \rangle} {a}{b}{c}{d}{e}{f}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Noms des points considérés) donné sous la forme ABCMN où ABC est le « triangle de base » et M, N les deux points formant la droite « parallèle » ;
- a, b, c, d, e, f sont les longueurs *connues ou non* des côtés (paramètres obligatoires) données pour compléter l'égalité de quotient sous la forme :

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

Dans le triangle RST, U est un point de la droite (RS), V est un point de la droite (RT).

Comme les droites (UV) et (ST) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{RU}{RS} = \frac{RV}{RT} = \frac{UV}{ST}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{RU}{25} = \frac{15}{40} = \frac{7}{25}$$

$$RU = \frac{25 \times 15}{40}$$

$$RU = \frac{375}{40}$$

$$RU = 9,375 \text{ cm}$$

\Thales{RSTUV}{RU}{15}{7}{25}{40}{25}

7}{25}{40}{25}

Pour les noms de points composés comme A', A₁... il faut « protéger » l'appel du nom :

Dans le triangle RS'T, U_1 est un point de la droite (RS'), V est un point de la droite (RT).

Comme les droites (U_1V) et (S'T) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{RU_1}{RS'} = \frac{RV}{RT} = \frac{U_1V}{S'T}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{RU_1}{25} = \frac{15}{40} = \frac{7}{25}$$

$$RU_1 = \frac{25 \times 15}{40}$$

$$RU_1 = \frac{375}{40}$$

$$RU_1 = 9,375 \text{ cm}$$

Comme on peut le voir, des choix ont été faits : la version *forte* du théorème de Thalès (pour les classes de 3^e), l'écriture sous la forme de quotients...

On dispose des clés suivantes :

La clé (Segment)

12}

Elle écrira la version faible du théorème de Thalès.

\Thales[Segment] {ABCMN}{35}{AN}{7}{90}{90}{

valeur par défaut : false

Dans le triangle ABC, M est un point du segment (AB), N est un point du segment (AC). Comme les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{35}{90} = \frac{AN}{90} = \frac{7}{12}$$

$$AN = \frac{90 \times 7}{12}$$

$$AN = \frac{630}{12}$$

$$AN = 52,5 \text{ cm}$$

Avant de poursuivre, les résultats obtenus sont disponibles grâce à \ResultatThalesx, \ResultatThalesy et \ResultatThalesz associées respectivement au premier quotient, au deuxième quotient et au troisième quotient. Par exemple, avec le code

Dans l'exemple précédent, la longueur \$AN\$ mesure \ResultatThalesy.

on obtiendra « Dans l'exemple précédent, la longueur AN mesure 52.5. »

Comme pour la commande \ResultatPytha, la valeur obtenue n'est pas mise en forme, toujours dans un souci de réutilisation.

La clé (Propor) valeur par défaut : false

Cela écrira le théorème de Thalès en insistant sur la proportionnalité des côtés.

Dans le triangle RST, U est un point de la droite (RS), V est un point de la droite (RT). Comme les droites (UV) et (ST) sont parallèles, alors le tableau

est un tableau de proportionnalité d'après le théorème de Thalès.

On remplace par les longueurs connues :

$$\begin{array}{c|cccc}
7 & 15 & UV \\
\hline
25 & 25 & 40
\end{array}$$

$$UV = \frac{40 \times 15}{25}$$

$$UV = \frac{600}{25}$$

$$UV = \frac{600}{25}$$

$$UV = 24 \text{ cm}$$

\Thales[Propor]{RSTUV}{7}{15}{UV}{25}{25}{

La clé (Precision)

valeur par défaut : 2

Dans le cas d'une valeur obtenue inexacte, on pourra choisir la précision de l'arrondi affiché. L'affichage du signe d'approximation se fait automatiquement.

\Thales[Precision=3]{IRNTS}{6}{1.9}{TS}{2.3}{2.6}{4.2}

Dans le triangle IRN, T est un point de la droite (IR), S est un point de la droite (IN). Comme les droites (TS) et (RN) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{IT}{IR} = \frac{IS}{IN} = \frac{TS}{RN}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{6}{2,3} = \frac{1,9}{2,6} = \frac{TS}{4,2}$$

$$TS = \frac{4.2\times1.9}{2.6}$$

$$TS = \frac{7,98}{2,6}$$

$$TS \approx 3,069 \text{ cm}$$



À partir de la version 0.62, il est obligatoire d'entrer les valeurs numériques sous la forme informa-



Néanmoins, on peut vouloir travailler avec une autre unité de longueur. On utilisera donc

La clé (Unite) valeur par défaut : cm

Un travail utilisant exclusivement des valeurs entières ²³ et des écritures exactes? Cela est rendu possible grâce à la clé...

La clé (Entier) 24

valeur par défaut : false

Dans le triangle IRN, T est un point de la droite (IR), S est un point de la droite (IN). Comme les droites (TS) et (RN) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{IT}{IR} = \frac{IS}{IN} = \frac{TS}{RN}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{6}{23} = \frac{19}{26} = \frac{TS}{42}$$

$$TS = \frac{42 \times 19}{26}$$

$$TS = \frac{798}{26}$$

$$TS = \frac{798_{+2}}{26_{+2}}$$
$$TS = \frac{399}{13}$$

$$TS = \frac{399}{13}$$

La clé (Figure) valeur par défaut : false

Elle dessinera ²⁵ une figure dans la configuration *classique*, associée aux données.

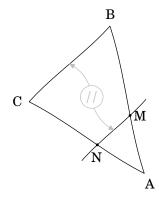
^{23.} À la fois pour les données que pour les calculs et les réponses

^{24.} Les commandes \ResultatThalesx, \ResultatThalesy et \ResultatThalesz ne sont pas disponibles avec cette clé

^{25.} avec une compilation shell-escape (page 127).

\Thales[Figure] {ABCMN} {7} {AN} {35} {12} {AC} {BC}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC). Comme les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{7}{12} = \frac{AN}{AC} = \frac{35}{BC}$$

$$BC = \frac{35 \times 12}{7}$$

$$BC = \frac{420}{7}$$

$$BC = 60 \text{ cm}$$

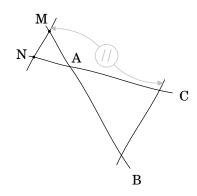
La clé (Figurecroisee)

valeur par défaut : false

Incompatible avec la clé $\langle Figure \rangle$, elle dessinera une figure dans la configuration *croisée*, associée aux données.

\Thales[Figurecroisee]{ABCMN}{35}{90}{7}{AB}{AC}{12}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC). Comme les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{35}{AB} = \frac{90}{AC} = \frac{7}{12}$$

$$AB = \frac{35 \times 12}{7}$$
 $AC = \frac{90 \times 12}{7}$
 $AB = \frac{420}{7}$ $AC = \frac{1080}{7}$
 $AB = 60 \text{ cm}$ $AC \approx 154,29 \text{ cm}$

On remarque ici que la commande permet de faire les deux calculs associés aux informations données. Mais parfois, il n'est demandé qu'un seul des deux calculs. Le choix se fait avec

La cle (ChoixCalcul)

valeur par défaut : 0

- La valeur 0 est associée à l'intégralité des calculs;
- la valeur 1 est associée au calcul utilisant une longueur inconnue dans le premier quotient;
- la valeur 2 est associée au calcul utilisant une longueur inconnue dans le deuxième quotient;
- la valeur 3 est associée au calcul utilisant une longueur inconnue dans le troisième quotient.

Si, dans l'exemple précédent, nous souhaitons uniquement le calcul de AB, on tapera :

\Thales[Figurecroisee, ChoixCalcul=1] {ABCMN}{35}{90}{7}{AB}{AC}{12}

On peut également travailler sur la rédaction « initiale » du théorème de Thalès :

La clé (Redaction) valeur par défaut : false

\Thales[Redaction]{ABCDE}{}{}{}{}{}}

Dans le triangle ABC, D est un point de la droite (AB), E est un point de la droite (AC). Comme les droites (DE) et (BC) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

ceci en vue d'une remédiation partielle :

Dans le triangle A...C, ... est un point de la droite (A...), E est un point de la droite (AC). Comme les droites (...E) et (...C) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{A...}{A...} = \frac{AE}{AC} = \frac{...E}{...C}$$

voire complète:

La clé (Remediation)

valeur par défaut : false

Et pour la réciproque? une autre commande? Non, une autre clé...

La clé (Reciproque)

valeur par défaut : false

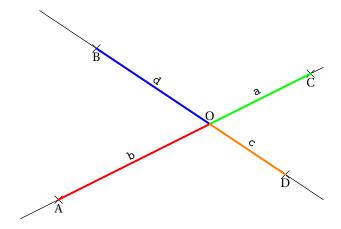
Elle permettra de rédiger la rédaction d'un exercice utilisant la réciproque du théorème de Thalès. La grande majorité des autres clés (sauf les clés $\langle \mathsf{Entier} \rangle$ et $\langle \mathsf{Precision} \rangle$) sont disponibles.

Néanmoins, il faudra veiller à la différence de sens qu'auront les deux derniers paramètres e et f de la commande. Sachant que ces paramètres sont respectivement associés aux paramètres a, b et aux paramètres c, d :

- ils seront vides si leurs paramètres associés sont des nombres entiers;
- ils seront un coefficient multiplicateur si les paramètres associés sont des nombres décimaux.

Voici une figure qui permettra de positionner les éléments du code :

\Thales[Reciproque]{OABCD}{a}{b}{c}{d}{}}



Suivant les enseignants, la preuve de l'égalité des quotients peut se faire par comparaison de fraction (choix par défaut) ou en prouvant l'égalité des produits en croix associés aux quotients. Cela se fait par :

La clé (Produit) valeur par défaut : false

Dans ce cas, les paramètres e et f seront vides qu'on utilise ou pas des nombres entiers.

Le comportement par défaut et l'utilisation des deux clés $\langle \mathsf{Propor} \rangle$ et $\langle \mathsf{Produit} \rangle$ sont proposés sur les exemples suivants :

\Thales[Reciproque] {ABCMN} {35} {90} {7} {18} {} {}

Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC).

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{35}{90} = \frac{35_{+5}}{90_{+5}} = \frac{7}{18} \\ \\ \frac{AN}{AC} = \frac{7}{18} \end{array} \right\} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

De plus, les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C. Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

\Thales[Reciproque, Propor] {ABCMN}{3.5}{9}{0.07}{0.18}{10}{100}

Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC). Le tableau $\frac{AM \mid AN}{AB \mid AC}$ est-il un tableau de proportionnalité?

$$\begin{split} \frac{AM}{AB} &= \frac{3.5}{9} = \frac{3.5 \times 10}{9 \times 10} = \frac{35}{90} \\ \frac{AN}{AC} &= \frac{0.07}{0.18} = \frac{0.07 \times 100}{0.18 \times 100} = \frac{7}{18} = \frac{7 \times 5}{18 \times 5} = \frac{35}{90} \end{split} \right\} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

Donc le tableau $\cfrac{AM \mid AN}{AB \mid AC}$ est bien un tableau de proportionnalité.

De plus, les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C. Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

\Thales[Reciproque, Produit] {ABCMN} {3.5} {9} {0.07} {0.18} {}}

Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC).

$$\frac{AM}{AB} = \frac{3.5}{9}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{0.07}{0.18}$$

Effectuons les produits en croix :

$$3.5 \times 0.18 = 0.63$$

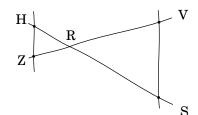
$$9 \times 0.07 = 0.63$$

Comme les produits en croix sont égaux alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

De plus, les points A, M, B sont alignés dans le même ordre que les points A, N, C. Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

\Thales[Reciproque,Figurecroisee] {RSVHZ}{35}{80}{7}{18}{}}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle RSV, H est un point de la droite (RS), Z est un point de la droite (RV).

$$\frac{RH}{RS} = \frac{35}{80} = \frac{35_{+5}}{80_{+5}} = \frac{7}{16} = \frac{7 \times 9}{16 \times 9} = \frac{63}{144}$$

$$\frac{RZ}{RV} = \frac{7}{18} = \frac{7 \times 8}{18 \times 8} = \frac{56}{144}$$

$$\left. \begin{array}{c} RH \\ \hline RS \end{array} \right\} \neq \frac{RZ}{RV}$$

Donc les droites (HZ) et (SV) ne sont pas parallèles.

\Thales [Reciproque, Simplification=false] {ABCMN}{7}{13}{23}{31}{}}

Dans le triangle ABC, M est un point de la droite (AB), N est un point de la droite (AC).

$$\frac{AM}{AB} = \frac{7}{13} = \frac{7 \times 31}{13 \times 31} = \frac{217}{403}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{23}{31} = \frac{23 \times 13}{31 \times 13} = \frac{299}{403}$$

$$\left. \begin{array}{c} AM \\ \overline{AB} \end{array} \right\} \neq \frac{AN}{\overline{AC}}$$

Donc les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

10 La trigonométrie

La commande permet de rédiger la solution d'un exercice basé sur la trigonométrie, que ce soit un calcul de longueur ou un calcul d'angle. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

 $Trigo[\langle clés \rangle] {\langle Nom du triangle \rangle} {a} {b} {c}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Nom du triangle) donné comme en mathématiques (le triangle *ABC*); le sommet de l'angle droit étant au centre; le sommet de l'angle sur lequel on travaille étant placé en premier;
- a, b et c sont des nombres connus ou non (paramètres obligatoires) représentant :
 - le côté adjacent à l'angle, l'hypoténuse du triangle rectangle et la mesure de l'angle considéré lorsqu'on souhaitera utiliser le cosinus de l'angle aigu;
 - le côté opposé à l'angle, l'hypoténuse du triangle rectangle et la mesure de l'angle considéré lorsqu'on souhaitera utiliser le sinus de l'angle aigu;
 - le côté opposé à l'angle, le côté adjacent à l'angle la mesure de l'angle considéré lorsqu'on souhaitera utiliser la tangente de l'angle aigu.

Dans chaque cas, un de ces paramètres devra être vide pour induire le calcul correspondant.

%On calcule l'hypoténuse avec le cosinus \Trigo[Cosinus] {RST}{30}{}{50}

Dans le triangle RST, rectangle en S, on a :

$$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}$$

$$\cos(50^{\circ}) = \frac{30}{RT}$$

$$RT = \frac{30}{\cos(50^{\circ})}$$

$$RT \approx 46,67 \text{ cm}$$

%On calcule le côté opposé avec la tangente \Trigo[Tangente] {AKV}{}{45}{70}

Dans le triangle AKV, rectangle en K, on a :

$$\tan(\widehat{KAV}) = \frac{KV}{AK}$$

$$\tan(70^\circ) = \frac{KV}{45}$$

$$45 \times \tan(70^\circ) = KV$$

$$123,64 \text{ cm} \approx KV$$

%On calcule la mesure de l'angle avec le

\Trigo[Sinus]{IJK}{30}{45}{}

Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a :

$$\sin(\widehat{JIK}) = \frac{JK}{IK}$$
$$\sin(\widehat{JIK}) = \frac{30}{45}$$
$$\widehat{JIK} \approx 42^{\circ}$$

Comme pour la commande \Pythagore, tous les résultats sont accessibles par la commande \ResultatTrigo (elle s'adapte au cas considéré) mais ils ne sont pas mis en forme...

 Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a :

$$\sin(\widehat{JIK}) = \frac{JK}{IK}$$

$$\sin(\widehat{JIK}) = \frac{30}{45}$$

$$\widehat{JIK} \approx 42^{\circ}$$

L'angle \widehat{JIK} mesure approximativement 42.

%On calcule la mesure de l'angle avec le
 sinus
\Trigo[Sinus]{IJK}{30}{}{20}
La longueur \$IK\$ mesure
 approximativement
\ResultatTrigo~\si{\centi\metre}.
%Le nombre est écrit informatiquement...\SI
 {\ResultatTrigo}{\centi\metre}.

Dans le triangle IJK, rectangle en J, on a : $\sin(\widehat{JIK}) = \frac{JK}{IK}$ $\sin(20^\circ) = \frac{30}{IK}$ $IK = \frac{30}{\sin(20^\circ)}$

La longueur *IK* mesure approximativement 87.71 cm.

 $IK \approx 87,71 \text{ cm}$

Les clés vont permettre d'adapter la rédaction. On a choisi l'écriture classique pour exprimer les lignes trigonométriques. Mais pédagogiquement, il peut être intéressant d'utiliser l'écriture basée sur la proportionnalité 26 :

La clé (Propor) valeur par défaut : false

%On calcule le côté opposé avec le sinus \Trigo[Propor,Sinus]{AKV}{}{45}{70}

Dans le triangle AKV, rectangle en K, on a :

$$AV \times \sin(\widehat{KAV}) = KV$$
$$45 \times \sin(70^{\circ}) = KV$$
$$42,29 \text{ cm} \approx KV$$

Avant de poursuivre, il faut porter une attention particulière au format des nombres dans le fichier source. Comme c'est le package xfp qui effectue les calculs, il est nécessaire de rentrer les nombres décimaux sous la forme *informatique* : 4.5. Par contre, ils seront affichés dans l'écriture décimale classique : 4,5.

%On calcule le côté adjacent avec la tangente \\Trigo[Propor,Tangente]{FVH}{3.2}{}{70}

Dans le triangle FVH, rectangle en V, on a :

$$FV \times \tan(\widehat{VFH}) = VH$$

$$FV \times \tan(70^{\circ}) = 3.2$$

$$FV = \frac{3.2}{\tan(70^{\circ})}$$

$$FV \approx 1.16 \text{ cm}$$

La clé (Precision)

qui indique la précision de l'arrondi dans les calculs.

La clé (Unite)

qui indique l'unité des longueurs calculées.

26. C'est ce que j'utilise.

valeur par défaut : 2

valeur par défaut : cm

%On calcule l'hypoténuse avec le cosinus \Trigo [Cosinus,Unite=dm,Precision=4]{FVH}{3.2}{}{70}

Dans le triangle FVH, rectangle en V, on a :

$$\cos(\widehat{VFH}) = \frac{FV}{FH}$$

$$\cos(70^\circ) = \frac{3,2}{FH}$$

$$FH = \frac{3,2}{\cos(70^\circ)}$$

$$FH \approx 9,3562 \text{ dm}$$

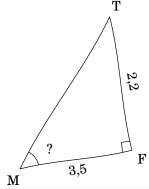
On peut également, comme pour les précédentes parties géométriques, associer une figure 27 à chaque calcul par :

La clé 〈Figure〉 valeur par défaut : false

La clé 〈Angle〉 valeur par défaut : false

%On calcule la mesure de l'angle avec la tangente \Trigo[Tangente,Figure,Angle]{MFT}{2.2}{3.5}{}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle MFT, rectangle en F, on a :

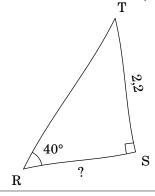
$$\tan(\widehat{FMT}) = \frac{FT}{MF}$$

$$\tan(\widehat{FMT}) = \frac{2,2}{3,5}$$

$$\widehat{FMT} \approx 32^{\circ}$$

%On calcule la longueur d'un côté avec la tangente \Trigo[Tangente,Figure]{RST}{2.2}{}{40}

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle RST, rectangle en S, on a :

$$\tan(\widehat{SRT}) = \frac{ST}{RS}$$

$$\tan(40^{\circ}) = \frac{2,2}{RS}$$

$$RS = \frac{2,2}{\tan(40^{\circ})}$$

$$RS \approx 2,62 \text{ cm}$$

^{27.} Avec une compilation shell-escape (voir page 127).

11 Position relative de deux droites

La commande permet de rédiger la solution d'un exercice basé sur la position relative de deux droites, en accord avec les propriétés vues en classe de 6^e. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

\ProprieteDroites[\(c\left(c\left)\)]\{a\}\{c\}

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- a, b et c sont les droites utilisées par les propriétés.

Comme les droites (AB) et (d_1) sont toutes les deux parallèles à la même droite (d_2) , alors les droites (AB) et (d_1) sont parallèles.

La clé (Num)

valeur par défaut : 1

Elle permet de choisir la propriété à utiliser.

\ProprieteDroites[Num=2]{AB}{d_1}{d_2}
2}

Comme les droites (AB) et (d_1) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (d_2) , alors les droites (AB) et (d_1) sont parallèles.

\ProprieteDroites[Num=3]{AB}{d_1}{d_2}
2}

Comme les droites (AB) et (d_2) sont parallèles, alors la droite (d_1) qui est perpendiculaire à (d_2) est également perpendiculaire à la droite (AB).

La clé (CitePropriete)

valeur par défaut : false

La rédaction se fera en citant la propriété utilisée.

\ProprieteDroites[CitePropriete]{AB}{d_1}{d_2}

Les droites (AB) et (d_2) sont parallèles. Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre. Donc les droites (AB) et (d_1) sont parallèles.

La clé (Brouillon)

valeur par défaut : false

Dans la rédaction, on verra apparaître la rédaction succincte de la solution.

\ProprieteDroites[Num=3,Brouillon]{AB}{IJ}{EF}

(AB)//(EF) $(IJ) \perp (EF)$ $(AB) \perp (IJ)$

Comme les droites (AB) et (EF) sont parallèles, alors la droite (IJ) qui est perpendiculaire à (EF) est également perpendiculaire à la droite (AB).

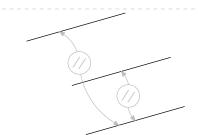
La clé (Figure)

valeur par défaut : false

pour associer une figure ²⁸ à la propriété utilisée.

28. Avec une compilation shell-escape (voir page 127).

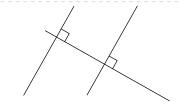
\ProprieteDroites[Figure]{EF}{IJ}{d_3}



Comme les droites (EF) et (IJ) sont toutes les deux parallèles à la même droite (d_3) , alors les droites (EF) et (IJ) sont parallèles.

Mais cette figure serait plus utile dans une situation de remédiation...

\ProprieteDroites[Figure,Num=2,Brouillon,Remediation]{EF}{IJ}{d_3}



$$(\ldots) \perp (\ldots)$$
 $(\ldots) \perp (\ldots)$

Comme les droites (....) et (....) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (....), alors les droites (....) et (....) sont parallèles.

12 Le repérage

La commande ²⁹ permet de présenter diverses situations de repérage : demi-droite graduée; droite graduée; repère du plan; repérage sur un pavé droit. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

\Reperage [\langle clés \rangle] {\Liste des éléments \rangle}

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Liste des éléments) donné sous la forme :
 - 1/A; -1.5/B pour le repérage sur une droite (ou demi-droite) graduée;
 - 1/2/A; -1.5/3/B pour le repérage dans le plan;
 - -1/3/5/A; -1.5/-2/3/B pour le repérage sur un pavé droit.

Attention, ces listes doivent être non vides.

\Reperage{2/B,-3/A} O I O I

Comme on peut le voir, la commande est paramétrée par défaut sur une droite graduée d'unité $1\,\mathrm{cm}$. On affiche le nom des points avec

La clé (AffichageNom)

On peut changer l'unité de longueur par

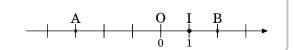
La clé (Unitex)

Elle sera donnée en centimètre.

valeur par défaut : 1

valeur par défaut : false



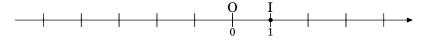


On peut vouloir donner un exercice tel que celui-ci :

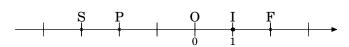
Corrigé :

\Reperage [AffichageNom] {2/F,-3/S,-2/P}

1. Placer les points suivants F(2); S(-3), P(-2) sur la droite graduée ci-dessous.



Corrigé:



Même si la réponse est correcte, l'enseignant peut légitimement vouloir la même droite graduée dans la réponse que dans l'énoncé 30 . Cela se fera en ajoutant *au moins* un « point vide » :

^{29.} À compiler en shell-escape (voir page 127).

^{30.} Je remercie Laurent Lassalle Carrere d'avoir soulevé le relatif :) problème.

\begin{enumerate}

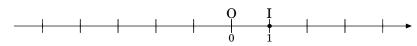
\item Placer les points suivants F(2); S(-3), P(-2) sur la droite graduée ci-dessous. \Reperage{3/B,-4/A}

\end{enumerate}

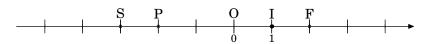
Corrigé :

\Reperage[AffichageNom]{-4/,2/F,-3/S,-2/P,3/}

1. Placer les points suivants F(2); S(-3), P(-2) sur la droite graduée ci-dessous.

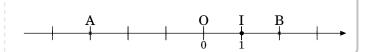


Corrigé:

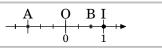


À ce stade, il convient de préciser la façon dont sont interprétées les valeurs numériques « de repérage ». Dans l'écriture $\ensuremath{\tt Reperage\{2/B,-3/A\}}$, l'abscisse du point B vaut 2 unités dans un repère caché d'unité Pasx. Par défaut Pasx = Unitex... La comparaison des situations ci-dessous va éclairer cela.

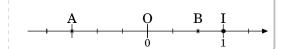
\Reperage[AffichageNom]{2/B,-3/A}



\Reperage [AffichageNom, Pasx=3] {2/B,-3/A}

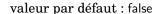


\Reperage[AffichageNom, Pasx=3, Unitex=2]{2/B,-3/A}



Pour obtenir une demi-droite, on utilisera

La clé (DemiDroite)

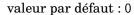


\Reperage [DemiDroite, Pasx=3, Unitex=2] {2/B,3/A}

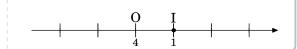


Comment faire pour obtenir un « morceau de demi-droite »? En utilisant

La clé (ValeurOrigine)

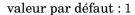


\Reperage[ValeurOrigine=4]{2/A}

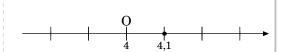


Pas très cohérent?

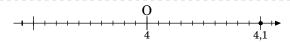
La clé (ValeurUnitex)



\Reperage [ValeurOrigine=4, ValeurUnitex=4.1] {2/A}

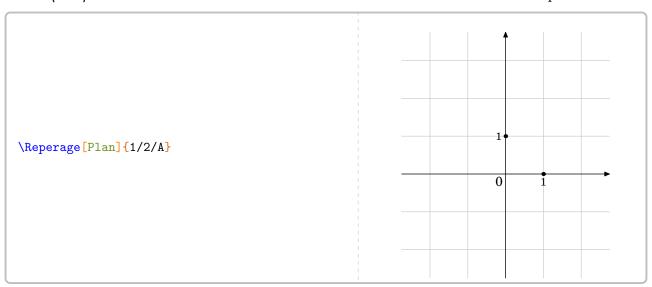


\Reperage [ValeurOrigine=4, ValeurUnitex=4.1, Pasx=10, Unitex=3] {2/A}



Repérage du plan

La clé (Plan) valeur par défaut : false



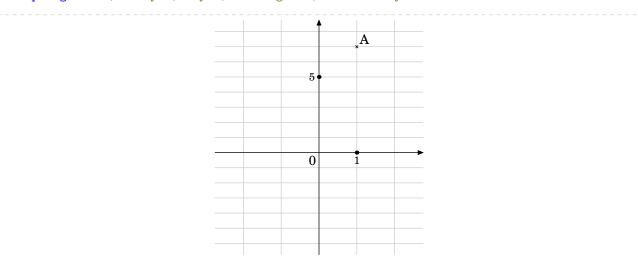
 $En \ plus \ des \ cl\acute{e}s \ \langle Unitex \rangle, \ \langle ValeurUnitex \rangle, \ \langle AffichageNom \rangle, \ d'autres \ sont \ disponibles:$

 $\textbf{La cl\'e } \langle \textbf{Unitey} \rangle \hspace{1cm} \text{valeur par d\'efaut} : 1$

Elle sera donnée en centimètre.

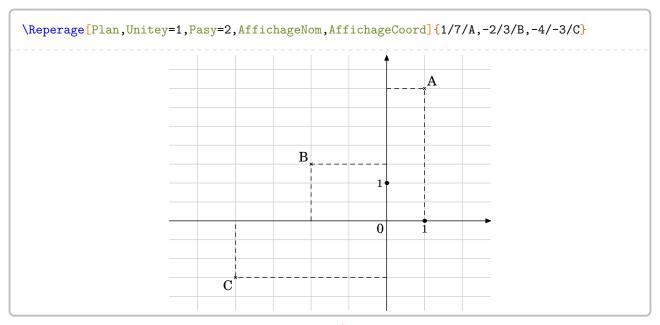
 $\textbf{La cl\'e \langle Pasy \rangle} \hspace{1cm} \text{valeur par d\'efaut} : 1$





On peut afficher les repères de lecture des coordonnées d'un point :

La clé (AffichageCoord) valeur par défaut : false



Une fois les points placés, on peut effectuer des tracés ³¹ dans ce repère :

La clé (Trace) valeur par défaut : false qui indiquera qu'il y a des tracés à faire.



Seul le tracé de segments est implanté! De plus, le nombre maximum de points à relier est limité



La clé (ListeSegment)

valeur par défaut : {}

La liste des segments à tracer sera indiquée sous la forme

ListeSegment={12,35...}

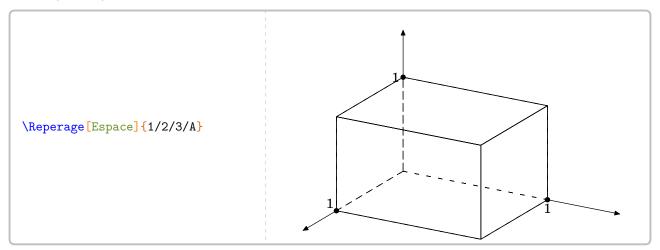
où 1, 2, 3, 5...sont les numéros des points placés par la commande.

```
\Reperage [Plan, Unitex=0.5, Unitey=0.5, AffichageNom, AffichageCoord, Trace, ListeSegment={
    12,13,34,25,45}]{0/4/A,-3/-3/B,3/-3/C,-4/1/D,4/1/E}
 %segment 12 -> Segment $[AB]$
 %segment 13 -> Segment $[AC]$
 %segment 34 -> Segment $[CD]$
 %segment 25 -> Segment $[BE]$
 %segment 45 -> Segment $[DE]$
                                                      A
                                      D
                                                                   \mathbf{E}
                                         В
                                                                \mathbf{C}
```

31. À partir de la version 0.63, suite à une demande de Laurent Lassalle Carrere

Repérage sur un pavé droit

La clé (Espace) valeur par défaut : false

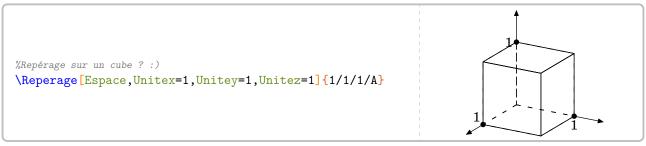


Toutes les clés pour les coordonnées en x et en y ont été mises en place pour la troisième coordonnées. Mais elles ne jouent pas le même rôle que dans les repérages sur une droite ou dans un plan.

Les clés (Unitex), (Unitey), (Unitez)

valeur par défaut : 2 / 2.5 / 1.5

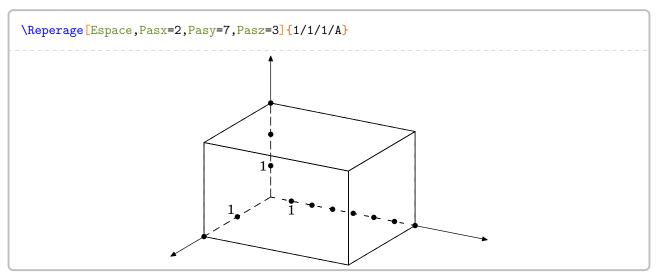
Elles indiquent les dimensions du pavé droit respectivement en x, en y et en z.



Les clés (Pasx), (Pasy), (Pasz)

valeur par défaut : 1 / 1 / 1

Elles indiquent combien d'unités de repérage va représenter l'arête associée.



Le pavé droit est dessiné en respectant les règles de la perspective cavalière. On peut « zoomer » avec

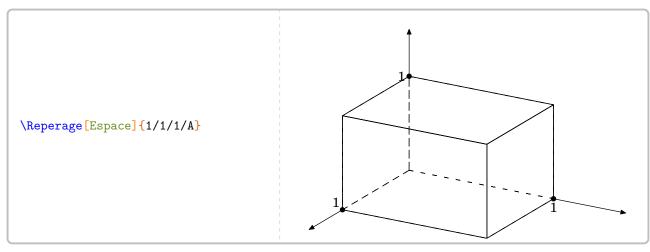
La clé (EchelleEspace)

valeur par défaut : 50

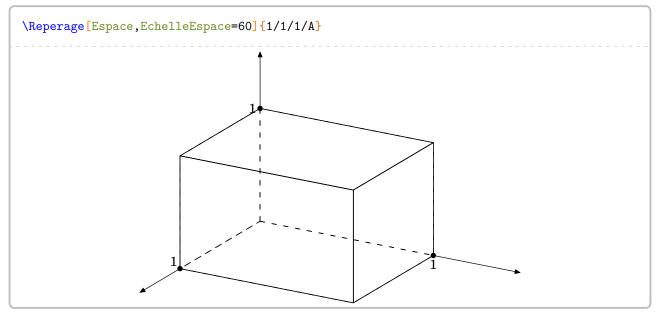
Elle applique:

- un zoom avant sur le pavé droit si sa valeur absolue devient supérieure à 50;
- un zoom avant sur le pavé droit si sa valeur absolue devient inférieure à 50.

Une valeur négative orientera différemment les axes.



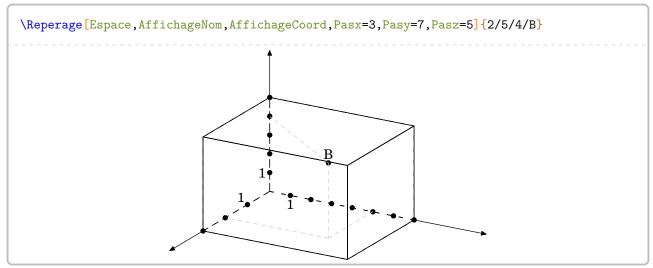




Enfin, comme dans le plan, on dispose :

La clé (AffichageNom)
La clé (AffichageCoord)

valeur par défaut : false valeur par défaut : false



\Reperage[Espace, EchelleEspace=-50, AffichageNom, AffichageCoord, Pasx=3, Pasy=7, Pasz=5]{
2/5/4/B}

13 Nombre premier

Un nombre entier étant donné, la commande permet de le décomposer en produit de facteurs premiers. On pourra lui associer un arbre de décomposition ³².

Elle a la forme suivante :

 $\Decomposition[\langle clés \rangle] \{a\}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- a est le nombre entier considéré (paramètre obligatoire).

Pour cette commande, au moins une clé est nécessaire.

La clé (Tableau) valeur par défaut : false

Elle écrira la décomposition sous la forme d'un tableau mathématique centré.

\D	$150 = 2 \times 75$
\Decomposition[Tableau]{150}	$150 = 2 \times 3 \times 25$
	$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$

La clé (TableauVertical)

valeur par défaut : false

Elle écrira la décomposition sous la forme d'un tableau présentant la décomposition sur le côté droit du tableau.

\Decomposition[TableauVertical]{150}	75 25 5	3 5 5
--------------------------------------	---------------	-------------

On dispose également de

La clé (TableauVerticalVide)

valeur par défaut : false

pour faire compléter les élèves eux-mêmes.

	150	
	••••	
\Decomposition[TableauVerticalVide] {150}		

La clé (Exposant)

valeur par défaut : false

Elle écrira uniquement la décomposition du nombre entier considéré.

\Decomposition[Exposant] {150}	$2 \times 3 \times 5^2$

La clé (Longue)

valeur par défaut : false

qui est la version « faible » de la clé (Exposant).

\Decomposition[Longue] {150} $2 \times 3 \times 5 \times 5$

32. Pour ces arbres, le nombre entier sera limité à 4096, limite de METAPOST...

La clé (All)

valeur par défaut : false

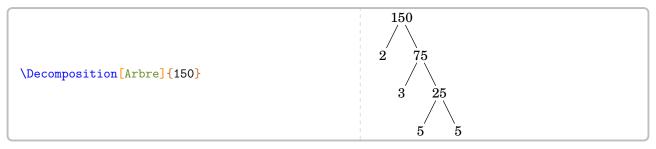
Elle regroupe les deux clés (Tableau) et (Exposant) dans une présentation sous forme de tableau.

\Decomposition[A11]{150} $150 = 2 \times 75 \\ 150 = 2 \times 3 \times 25 \\ 150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \\ 150 = 2 \times 3 \times 5^2$

La clé (Arbre) 33

valeur par défaut : false

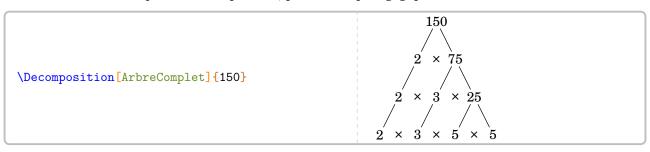
Elle trace ³⁴ un arbre de décomposition *simple*.



La clé (ArbreComplet)

valeur par défaut : false

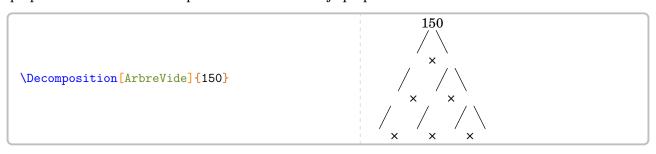
Elle trace un arbre complet de décomposition, plus lisible pédagogiquement.



La clé (ArbreVide)

valeur par défaut : false

qui permet aux élèves de compléter une structure déjà préparée.



La clé (Diviseurs)

valeur par défaut : false

qui donnera la liste des diviseurs de nombre considéré.

La liste des diviseurs de 999 est \\\Decomposition[Diviseurs] \{ 999 \}.

La liste des diviseurs de 999 est 1; 3; 9; 27; 37; 111; 333 et 999.

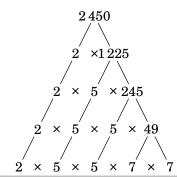
^{34.} Tous les arbres sont obtenus avec une compilation en shell-escape (voir page 127).

```
Écrire la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre
\num{2450}.%
\vspace{1em}

\begin{minipage}{0.45\linewidth}
   \[\Decomposition[ArbreComplet]{2450}\]
\end{minipage}
\hfill
\begin{minipage}{0.45\linewidth}
   On décompose \num{2450} :
   \Decomposition[Tableau]{2450}

Par conséquent, on écrit :
   \[\num{2450}=\Decomposition[Exposant]{2450}\]
\end{minipage}
```

Écrire la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 2 450.



On décompose 2450:

$$2450 = 2 \times 1225$$

 $2450 = 2 \times 5 \times 245$
 $2450 = 2 \times 5 \times 5 \times 49$
 $2450 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$

Par conséquent, on écrit :

$$2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$$

14 La représentation graphique de fraction

Pour représenter une fraction par un « schéma », on utilisera la commande 35 :

 $\Gamma(\langle clés \rangle) \{a/b\}$

où

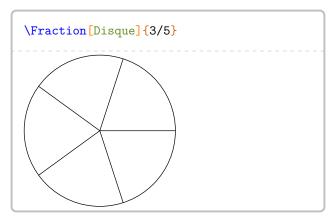
- (clés) est un ensemble de paramètres (obligatoires et optionnels) pour adapter la commande;
- a est le numérateur et b le dénominateur de la fraction considérée.

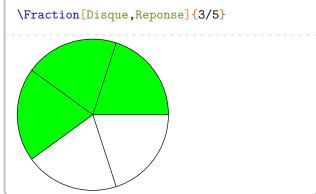
Grâce à cette commande, l'enseignant peut proposer un schéma « vide » ou une correction avec :

La clé (Reponse) valeur par défaut : false

Plusieurs types de schémas sont disponibles :

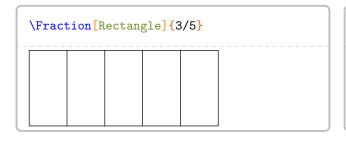
La clé (Disque) valeur par défaut : true

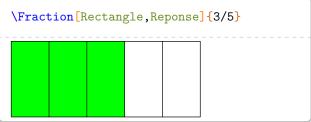




La clé (Rectangle)

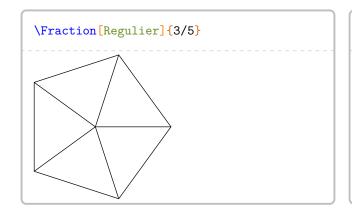
valeur par défaut : false

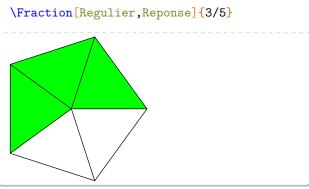




La clé (Regulier)

valeur par défaut : false





^{35.} Elle nécessitera une compilation en shell-escape (page 127).





D'autres paramètres sont disponibles :

La clé (Rayon) valeur par défaut : 2 cm

pour le rayon du disque ou du cercle circonscrit au polygone régulier choisi.

La clé (Longueur) valeur par défaut : 5 cm

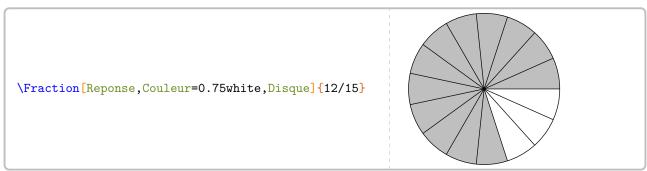
La clé (Largeur) valeur par défaut : 2 cm pour les dimensions du rectangle utilisé ainsi que la longueur du segment.

La clé (Cotes) valeur par défaut : 5

pour spécifier le nombre de côtés du polygone régulier utilisé.

La clé (Couleur) valeur par défaut : green

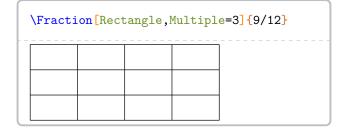
qui doit être donnée dans un format reconnu par METAPOST. Par conséquent, on pourra utiliser white, red, 0.95white, red+blue, (0.5,1,0.25)... 36

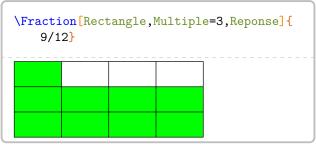


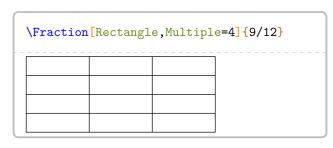
Le cas du rectangle mérite d'être traité plus en profondeur. En effet, pour représenter la fraction $\frac{9}{12}$, on peut insister sur telle ou telle décomposition de $12:1\times12$ ou 4×3 ou... On utilisera alors :

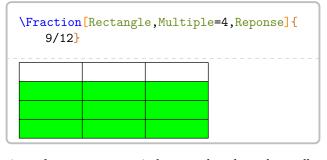
 $\textbf{La cl\'e (Multiple)} \hspace{1.5cm} \text{valeur par d\'efaut}: 1$

qui indique le partage de la « largeur » du rectangle.









^{36.} Le package METAPOSTsvgnames.mp étant chargé lors de la création des images, on peut également utiliser des couleurs telles que Crimson, Cornsilk...On les trouvera à la page 128.

15 Simplification d'écritures fractionnaires

Deux nombres entiers relatifs a et b étant donnés, la commande permet de simplifier l'écriture $\frac{a}{b}$. Elle s'utilise en mode texte, en mode math et elle a la forme suivante :

 $Simplification[\langle clés \rangle] \{a\}\{b\}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- a et b sont les nombres entiers relatifs considérés (paramètre obligatoire).

$$\frac{125}{45} = \frac{25}{9}$$

On dispose des clés suivantes :

La clé (Details)

valeur par défaut : false

Elle écrira le détail de la simplification. Celle-ci se fait avec le P.G.C.D. des deux nombres.

$$\frac{125}{45} = \frac{125_{+5}}{45_{+5}}$$

La clé (All)

valeur par défaut : false

Elle affichera le détail de la simplification et la simplification elle-même

$$\[\frac{125}{45} = \mathbb{I}_{125}{45} \]$$

$$\frac{125}{45} = \frac{125_{_{\div 5}}}{45_{_{\div 5}}} = \frac{25}{9}$$

On peut « améliorer » la décomposition de la simplification en utilisant la commande \Simplification couplée à la commande \Decomposition des nombres premiers :

$$\frac{1320}{1248} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13} = \frac{55}{52}$$

Mais, on peut vouloir insister sur les différentes étapes de la simplification, notamment pour les critères de divisibilité.

La clé (Longue)

valeur par défaut : false

 $\label{lem:longue} $$ \prod_{1320}}{\sum_{1248}} = \lim_{1320}{1320}{1248}$

$$\frac{1320}{1248} = \frac{2 \times 660}{2 \times 624} = \frac{660}{624} = \frac{2 \times 330}{2 \times 312} = \frac{330}{312} = \frac{2 \times 165}{2 \times 156} = \frac{165}{156} = \frac{3 \times 55}{3 \times 52} = \frac{55}{52}$$

Enfin, on peut vouloir présenter la simplification comme en classe de $6^{\rm e}$. Au prix d'un *léger* changement de syntaxe, on utilisera :

La clé (Fleches)

valeur par défaut : false

\vspace*{2em}%Juste pour cette documentation
\[\Simplification[Fleches]{110/\tiny\$\div10\$/}{30/\tiny\$\div\dots\$/3}\]
\vspace*{2em}%Juste pour cette documentation

$$\frac{110}{30} = \frac{1}{3}$$

16 Les puissances

La commande proposée n'apporte aucune fioriture. Avec les nouveaux programmes du collège, les formules de calculs ne sont plus à apprendre mais à comprendre. Il faut donc détailler les calculs.

```
\P \simeq \{\langle a \rangle \} \{\langle b \rangle \}
```

avec a une expression (le plus souvent un nombre) et b un nombre entier relatif.

Concernant l'écriture scientifique, ProfCollege faisant une utilisation *abusive* du package siunitx, il n'est pas apparu nécessire de créer une nouvelle commande :

```
\num{3.15d-5} 3,15 \times 10^{-5}
```

La proportionnalité **17**

La commande permet d'afficher un tableau de proportionnalité (ou non), auquel est associé les fonctions utiles ³⁷ aux enseignants. Elle s'utilise en mode texte et elle se présente sous la forme :

\Propor[\langle clés \rangle] \{\Liste des \text{\empty} elements par colonne}\}

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Liste des éléments par colonne) donné sous la forme 38 c1-l1 / c1-l2, c2-l1 / c2-l2....

\Propor{1/2,3/5,6/9,10/11}

Grandeur A	1	3	6	10
Grandeur B	2	5	9	11

Deux remarques immédiates : le tableau n'est pas centré horizontalement sur la page et le nom des grandeurs est « standard ». Si le centrage se fait avec l'environnement center, on change les noms des deux grandeurs par:

La clé (GrandeurA) La clé (GrandeurB)

\end{center}

```
valeur par défaut : Grandeur A
                                                                         valeur par défaut : Grandeur B
\begin{center}
```

Temps (s)	1	3	6
Distance (m)	2	5	9

\Propor[GrandeurA=Temps (s), GrandeurB=Distance (m)]{1/2,3/5,6/9}%

Dans la commande \Propor, les valeurs attendues sont, par défaut, des nombres. Si on veut y inscrire des éléments mathématiques, on utilisera 39

La clé (Math) valeur par défaut : false

```
\begin{center}
 \Propor [Math, GrandeurA=Rayon (cm), GrandeurB=Périmètre (cm)] {1/$2\pi$,4/$8\pi$,5/$10\pi
     $,10/$20\pi$}
\end{center}
```

Rayon (cm)	1	4	5	10
Périmètre (cm)	2π	8π	10π	20π

On dispose de deux clés permettant de modifier les éléments du tableau :

valeur par défaut : 1 La clé (Stretch)

Elle joue le même rôle que la commande \arraystretch{}.

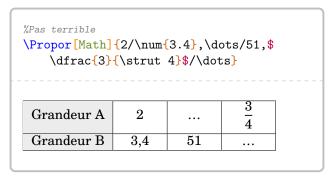
La clé (Largeur) valeur par défaut : 1cm

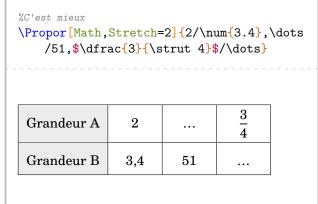
Elle permettra de modifier la largeur des colonnes « numériques » du tableau.

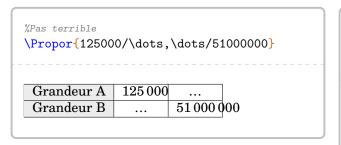
^{37.} Flèches de définition; de linéarité; du coefficient de proportionnalité.

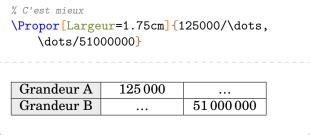
^{38.} c1 colonne 1; 11 ligne 1...

^{39.} Dans ce cas, le formatage des nombres n'est pas mis en place... Il faudra donc utiliser \num{3,5}.







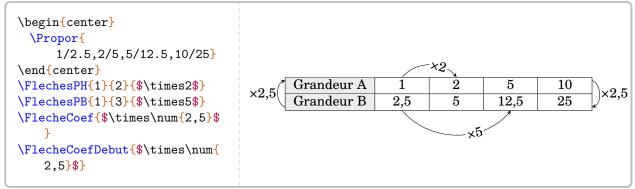


Une fois le tableau construit, il y a plusieurs « marqueurs invisibles » permettant de se repérer :

	H 1	H $@$	
Grandeur A			
Grandeur B			
	B①	B2	

On dispose alors $des\ commandes\ ^{40}$ permettant de relier $ces\ marqueurs$:

- \FlechesPH{a}{b}{\texte}} pour relier les marqueurs Ha et Hb par une flèche associée au texte $\langle \text{texte} \rangle$;
- \FlecheCoef{\texte\} pour tracer, sur la droite du tableau, une flèche indiquant (ou pas) le coefficient de proportionnalité (ou pas) associée au texte \texte\.
- \FlecheCoefDebut{\(texte\)\} pour tracer, sur la gauche du tableau, une flèche indiquant (ou pas) le coefficient de proportionnalité (ou pas) associée au texte \(\texte\).



• \FlecheLineaireH{a}{b}{c}{opération} pour associer linéairement les marqueurs Ha et Hb avec opération afin d'obtenir le marqueur Hc.

^{40.} Ce ne sont pas des clés!

```
\begin{center}
\Propor[Stretch=1.25,Math,GrandeurA=Hauteur $h$ (cm),GrandeurB=\begin{tabular}{c}
\Volume (en cm$^3$) d'un cylindre\\ de rayon 5~cm et de hauteur $h$\end{tabular},
\Largeur=0.75cm]{2/$50\pi$,3/$75\pi$,5/}
\end{center}
\FlecheLineaireH{1}{2}{3}{$+$}
\FlecheLineaireB{1}{2}{3}{$+$}
\Volume (en cm³) d'un cylindre
\delta e rayon 5 cm et de hauteur h
```

18 Application: les pourcentages

Associée à la commande \Propor (page 61), la commande permet d'appliquer un pourcentage (ou une augmentation, ou une réduction) et de calculer un pourcentage. Elle s'utilise en mode texte et elle se présente sous la forme :

 $\Pourcentage[\langle clés \rangle] \{t\} \{q\}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- t représente le taux de pourcentage et q la quantité.

	Pour calculer 15 % de 36, on effectue le cal-
\Pourcentage{15}{36}	cul:
	$0.15 \times 36 = 5.4$

Par défaut, la commande utilise :

La clé (Appliquer)

valeur par défaut : true

Elle affiche la résolution « décimale » du calcul avec :

La clé (Decimal)

valeur par défaut : true

Si on souhaite une écriture fractionnaire, on utilisera :

La clé (Fractionnaire) 41

valeur par défaut : false

Pour calculer 15 % de 36, on effectue le calcul : $\frac{15}{100} \times 36 = \frac{540}{100} = 5,4$

Dans le cas d'un exercice « concret », on utilisera :

\Pourcentage [Fractionnaire] {15}{36}

La clé (Concret)

valeur par défaut : false

associée à

La clé (Unite)

valeur par défaut : g

Pour calculer 15 % de 36 km, on effectue le calcul : $0.15 \times 36 \text{ km} = 5.4 \text{ km}$

On peut ensuite appliquer une augmentation avec :

La clé (Augmenter)

valeur par défaut : false

	Calculons ce que représente l'augmenta- tion de 15 %. Pour calculer 15 % de 36, on effectue le calcul :
\Pourcentage[Augmenter] {15}{36}	$0,15 \times 36 = 5,4$
	On obtient une augmentation de $5,4$. Donc un total de $36 + 5,4 = 41,4$.

On peut agrémenter ce calcul par un tableau avec

La clé (AideTableau)

valeur par défaut : false

^{41.} Peut-être faut-il y ajouter des choses...

\Pourcentage [Augmenter, AideTableau] {15} {36}

Calculons ce que représente l'augmentation de 15 %.

Grandeur A		15	×0.15
Total	36	100	J×0,13

On obtient une augmentation de $0.15 \times 36 = 5.4$.

Donc un total de 36 + 5,4 = 41,4.

On changera 42 le nom de « Grandeur A » et celui de « Total » :

La clé (GrandeurA)

valeur par défaut : Grandeur A

valeur par défaut : Total

La clé (GrandeurB)

\Pourcentage[Augmenter, AideTableau, GrandeurA=Augmentation (\si{\percent}), GrandeurB= Nombre d'habitants, Concret, Unite=habitants] {15}{36}

Calculons ce que représente l'augmentation de 15 %.

Augmentation (%)		15	×0,15
Nombre d'habitants	36	100	

On obtient une augmentation de 0.15×36 habitants = 5.4 habitants. Donc un total de 36 habitants + 5.4 habitants = 41.4 habitants.

On dispose des mêmes clés lorsqu'on utilise :

La clé (Reduire) valeur par défaut : false

\Pourcentage[Reduire, AideTableau, GrandeurA=Réduction (\si{\percent}), GrandeurB= Visibilité (m), Concret, Unite=m] {15} {36}

Calculons ce que représente la diminution de 15 %.

Réduction (%)		15	×0.15
Visibilité (m)	36	100	X0,15

On obtient une diminution de 0.15×36 m = 5.4 m. Donc un total de 36 m - 5.4 m = 30.6 m.

Le mot « diminution » peut être modifié par :

La clé (MotReduction)

valeur par défaut : diminution

et si on souhaite utiliser les notions de la classe de troisième :

La clé (Formule) valeur par défaut : false

\Pourcentage [Reduire, Formule] {17} {51}

Réduire une quantité de 17 %, cela revient à multiplier cette quantitié par $1 - \frac{17}{100}$. Par conséquent, si on réduit 51 de 17 %, cela donne :

$$51 \times \left(1 - \frac{17}{100}\right) = 51 \times (1 - 0.17) = 51 \times 0.83 = 42.33$$

Enfin, si on souhaite calculer un pourcentage, on utilisera:

La clé (Calculer) valeur par défaut : false

^{42.} Dans le tableau seulement.

\Pourcentage [Calculer] {15} {39}

Total 39 100

Le choix a été fait de ne pas mettre de phrase de conclusion car dans un cas comme celui-ci, quelle réponse donner? L'utilisateur choisira... en s'aidant de \ResultatPourcentage valant, dans l'exemple précédent, 38.46153846153846.

Le package ProfCollege utilisant le package xfp, on pourra par exemple écrire :

\num{\fpeval{round(\ResultatPourcentage,2)}}

pour afficher 38,46.

19 Les ratio

La commande permet d'afficher soit un tableau de proportionnalité, soit un graphique. Elle s'utilise en mode texte et elle se présente sous la forme :

\Ratio[\clés\]-{\Liste des \(\cleap \) | \Ratio[\cleap \]

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels ou obligatoires);
- (Liste des éléments du ratio) donnée:
 - si on souhaite une figure, sous la forme a,b pour un ratio a:b ou sous la forme a,b,c pour un ratio a:b:c;
 - si on souhaite un tableau de proportionnalité, sous la forme ⁴³ nom1 / v1 / r1, nom2 / v2 / r2....

```
\Ratio{2,3}
\Ratio{Eau//2,Sable//3,Château/60/5}
```

L'utilisateur doit choisir ce qu'il souhaite grâce à :

La clé (Figure)

\Ratio[Figure] \{2,3\}
\Ratio[Figure] \{2,3,4\}

\text{Quantité}

\text{2 parts } 3 parts \text{quantité}

\text{quantité}

\text{2 parts } 3 parts \text{quantité}

La clé (Tableau)

\Ratio[Tableau]{Eau//2,Sable//3,Château/60/5}

Grandeur A			60
Part(s)	2	3	5

Pour les figures, plusieurs clés sont disponibles :

La clé (Longueur)

\Ratio[Figure,Longueur=6cm]{2,3}

2 parts

3 parts

La clé (TexteTotal)

\Ratio[Figure, TexteTotal=35 ballons] {2,3}

2 parts 3 parts

La clé (TextePart)

valeur par défaut : part

valeur par défaut : false

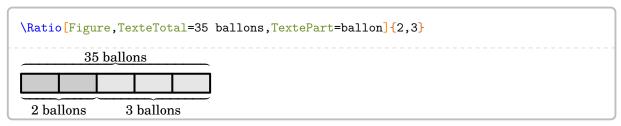
valeur par défaut : false

valeur par défaut : 5 cm

valeur par défaut : quantité

Le pluriel est géré... mais dans les cas simples (pluriel avec un s).

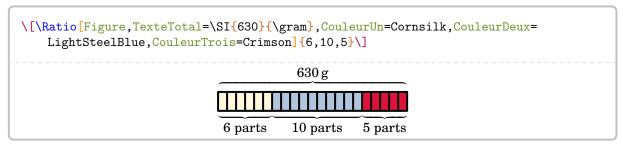
^{43.} nom1 « élément 1 » ; v1 valeur 1 ; r1 $1^{\rm re}$ composante du ratio...



Les clés (CouleurUn), (CouleurDeux), (CouleurTrois)

valeur par défaut : gris, 0.5gris+0.5blanc,blanc

Elles seront données dans le langage METAPOST: à part les classiques black, blue, red, green et white, les couleurs rouge, bleu, noir, blanc, vert, orange, violet, rose, ciel, cielfonce, jaune, gris et orangevif sont disponibles. De plus, le fichier PfC-Svgnames.mp 44 permet d'avoir davantage de choix de couleurs.



Pour le tableau, lié à la proportionnalité, on retrouvera les paramètres associés à la commande \Propor 45 :

La clé (GrandeurA)

valeur par défaut : Grandeur A

La clé (GrandeurB)

valeur par défaut : Part(s)

La clé (Largeur)

valeur par défaut : 1 cm

La clé (Stretch)

valeur par défaut : 1

\Ratio[Tableau,GrandeurA=Masse (g),Largeur=1.5cm]{Farine//6,Beurre//10,Sucre//5,Sablé /630/21}

Masse (g)				630
Part(s)	6	10	5	21

Néanmoins, on dispose d'une clé supplémentaire.

Nom

En l'activant, le tableau prendra une « autre » forme.

valeur par défaut : false

\Ratio[Tableau, GrandeurA=Masse (g), Nom, Largeur=1.5cm] {Farine//6, Beurre//10, Sucre //5, Sablé/630/21}

		Farine	Beurre	Sucre	Sablé				
	Masse (g)				630				
	Part(s)	6	10	5	21				

Dans les deux cas, on peut utiliser une des commandes \FlecheRatio{} ou \FlecheInvRatio{}

^{44.} Voir page 128.

^{45.} Voir page **61**.

```
\Ratio[Tableau,GrandeurA=Masse (g),Nom,Largeur=1.5cm]{Farine//6,Beurre//10,Sucre//5,Sablé/630/21}
```

\FlecheRatio{\$\div30\$}

\bigskip

\Ratio[Tableau,GrandeurA=Masse (g),Nom,Largeur=1.5cm]{Farine//6,Beurre//10,Sucre//5,Sablé/630/21}

\FlecheInvRatio{\$\times30\$}

	Farine	Beurre	Sucre	Sablé	
Masse (g)				630	. 20
Part(s)	6	10	5	21)÷30

	ſ	Farine	Beurre	Sucre	Sablé	
Masse	(g)				630	1
Part(s	s)	6	10	5	21)×30

20 Les statistiques

La commande permet d'obtenir des éléments issues d'une série statistique qualitative ou quantitative : tableau, fréquence, angle dans le cas d'un diagramme circulaire ou semi-circulaire, les indicateurs statistiques classiques (moyenne, étendue, médiane), diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

 $\Tilde{Stat}[\langle clés \rangle] \{\langle Données \rangle\}$

οù

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- 〈Données〉 écrites sous la forme valeur/effectif (cas quantitatif, toujours dans l'ordre croissant des valeurs) ou catégorie/effectif dans le cas qualitatif.

Cette distinction qualitatif / quantitatif est faite par :

La clé (Qualitatif) valeur par défaut : false

```
\Stat{2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}
\Stat[Qualitatif]{Lundi/25,Mardi/18,Mercredi/17,Jeudi/10,Vendredi/5,Samedi/7.5}
```

On remarque que la commande seule n'affiche rien 46. Il faut lui indiquer ce qu'elle doit faire.

La clé (Tableau) valeur par défaut : false

Affiche le tableau associé à la liste de données.

```
\Stat[Tableau] {2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}
                  Valeurs
                                   \overline{2}
                                                                    8
                                                                              9
                                                                                       12.25
                                                                                                   15
                                              5
                                                        6.5
                 Effectif(s)
                                              3
                                                                               7
                                                                                         \overline{2}
                                                         5
                                                                    4
                                                                                                    5
```

\Stat[Qualitatif, Tableau] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/7.5}

Valeurs	Lundi	Mardi	Mer-	Jeudi	Ven-	Sa-
			credi		dredi	medi
Effectif(s)	25	18	17	10	5	7,5

Quelques adaptations sont à faire pour ces tableaux :

 $\begin{tabular}{lll} \textbf{La clé (Donnee)} & valeur par défaut : Valeurs \\ \textbf{La clé (Effectif)} & valeur par défaut : Effectif(s) \\ \textbf{La clé (Largeur)} & valeur par défaut : 1 cm \\ \end{tabular}$

\Stat[Qualitatif, Tableau, Donnee=\textbf{jour}, Effectif=nombre de patients, Largeur=1.5cm] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20}

jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
nombre de patients	25	18	17	10	5	20

Une fois la présentation du tableau adaptée, on peut lui ajouter une ou plusieurs lignes : celle des fréquences (uniquement dans le cas quantitatif) et celle des angles pour l'éventuelle construction d'un diagramme circulaire (ou semi-circulaire).

La clé (Frequence) valeur par défaut : false

affichera, dans le tableau, les fréquences en pourcentage (arrondis à l'unité).

^{46.} En fait, les calculs sont faits...

La clé (Angle)

valeur par défaut : false

affichera, dans le tableau, les angles (arrondis à l'unité) associés à la construction d'un diagramme circulaire.

La clé (SemiAngle)

valeur par défaut : false

affichera, dans le tableau, les angles (arrondis à l'unité) associés à la construction d'un diagramme semicirculaire.

\Stat[Tableau, Frequence, Angle] {2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}

Valeurs	2	5	6,5	8	9	12,25	15
Effectif(s)	1	3	5	4	7	2	5
Fréquence (%)	4	11	19	15	26	7	19
Angle (°)	13	40	67	53	93	27	67

\Stat[Qualitatif, Tableau, Largeur=1.5cm, SemiAngle] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20}

Valeurs	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
Effectif(s)	25	18	17	10	5	20
Angle (°)	47	34	32	19	9	38

Néanmoins, on peut souhaiter simplement présenter un tableau à compléter...

La clé (TableauVide)

valeur par défaut : false

\Stat [Tableau, TableauVide, Frequence, Angle, ECC] {2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}

Valeurs	2	5	6,5	8	9	12,25	15
Effectif(s)	1	3	5	4	7	2	5
Fréquence (%)							
Angle (°)							
E.C.C.							

La clé (Total)

valeur par défaut : false

pour indiquer les totaux ⁴⁷...

\Stat [Tableau, Frequence, Angle, Total] {2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}

Valeurs	2	5	6,5	8	9	12,25	15	Total
Effectif(s)	1	3	5	4	7	2	5	27
Fréquence (%)	4	11	19	15	26	7	19	100
Angle (°)	13	40	67	53	93	27	67	360

\Stat[Qualitatif, Tableau, Largeur=1.5cm, SemiAngle, Total] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20}

Valeurs	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Total
Effectif(s)	25	18	17	10	5	20	95
Angle (°)	47	34	32	19	9	38	180

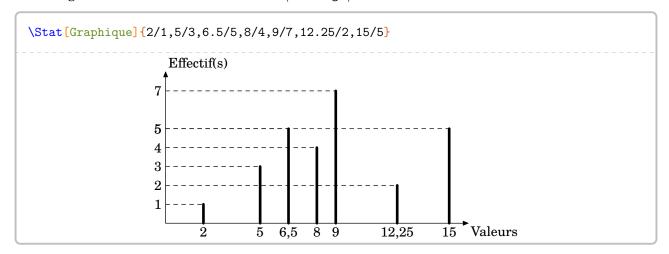
On peut associer une représentation graphique à une série statistique grâce à :

^{47.} Pour la fréquence, le parti a été d'indiquer 100 comme total, même si parfois avec les arrondis...

La clé (Graphique) valeur par défaut : false

qui tracera 48 un des trois diagrammes proposés :

- le diagramme en bâtons par défaut; on le désactivera avec la clé (Batons) positionnée à false;
- le diagramme circulaire avec la clé (Angle);
- le diagramme semi-circulaire avec la clé (SemiAngle).



Il est possible de changer les unités sur les deux axes :

La clé (Unitex)

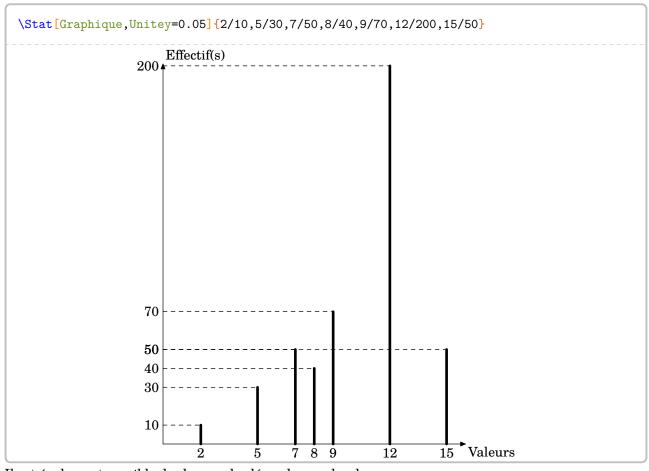
valeur par défaut : 0.5 cm

Elle sera donnée en centimètre.

La clé (Unitey)

valeur par défaut : 0.5 cm

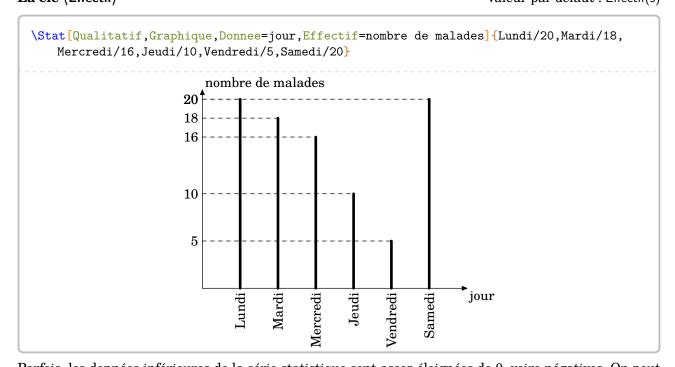
Elle sera donnée en centimètre.



Il est également possible de changer les légendes sur les deux axes :

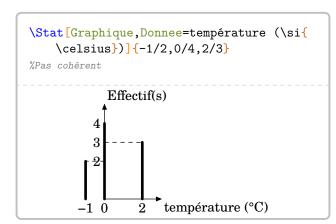
^{48.} Avec une compilation shell-escape (voir page 127).

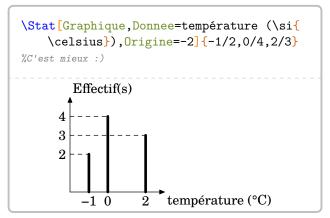
valeur par défaut : Valeurs valeur par défaut : Effectif(s)



Parfois, les données inférieures de la série statistique sont assez éloignées de 0, voire négatives. On peut translater le diagramme en bâtons grâce à :

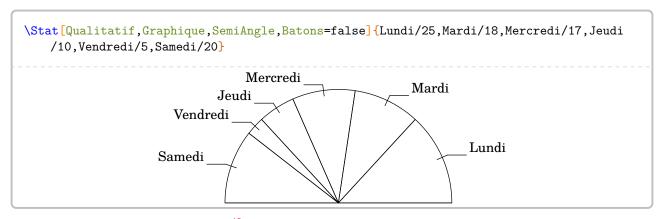
 $\textbf{La cl\'e (Origine)} \hspace{1.5cm} valeur \hspace{0.1cm} par \hspace{0.1cm} d\'efaut: 0$





Attention, les diagrammes circulaire et semi-circulaire ne sont pas disponibles avec les caractères quantitatifs. Cependant, on peut changer le rayon des diagrammes circulaires et semi-circulaires avec :

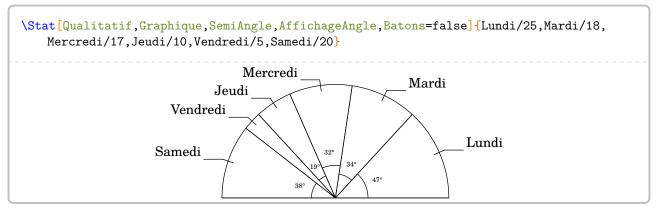
La clé (Rayon) valeur par défaut : 3 cm



On peut choisir d'afficher les angles 49 ou non avec

La clé (AffichageAngle)

valeur par défaut : false



Les indicateurs statistiques disponibles sont l'effectif total, l'étendue, la moyenne et la médiane. Ils sont gérés par :

La clé (EffectifTotal)

valeur par défaut : false

qui indiquera $le\ calcul$ (s'il est nécessaire) de l'effectif total.

\Stat[Tableau, EffectifTotal] {2/10,5/30,7/50,8/40,9/70,12/200,15/50} \Stat[EffectifTotal] {2/10,5/30,7/50,8/40,9/70,12/200,15/50}

L'effectif total est :

$$10 + 30 + 50 + 40 + 70 + 200 + 50 = 450$$

Valeurs	2	5	7	8	9	12	15
Effectif(s)	10	30	50	40	70	200	50

L'effectif total est:

$$10 + 30 + 50 + 40 + 70 + 200 + 50 = 450$$

La clé (Etendue) valeur par défaut : false

\Stat[Etendue] {2/10,5/30,7/50,8/40,9/70,12/200,15/50}

qui affichera le calcul de l'étendue de la série considérée.

L'étendue est égale à 15 - 2 = 13.

La clé (Mediane)

valeur par défaut : false

qui affichera le calcul ⁵⁰ de la médiane de la série considérée.

^{49.} Ceux qui sont supérieurs ou égaux à 15°.

^{50.} Le cas d'un effectif total pair ou impair est géré.

\Stat[Mediane] {2/10,5/30,7/50,8/40,9/70,12/200,15/50}

L'effectif total est 450. Or, 450 = 225 + 225. La $225^{\rm e}$ donnée est 12. La $226^{\rm e}$ valeur est 12. Donc la médiane est 12.

La clé (Moyenne)

valeur par défaut : false

qui affichera $le\ calcul$ de la moyenne de la série considérée. Ce dernier calcul est fait en association avec la clé

La clé (Precision)

valeur par défaut : 2 (décimales)

\Stat[Moyenne] {2/10,5/30,7/50,8/40,9/70,12/200,15/50}

La somme des données est :

$$10 \times 2 + 30 \times 5 + 50 \times 7 + 40 \times 8 + 70 \times 9 + 200 \times 12 + 50 \times 15 = 4620$$

L'effectif total est:

$$10 + 30 + 50 + 40 + 70 + 200 + 50 = 450$$

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{4620}{450} \approx 10,27.$$

Pour le calcul de la moyenne, il apparaît *systématiquement* le calcul de l'effectif total. Cependant, selon les exercices, le calcul de l'effectif total peut être demandé dès la première question et, par conséquent, son explicitation dans le calcul de la moyenne devient inutile...

La clé (SET)

valeur par défaut : false

permet de ne pas afficher le détail du calcul de l'effectif total.

\Stat[Moyenne] {1/3,2/5}

La somme des données est :

$$3 \times 1 + 5 \times 2 = 13$$

L'effectif total est :

$$3 + 5 = 8$$

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{13}{8} \approx 1,62.$$

\Stat[Moyenne,SET] {1/3,2/5}

La somme des données est :

$$3 \times 1 + 5 \times 2 = 13$$

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{13}{8} \approx 1,62.$$

Parfois, le calcul de la somme des données peut prendre beaucoup de place... Aussi, le choix a été fait de le « raccourcir » de manière *automatique*. Pour régler cela, on dispose de

La clé (Coupure)

valeur par défaut : 10

qui permet de modifier la limite de données à partir de laquelle il faut écrire la somme des données sous la forme d'une somme « raccourcie ».

```
% ga dépasse :(
\Stat[Moyenne,Concret,Unite=\si{\centi\metre}]{
    150/25,155/23,160/30,165/50,170/40,175/18,180/10,185/3,190/1}
```

La somme des données est :

 $25 \times 150 \text{ cm} + 23 \times 155 \text{ cm} + 30 \times 160 \text{ cm} + 50 \times 165 \text{ cm} + 40 \times 170 \text{ cm} + 18 \times 175 \text{ cm} + 10 \times 180 \text{ cm} + 3 \times 185 \text{ cm} + 190 \text{ cm} = 32860 \text{ cm} + 30 \times 160 \text{ cm} + 3$

L'effectif total est :

$$25 + 23 + 30 + 50 + 40 + 18 + 10 + 3 + 1 = 200$$

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{32\,860\text{ cm}}{200} = 164,3\text{ cm}.$$

```
% c'est mieux

\Stat[Moyenne, Concret, Unite=\si{\centi\metre}, Coupure=5]{

150/25,155/23,160/30,165/50,170/40,175/18,180/10,185/3,190/1}
```

La somme des données est :

$$25 \times 150 \text{ cm} + 23 \times 155 \text{ cm} + ... + 3 \times 185 \text{ cm} + 190 \text{ cm} = 32860 \text{ cm}$$

L'effectif total est:

$$25 + 23 + 30 + 50 + 40 + 18 + 10 + 3 + 1 = 200$$

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{32\,860\text{ cm}}{200} = 164,3\text{ cm}.$$

De même pour la médiane :

```
\Stat[Liste, Mediane] {175, 155, 162, 173, 164, 153, 163}
```

On range les données par ordre croissant :

153; 155; 162; 163; 164; 173; 175.

L'effectif total est 7. Or, 7 = 3 + 1 + 3.

La médiane est la 4e donnée.

Donc la médiane est 163.

```
\Stat[Liste, Mediane, Coupure=17] { 175, 155, 162, 173, 164, 153, 163, 167, 163, 180, 153, 160, 156, 160, 156, 181, 173, 157, 165, 163, 168, 175, 145, 175, 150, 200, 150, 130}
```

On range les données par ordre croissant :

```
130; 145; 150; 150; 153; 153; 155; 156; 156; 157; 160; 160; 162; 163; 163; 163; 164; 165; 167; 168; 173; 173; 175; 175; 175; 180; 181; 200.
```

L'effectif total est 28. Or, 28 = 14 + 14.

La 14^e donnée est 163. La 15^e donnée est 163. Donc la médiane est 163.

Sommes-nous dans un problème concret? Il faut donc que l'unité des données soit gérée. Cela se fait avec les clés :

La clé (Concret) valeur par défaut : false

permettra d'afficher l'unité choisie, indiquée par

La clé (Unite) valeur par défaut : {}

\Stat[Qualitatif, Concret, Unite=km, Etendue] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20, Dimanche/2}

L'étendue est égale à 25 km - 2 km = 23 km.

\Stat[Qualitatif, Concret, Unite=km, Moyenne] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20, Dimanche/2}

La somme des données est :

25 km + 18 km + 17 km + 10 km + 5 km + 20 km + 2 km = 97 km

L'effectif total est 7.

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{97 \text{ km}}{7} \approx 13,86 \text{ km}.$$

\Stat[Qualitatif, Concret, Unite=km, Mediane] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20, Dimanche/2}

On range les données par ordre croissant :

2 km; 5 km; 10 km; 17 km; 18 km; 20 km; 25 km.

L'effectif total est 7. Or, 7 = 3 + 1 + 3.

La médiane est la 4^e donnée.

Donc la médiane est 17 km.

On peut grouper les trois calculs mais ils seront affichés $dans\ l$ 'ordre $implant\'e\ dans\ la\ macro$:

\Stat[Qualitatif, Concret, Unite=km, Etendue, Moyenne, Mediane] {Lundi/25, Mardi/18, Mercredi/17, Jeudi/10, Vendredi/5, Samedi/20, Dimanche/2}

La somme des données est :

25 km + 18 km + 17 km + 10 km + 5 km + 20 km + 2 km = 97 km

L'effectif total est 7.

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{97 \text{ km}}{7} \approx 13,86 \text{ km}.$$

L'étendue est égale à 25 km - 2 km = 23 km.

On range les données par ordre croissant :

2 km; 5 km; 10 km; 17 km; 18 km; 20 km; 25 km.

L'effectif total est 7. Or, 7 = 3 + 1 + 3.

La médiane est la 4e donnée.

Donc la médiane est 17 km.

Concernant la médiane d'une série statistique, on peut vouloir parler des effectifs cumulés croissants. On pourra compléter le tableau récapitulatif avec :

la clé (ECC) valeur par défaut : false

\Stat[Tableau, ECC] {2/10,5/30,7/50,8/40,9/70,12/200,15/50}

Valeurs	2	5	7	8	9	12	15
Effectif(s)	10	30	50	40	70	200	50
E.C.C.	10	40	90	130	200	400	450

Cas particulier des listes de nombres Elles méritent une écriture particulière à la fois dans la façon de les utiliser dans la commande \Stat et également dans le traitement pour les calculs. Cela se fera avec la clé (Liste) valeur par défaut : false

\Stat[Liste, Mediane] {15,27,30,12,7,15,37,25,6}

On range les données par ordre croissant :

6; 7; 12; 15; 15; 25; 27; 30; 37.

L'effectif total est 9. Or, 9 = 4 + 1 + 4.

La médiane est la 5^e donnée.

Donc la médiane est 15.

\Stat[Liste, Etendue] {15,27,30,12,7,15,37,25,6}

L'étendue est égale à 37 - 6 = 31.

\Stat[Liste, Moyenne] {15,27,30,12,7,15,37,25,6}

La somme des données est :

$$15 + 27 + 30 + 12 + 7 + 15 + 37 + 25 + 6 = 174$$

L'effectif total est 9.

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{174}{9} \approx 19,33.$$

21 Les probabilités

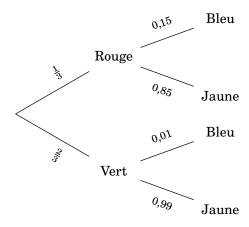
Pour afficher 51 une échelle de probabilité ou un arbre de probabilité 52 , on utilisera la commande :

\Proba[\clés\] {\Liste des évènements et probabilités\}

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Liste des évènements et probabilités) donnés sous la forme :
 - e1/p1, e2/p2...⁵³ pour les arbres de probabilités;
 - n1/d1/e1, n2/d2/e2...⁵⁴ pour les échelles de probabilités ⁵⁵.

Attention, ces listes doivent être non vides.



Les échelles de probabilité

La clé (Echelle) valeur par défaut : false

Une fois le choix de l'échelle fait, on dispose de plusieurs paramètres :

La clé (LongueurEchelle)

Elle sera donnée en centimètre (sans unité).

valeur par défaut : 5



La clé (Grille) valeur par défaut : 0

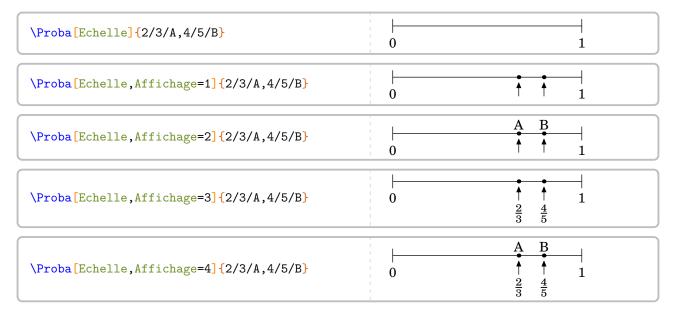
Elle affiche une graduation de l'échelle de probabilité basée sur la valeur donnée.



La clé (Affichage) valeur par défaut : 0

Elle affiche:

- l'échelle vide si elle vaut 0;
- l'échelle et les flèches associées aux probabilités données si elle vaut 1;
- l'échelle, les flèches associées aux probabilités données et le nom des évènements si elle vaut 2;
- l'échelle, les flèches associées aux probabilités données et les probabilités si elle vaut 3;
- l'échelle, les flèches associées aux probabilités données, le nom des évènements et les probabilités si elle vaut 4 ;
 - 51. Avec une compilation shell-escape (voir page 127).
- 52. limité aux expériences aléatoires à deux épreuves.
- 53. e1 évènement 1; p1 probabilité 1...
- 54. n1 numérateur 1; d1 dénominateur 1; e1 évènement 1...
- 55. Ce *léger* changement dans la liste des évènements a été dicté par la programmation...

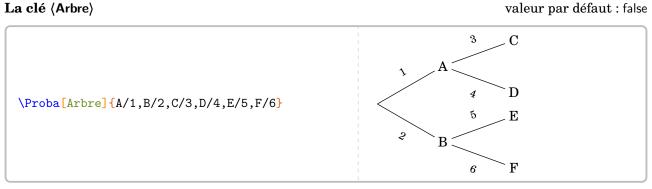


Un dernier exemple:



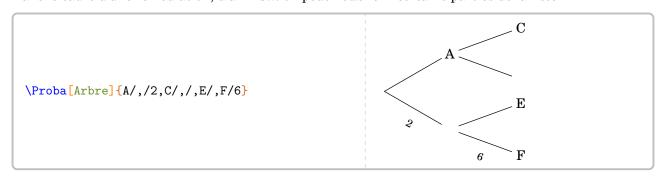
Les arbres de probabilité

La clé (Arbre)



Cet exemple est farfelu mais permet de positionner les appellations pour le placement des noms des évènements et des probabilités.

Dans le cadre d'une remédiation, d'un DS... on peut « oublier » certains parties de la liste

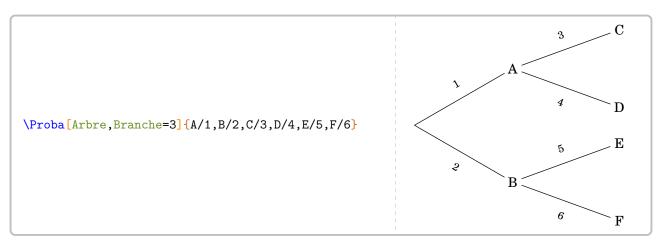


Comme pour l'échelle, plusieurs paramètres sont disponibles :

La clé (Branche)

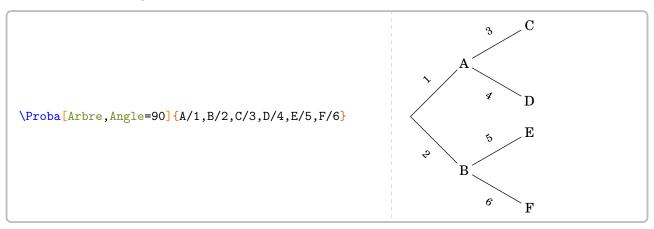
Elle sera donnée en cm.

valeur par défaut : 2



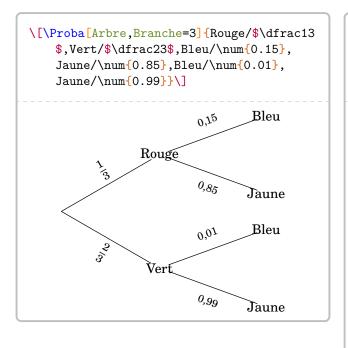
La clé (Angle) valeur par défaut : 60

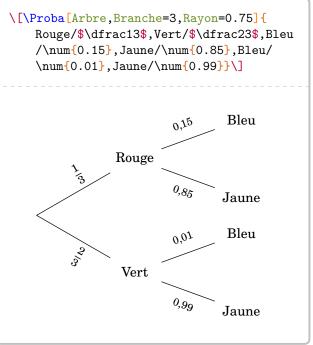
C'est l'angle entre les deux premières branches de l'arbre. L'angle entre les branches secondaires représente la moitié de l'angle de référence.



La clé (Rayon) valeur par défaut : 0.25

Elle sera donnée en cm. Pourquoi cette clé? Un exemple ⁵⁶ vaut mieux qu'un long discours...





^{56.} Il montre également la façon d'indiquer les probabilités sous différentes formes.

22 Les fonctions affines

Afin de permettre le calcul d'image, d'antécédent... par une fonction affine, on utilisera la commande :

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels, au moins un est attendu);
- a, b, c et d sont des valeurs numériques connues ou non.

```
\FonctionAffine{2}{3}{-5}{2}
```

Comme on peut le voir, la commande seule ne fait rien...

les clés (Definition) et (Ecriture)

valeur par défaut : false

Elles permettent d'écrire la fonction affine à l'aide des paramètres a et b.

$$\label{lem:condition} $$ \Gamma(x) = 2x + 1.5 $$ f(x) = -3x + 2 $$ f(x) = -3x + 2 $$ f(x) = -3x $$ f(x) = 2 $$ FonctionAffine[Ecriture] $$ \{0\} \{0\} \{0\} $$ f(x) = 2 $$$$

La clé (Image)

valeur par défaut : false

valeur par défaut : false

valeur par défaut : false

Elle permettra de calculer l'image de la valeur a par une fonction affine $bx+c^{57}$.

\FonctionAffine[Image] {2}-{4.5}-{3}-{}
$$f(2) = 4.5 \times 2 + 3$$

$$f(2) = 9 + 3$$

$$f(2) = 12$$

On pourra l'associer aux clés :

La clé (Ligne)

\FonctionAffine[Image,Ligne]{-2}{5}{3.5}{}	$f(-2) = 5 \times (-2) + 3,5 = -10 + 3,5 = -6,5$
--	--

La clé (ProgCalcul)

\FonctionAffine[Image,ProgCalcul]{0}{4.25}{3.1}{}
$$f: x \xrightarrow{\times 4,25} 4,25x \xrightarrow{+3,1} 4,25x + 3,1$$

$$f: 0 \xrightarrow{\times 4,25} 0 \xrightarrow{+3,1} 3,1$$

Avant d'aller plus loin, on peut changer le nom de la fonction et de la variable :

```
\FonctionAffine[Image,Nom=g,Variable=t]{2}{4.25}{3.1}{}  g(2) = 4.25 \times 2 + 3.1   g(2) = 8.5 + 3.1   g(2) = 11.6
```

^{57.} Ce choix dans l'ordre des arguments a été dicté par « Calculer l'image de 2 par la fonction... »

La clé (Antecedent)

pour calculer l'antécédent de a par la fonction bx+c.

valeur par défaut : false

On cherche l'antécédent de 2 par la fonction f, c'est-à-dire le nombre x tel que f(x) = 2. Or, la fonction f est définie par :

$$f: x \stackrel{\times 4,5}{\longrightarrow} 4,5x \stackrel{+3}{\longrightarrow} 4,5x + 3$$

\FonctionAffine[Antecedent]{2}{4.5}{3}{} Par conséquent, on a :

$$4.5x + 3 = 2$$
$$4.5x = -1$$
$$x = \frac{-1}{4.5}$$

On pourra l'associer à la clé:

La clé (ProgCalcul)

valeur par défaut : false

\FonctionAffine[Antecedent, ProgCalcul] {0} {4.25} {3.1} {}

La fonction affine f est définie par :

$$f: x \stackrel{\times 4,25}{\longrightarrow} 4,25x \stackrel{+3,1}{\longrightarrow} 4,25x + 3,1$$

Nous cherchons le nombre x tel que son image par la fonction f soit 0. Donc on obtient :

$$f: \frac{-3,1}{4.25} \stackrel{\div 4,25}{\longleftarrow} -3,1 \stackrel{-3,1}{\longleftarrow} 0$$

On peut rechercher une fonction affine passant par les points (a; b) et (c; d), on utilisera

La clé (Retrouve) valeur par défaut : false

\FonctionAffine[Retrouve] {2}{3}{4}{5}

On sait que *f* est une fonction affine. Donc elle s'écrit sous la forme :

$$f(x) = ax + b$$

Or, f(2) = 3 et f(4) = 5. Par conséquent, d'après la propriété des accroissements :

$$a = \frac{f(2) - f(4)}{2 - 4}$$

$$a = \frac{3 - 5}{-2}$$

$$a = \frac{-2}{-2}$$

$$a = 1$$

La fonction f s'écrit alors sous la forme f(x) = 1x + b.

De plus, comme f(2) = 3, alors :

$$1 \times 2 + b = 3$$
$$2 + b = 3$$
$$b = 1$$

La fonction affine f cherchée est :

$$f: x \mapsto 1x + 1$$

Une fois les calculs faits, on peut passer à la représentation graphique ⁵⁸.

La clé (Redaction)

valeur par défaut : false

Cela affichera « une » rédaction associée à la représentation graphique de la fonction. Les paramètres a et b permettront de définir la fonction affine étudiée (ax+b), c et d seront les abscisses des points à utiliser pour le tracé. Les cas des fonctions linéaires (d ne sera pas utilisé) et des fonctions constantes (c et d ne seront pas utilisés) sont gérés.

\FonctionAffine[Redaction]{2}{-5}{-1}{4}

Comme f est une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.

Je choisis x=-1. Son image est $f(-1)=2\times (-1)-5=-2-5=-7$. On place le point de coordonnées (-1;-7).

Je choisis x = 4. Son image est $f(4) = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$. On place le point de coordonnées (4; 3).

\FonctionAffine[Redaction] \{-2\}\{0\}\{-1\}\{4\}

Comme la fonction f est une fonction linéaire, alors sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.

Je choisis x=-1. Son image est $f(-1)=-2\times(-1)=2$. On place le point de coordonnées (-1;2).

 $\Tilde{FonctionAffine[Redaction] {0}{4}{-1}{4}}$

Comme la fonction f est une fonction constante, alors sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées (0;4).

On lui associe une représentation graphique par

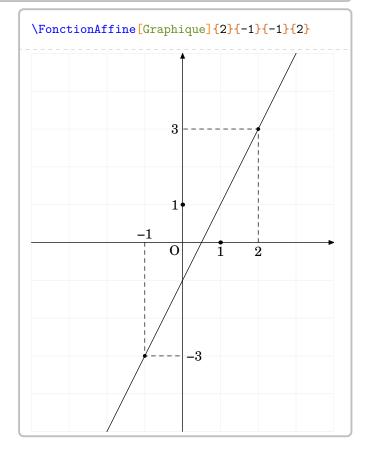
La clé (Graphique) valeur par défaut : false Les paramètres a, b, c et d jouent le même rôle que pour la rédaction.

En association, on dispose des possibilités suivantes :

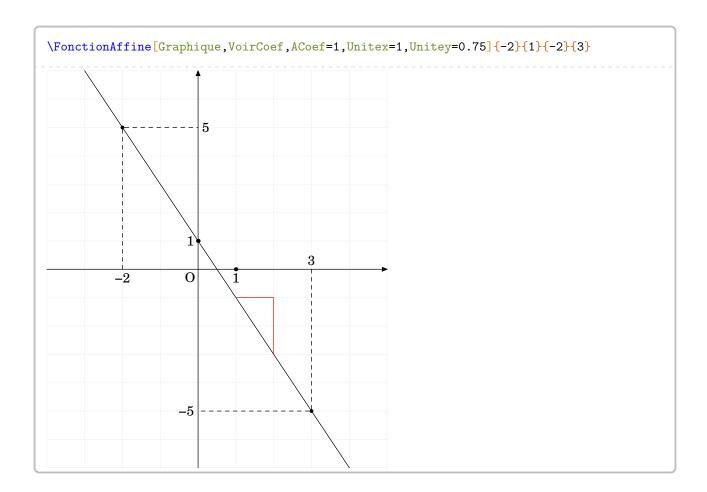
La clé (Unitex) valeur par défaut : 1 **La clé (Unitey)** valeur par défaut : 1 elles seront données en centimètre.

La clé (VoirCoef) valeur par défaut : false pour afficher la lecture graphique du coefficient directeur.

La clé (ACoef) valeur par défaut : 0 pour indiquer l'abscisse du point permettant cette lecture graphique du coefficient directeur.



^{58.} Avec une compilation shell-escape (voir page 127).



23 Les fonctions?

La commande proposée n'a pas vocation à être utilisée intensément. Sa principale utilité est de construire un tableau de valeurs *brut* associé à une fonction. Brut, car aucun contrôle sur le résultat affiché n'est fait.

\Fonction[\langle cl\u00e9s\rangle] \{\Liste des valeurs\rangle\}

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Liste des valeurs) est un ensemble *non vide* de valeurs numériques dont on veut calculer l'image par la fonction considérée.

```
\Fonction{2,3}
```

Comme on peut le voir, la commande seule ne fait rien... Tous les affichages obtenus par cette commande sont basés sur

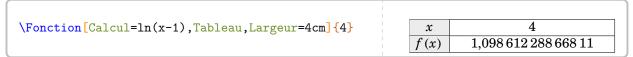
 $\textbf{La cl\'e (Calcul)} \hspace{2cm} \text{valeur par d\'efaut} : \times$

C'est elle qui va indiquer la fonction à utiliser pour les calculs effectués dans le tableau affiché. Elle sera également utilisée pour l'affichage de la définition et de l'écriture de la fonction. Quelques précisions :

— elle s'écrira sous forme *informatique* : 2*x pour 2x, x**2 pour x^2 ... ⁵⁹

```
2
                                                                                        x
                                                                                                0
                                                                                                       1
                                                                                                                     3
\Gamma_{conction}[Calcul=2**(x-1)+4*x,Tableau] \{0,1,2,3\}
                                                                                      f(x)
                                                                                               0,5
                                                                                                       5
                                                                                                              10
                                                                                                                    16
\Fonction[Calcul=sqrt(x-1), Tableau] {1,2,5,10}
                                                                                                                    10
                                                                                         \boldsymbol{x}
                                                                                                0
                                                                                                        \overline{1}
                                                                                                              \overline{2}
                                                                                                                     3
                                                                                      f(x)
```

Rappel: aucun contrôle sur le nombre à afficher!



— elle s'écrira en cohérence avec la variable utilisée.

— Pour l'affichage ou l'écriture de la fonction ⁶⁰, il faudra protéger avec des {...} ce qui convient de l'être. *Attention : seules les formes polynomiales sont prises en charge avec ces clés!*

```
%Sans accolades \fonction[Calcul=2**x+3,Ecriture]{0} \fonction[Calcul=2**x+3,Tableau]{0} \fonction[Calcul=2**x+3,Tableau]{0} \fonction[Calcul=2**(x+3),Definition]{0} \fonction[Calcul=2**(x+3),Tableau]{0} \fonction[Calcul=2**(x+3),Tableau]{0} \fonction[Calcul=2**(x+3),Tableau]{0}
```

^{59.} On pourra se référer au manuel du package xfp pour l'utilisation d'autres fonctions de calculs.

^{60.} Car des substitutions sont faites pour que LATEX écrive correctement la forme mathématique de la fonction.

Résumons:

La clé (Calcul) pour savoir la fonction à utiliser.

La clé (Tableau) pour créer et afficher un tableau de valeurs.

 ${f La~cl\'e~(Largeur)}~{
m pour}~{
m la~largeur}~{
m des}~{
m cellules}~{
m du}~{
m tableau}.$

La clé (Nom) pour changer le nom de la fonction.

La clé (Variable) pour changer le nom de la variable.

La clé $\langle Definition \rangle$ pour écrire la définition de la fonction.

La clé (Ecriture) pour écrire la fonction.

valeur par défaut : x

valeur par défaut : false

valeur par défaut : 5mm

valeur par défaut : f

valeur par défaut : x

valeur par défaut : false

valeur par défaut : false

24 La distributivité

La commande a pour but de développer des expressions en utilisant la simple ou la double distributivité. On l'utilisera pour développer des expressions du type (2x + 3)(4x + 3); 2(x + 3) ou 5x(x - 2).

Elle a la forme suivante :

```
\Distri[(clés)]{a}{b}{c}{d}
```

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- a, b, c et d sont les valeurs des nombres relatifs utilisés (paramètres obligatoires).

Cette commande s'utilise mode mathématique ou pas, en ligne ou hors-texte.

```
\label{eq:linear_property} $\begin{array}{ll} \Distri\{2\}\{3\}\{4\}\{5\} & (2x+3)\,(4x+5) \\ (-3x+4)\,(-2x-3) & (5x+3)\,(4x-1) \\ \Climate \\ \C
```

Si cette commande ne servait qu'à écrire des expressions telle que (2x+1)(3x-2), elle serait bien inutile... Les $\langle \text{clés} \rangle$ (paramètres optionnels) vont faire la différence.

 $\textbf{La cl\'e \langle Etape \rangle} \hspace{1cm} \text{valeur par d\'efaut}: 1$

Cette clé sert à écrire une des étapes du développement. Uniquement les nombres entiers de 1 à 4.

```
Développer l'expression  \begin{array}{lll} & \text{Développer l'expression} \\ & A = (2x+3)(4x-1) \\ & A = (2x+3)(4x-1) \\ & A = \text{Distri}\{2\}\{3\}\{4\}\{-1\} \\ & A = \text{Distri}[\text{Etape=2}]\{2\}\{3\}\{4\}\{-1\} \\ & A = \text{Distri}[\text{Etape=3}]\{2\}\{3\}\{4\}\{-1\} \\ & A = 2x \times 4x + 2x \times (-1) + 3 \times 4x + 3 \times (-1) \\ & A = 8x^2 + (-2x) + 12x + (-3) \\ & A = 8x^2 + 10x - 3 \\ & A = 8x^2 + 10x - 3 \\ \end{array}
```

Il n'est pas nécessaire d'utiliser uniquement des nombres entiers relatifs...

```
\label{eq:decomposition} $$ \C = Distri\{1.5\}\{3\}\{4\}\{-0.5\}\} $$ C &= Distri[Etape=2]\{1.5\}\{3\}\{4\}\{-0.5\} $$ C &= Distri[Etape=3]\{1.5\}\{3\}\{4\}\{-0.5\} $$ C &= Distri[Etape=3]\{1.5\}\{3\}\{4\}\{-0.5\} $$ C &= Distri[Etape=4]\{1.5\}\{3\}\{4\}\{-0.5\} $$ C &= Distri[Etape=4]\{1.5\}\{3\}\{4\}\{-0.5\} $$ C &= C(1,5x+3)(4x-0,5) $$ C &= C(1,5
```

On peut obtenir l'ensemble du développement de manière plus directe :

La clé (All)

\begin{align*} \A = (2x + 4)(3x + 7) \Distri[All]\{2\}\{4\}\{3\}\{7\} \A = $2x \times 3x + 2x \times 7 + 4 \times 3x + 4 \times 7$ \end{align*} \A = $6x^2 + 14x + 12x + 28$ \A = $6x^2 + 26x + 28$

Attention tout de même : il faut *impérativement* que cette clé soit utilisée à l'intérieur d'un environnement mathématique type align*. De plus, toutes les autres clés sont désactivées sauf les deux qui lui sont associées :

La clé (NomExpression)

La clé (Fin)

valeur par défaut : A valeur par défaut : 4

valeur par défaut : false

```
\begin{align*} \ \Distri[All,NomExpression=E] \{3\} \{-5\} \{7\} \{1\} \ \end{align*} \ E = (3x - 5) (7x + 1) \ E = 3x \times 7x + 3x \times 1 + (-5) \times 7x + (-5) \times 1 \ E = 21x^2 + 3x + (-35x) + (-5) \ E = 21x^2 - 32x - 5
```

```
\begin{align*}  A = (3x + 1) \times 3x  \Distri[All,Fin=3]{3}{1}{3}{0}  A = 3x \times 3x + 1 \times 3x  \end{align*}  A = 9x^2 + 3x
```

Néanmoins, on veillera à « la bonne » écriture des calculs obtenus grâce à la clé (AII) :

```
\begin{align*}
\Distri[All,NomExpression=A,Fin=3]{0}{
-1}{5}{-2}
\end{align*}

A = -1(5x-2)
A = (-1) \times 5x + (-1) \times (-2)
A = +(-5x) + 2
```

```
\begin{align*}
    A&=\Distri{0}{-1}{5}{-2}\\
    A&=\Distri[Etape=2]{0}{-1}{5}{-2}\\
    A&=\Distri[Etape=4]{0}{-1}{5}{-2}\\
    \end{align*}
    A = -1(5x-2)
A = (-1) \times 5x + (-1) \times (-2)
A = -5x + 2
```

Il n'y a pas de clé prévue pour un développement direct en ligne. Deux raisons à cela :

- pédagogiquement, l'intérêt est très limité car cela engendre davantage d'erreurs de calculs;
- un \multido 61 fait le travail:

```
$A\multido{\i=1+1}{4}{=\Distri[Etape=\i]{2}{4}{7}{8}}$ A = (2x+4)(7x+8) = 2x \times 7x + 2x \times 8 + 4 \times 7x + 4 \times 8 = 14x^2 + 16x + 28x + 32 = 14x^2 + 44x + 32
```

La clé (Lettre)

valeur par défaut : x

Il est toujours intéressant de pouvoir changer le « nom » de la lettre utilisée dans un calcul littéral : h pour une hauteur, n pour un nombre...

Des lettres moins conventionnelles 62 peuvent être utilisées mais il faudra être prudent pour les protéger du mode mathématique 63 :

\Distri[Lettre=\text{\faRocket},Etape=3]{2}{3}{5}{6}
$$10 \checkmark 2 + 12 \checkmark + 15 \checkmark + 18$$

Les clés ne se transmettent pas!

D'autres clés, moins utiles pour les calculs, mais davantage pour les enseignants sont disponibles :

La clé (Fleches)

valeur par défaut : false

Pour indiquer la (ou les) flèche(s) du développement. Deux compilations sont nécessaires. On peut fixer les couleurs « haute » et « basse » respectivement par les clés $\langle CouleurFH \rangle$ et $\langle CouleurFB \rangle$.

La clé (AideMul)

valeur par défaut : false

Lors de l'étape 1, fait apparaître le signe × entre les facteurs.

- 61. du package multido.
- 62. Ici, un élément du package fontawesome5.
- 63. La commande \text{} provient du recommandé package mathtools. Il est chargé par ProfCollege.

```
% État initial  \[ \Distri\{-2\}\{3\}\{-4\}\{2\} \]   (-2x+3)(-4x+2)  % Avec les fleches  \[ \text{tla multiplication entre facteurs} \] \\ \[ \Distri[Fleches,AideMul]\{-2\}\{3\}\{-4\}\{2\} \]
```

La clé (Reduction)

valeur par défaut : false

Pour souligner les termes à regrouper *uniquement* dans la double distributivité et à l'étape 3.

On peut changer la couleur *du soulignement* avec la clé (CouleurReduction)

valeur par défaut : black

```
\[\Distri[Etape=3,Reduction,CouleurReduction=purple]\{-2\}\{3\}\{-4\}\{2\}\] 8x^2 + (-4x) + (-12x) + 6
```

Les clés (AideAdda) et (AideAddb)

valeur par défaut : false

Pour faire apparaître l'écriture du développement considéré sous la forme :

* k(a + b) avec la clé (AideAdda)

* (a + b)(c + d) avec les clés $\langle AideAdda \rangle$ et $\langle AideAddb \rangle$

```
\label{lem:continuous} $$ \begin{array}{c} Distri[AideAdda] \{-5\}\{-2\}\{3\}\{-1\} \\ (-5x+(-2))(3x-1) \\ (-5x-2)(3x+(-1)) \\ (-5x+(-2))(3x+(-1)) \\ (-5x+(-2))(3x+(-1)) \\ \end{array} $$ \\ \begin{array}{c} Distri[AideAdda] \{-5\}\{-2\}\{3\}\{-1\} \\ \end{array} $$ \end{array}
```

Pour changer la couleur des aides additives, on utilisera la clé 〈CouleurAide〉

valeur par défaut : red

```
\label{lem:decomposition} $$ \begin{array}{ll} \text{Distri}[AideAdda,AideAddb,CouleurAide=purple]} \{-5\} \{-2\} \{3\} \{-1\} \\ & (-5x+(-2))(3x+(-1)) \end{array} $$
```

Résumons:

```
\begin{align*}
 A&=\Distri{-5}{-2}{3}{-1}\\
 A&=\Distri[AideMul] \{-5\}\{-2\}\{3\}\{-1\}\
 A\&=\Distri[AideMul,AideAdda,AideAddb]{-5}{-2}{3}{-1}\\
 //
 A&=\Distri[Fleches,CouleurFH=orange,CouleurFB=black,AideMul,AideAdda,AideAddb]%
    {-5}{-2}{3}{-1}\\
 A&=\Distri[Etape=2]{-5}{-2}{3}{-1}\\
 A&=\Distri[Etape=3,CouleurReduction=purple,Reduction]{-5}{-2}{3}{-1}\\
 A&=\Distri[Etape=4] {-5} {-2} {3} {-1}
\end{align*}
                    A = (-5x - 2)(3x - 1)
                    A = (-5x - 2) \times (3x - 1)
                    A = (-5x + (-2)) \times (3x + (-1))
                    A = (-5x + (-2)) \times (3x + (-1))
                    A = (-5x) \times 3x + (-5x) \times (-1) + (-2) \times 3x + (-2) \times (-1)
                    A = (-15x^2) + 5x + (-6x) + 2
                    A = -15x^2 - x + 2
```

Qu'en est-il de la somme ou la différence de deux développements? Le calcul final est à faire à la main...

```
 \begin{align*} & \texttt{A\&=\Distri[Etape=1]} \{4\} \{5\} \{6\} \{7\} + \texttt{Distri[Etape=1]} \{2\} \{-3\} \{5\} \{-1\} \\ & \texttt{A\&=\Distri[Etape=2]} \{4\} \{5\} \{6\} \{7\} + \texttt{Distri[Etape=2]} \{2\} \{-3\} \{5\} \{-1\} \\ & \texttt{A\&=\Distri[Etape=3]} \{4\} \{5\} \{6\} \{7\} + \texttt{Distri[Etape=3]} \{2\} \{-3\} \{5\} \{-1\} \\ & \texttt{A\&=\Distri[Etape=4]} \{4\} \{5\} \{6\} \{7\} + \texttt{Distri[Etape=4]} \{2\} \{-3\} \{5\} \{-1\} \\ & \texttt{A\&=\Ax^2+41x+38} \\ & \texttt{lend\{align*\}} \\ \\ & A = (4x+5)(6x+7) + (2x-3)(5x-1) \\ & A = 4x \times 6x + 4x \times 7 + 5 \times 6x + 5 \times 7 + 2x \times 5x + 2x \times (-1) + (-3) \times 5x + (-3) \times (-1) \\ & A = 24x^2 + 28x + 30x + 35 + 10x^2 + (-2x) + (-15x) + 3 \\ & A = 24x^2 + 58x + 35 + 10x^2 - 17x + 3 \\ & A = 34x^2 + 41x + 38 \\ \\ \\ \\ \\ A = 34x^2 + 41x + 38 \\ \\ \\ \\ A = 34x^2 + 41x + 38 \\ \\ \\ \\ A = 34x^2 + 41x + 38 \\ \\ \\ \\
```

Ce serait un peu bête, non? Pour l'automatiser, nous disposons de trois clés et d'une commande :

La clé (Somme) valeur par défaut : false

qui va effectuer la somme des divers coefficients d'un développement avec des compteurs globaux. C'est pour cela qu'il faut le mettre *uniquement* à la dernière étape et sur tous les développements.

La clé (Difference) valeur par défaut : false

qui joue le même rôle que la clé (Somme) mais pour la différence.

La clé (RAZ) valeur par défaut : false

clé essentielle pour que les calculs se fassent correctement.

La commande \Resultat qui va effectuer les calculs demandés.

```
\label{lign*} $$A_{\bullet}^*= \prod_{A}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=1}_{2}_{-3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=2}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=2}_{2}_{-3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=2}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=2}_{2}_{-3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=3}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{2}_{-3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=3}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{2}_{-3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=4}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=4}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=4}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=4}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=3}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{6}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=3}_{5}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=3}_{5}_{4}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{6}_{-1}\\ A_{\bullet}^*= \prod_{Etape=3}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{6}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{5}_{7}_{7}+ \prod_{Etape=3}_{7}_{7}_{7}+ \prod_{Eta
```

```
\begin{align}
 A\&=\text{Distri}[RAZ,Etape=1]_{4}_{5}_{6}_{7}-\text{Distri}[Etape=1]_{2}_{0}_{5}_{-1}_{}
 A&=\Distri[Etape=2]{4}{5}{6}{7}-(\Distri[Etape=2]{2}{0}{5}{-1})
 A\&=\Distri[Etape=3]{4}{5}{6}{7}-(\Distri[Etape=3]{2}{0}{5}{-1})
 A\&=\text{Distri}[Somme, Etape=4]\{4\}\{5\}\{6\}\{7\}-(\text{Distri}[Difference, Etape=4]\{2\}\{0\}\{5\}\{-1\})\}
 A&=\Resultat
\end{align}
                     A = (4x + 5)(6x + 7) - 2x(5x - 1)
                                                                                                         (1)
                     A = 4x \times 6x + 4x \times 7 + 5 \times 6x + 5 \times 7 - (2x \times 5x + 2x \times (-1))
                                                                                                         (2)
                     A = 24x^2 + 28x + 30x + 35 - (10x^2 + (-2x))
                                                                                                         (3)
                     A = 24x^2 + 58x + 35 - (10x^2 - 2x)
                                                                                                         (4)
                     A = 14x^2 + 60x + 35
                                                                                                         (5)
```

On peut, pour des raisons pédagogiques, vouloir faire apparaître une ligne entre les lignes (4) et (5) pour permettre d'utiliser la propriété « soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé ». Cela se fait avec

La clé (Oppose) valeur par défaut : false

```
\begin{align}
 A&=\Distri[Etape=2]{4}{5}{6}{7}-(\Distri[Etape=2]{2}{0}{5}{-1})
 A&=\Distri[Etape=3] {4}{5}{6}{7}-(\Distri[Etape=3]{2}{0}{5}{-1})
 A&=\Distri[Etape=4]{4}{5}{6}{7}-(\Distri[Etape=4]{2}{0}{5}{-1})
 A&=\text{Distri}[Somme,Etape=4]\{4\}\{5\}\{6\}\{7\}+\text{Distri}[Oppose,Difference,Etape=4]\{2\}\{0\}\{5\}\{-1\}
     \nonumber\\
 A&=\Resultat
\end{align}
                  A = (4x + 5)(6x + 7) - 2x(5x - 1)
                                                                                         (1)
                  A = 4x \times 6x + 4x \times 7 + 5 \times 6x + 5 \times 7 - (2x \times 5x + 2x \times (-1))
                                                                                         (2)
                  A = 24x^2 + 28x + 30x + 35 - (10x^2 + (-2x))
                                                                                         (3)
                  A = 24x^2 + 58x + 35 - (10x^2 - 2x)
                                                                                         (4)
                  A = 24x^2 + 58x + 35 + (-10x^2) + 2x
                  A = 14x^2 + 60x + 35
                                                                                         (5)
```

Basée sur une idée de Laurent Lassalle Carrere, on peut proposer une commande telle que la suivante :

```
\newcommand\DoubleFlecheDifference[9][]{%
 % #1 : option
 % #2 à #9 : les valeurs intervenant dans les deux distributivités.
\setKV[ClesDistributivite]{#1}%
\begin{align*}
 \useKV[ClesDistributivite] {\nomExpression}&=\Distri[#1,RAZ,Etape=1] {#2} {#3} {#4} {#5}-
      \Distri[#1,Etape=1]{#6}{#7}{#8}{#9}\\
 \useKV[ClesDistributivite] {\nomExpression}&=\Distri [Etape=2] {#2} {#3} {#4} {#5} - (\Distri
      [Etape=2]{#6}{#7}{#8}{#9})\\
 \useKV[ClesDistributivite] {\nomExpression}&=\Distri [Etape=3] {#2} {#4} {#5} - (\Distri
      [Etape=3]{#6}{#7}{#8}{#9})\\
 \useKV[ClesDistributivite] {NomExpression}&=\ifboolKV[ClesDistributivite] {Oppose}{
      \Distri[Etape=4]{#2}{#3}{#4}{#5}-(\Distri[Etape=4]{#6}{#7}{#8}{#9})\\}{\Distri[
      Somme, Etape=4] {#2} {#3} {#4} {#5}-(\Distri [Difference, Etape=4] {#6} {#7} {#8} {#9}) \\}%
 \ifboolKV[ClesDistributivite] {Oppose} {\useKV[ClesDistributivite] {NomExpression} &=
      \Distri[RAZ,Somme,Etape=4]{#2}{#3}{#4}{#5}+\Distri[Oppose,Difference,Etape=4]{#6
      }{#7}{#8}{#9}\\}{}
 \useKV[ClesDistributivite] {\nomExpression}&=\Resultat
\end{align*}
}
```

```
\label{eq:lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_lower_
```

Enfin, il y a les développements numériques du style :

$$3 \times 12 = 3 \times (10 + 2) = 3 \times 10 + 3 \times 2 = 30 + 6 = 36$$

 $3 \times 8,5 + 3 \times 1,5 = 3 \times (8,5 + 1,5) = 3 \times 10 = 30$

La clé (Numerique)

valeur par défaut : false

```
\[\Distri[Etape=0,Numerique] {0} {3} {10} {2} \] \[\Distri[Etape=-1,Numerique] {0} {3} {8.5} {1.5} \] 3 \times 12 = 3 \times (10+2) = 3 \times 10 + 3 \times 2 = 30 + 6 = 36 3 \times 8,5 + 3 \times 1,5 = 3 \times (8,5+1,5) = 3 \times 10 = 30
```

Attention, dans ce type de développement, le premier paramètre a sera toujours nul.

Cas des égalités remarquables Le cas des égalités remarquables ⁶⁴ est traité avec la clé

La clé (Remarquable) valeur par défaut : false

Evidemment, les étapes suivantes sont plus intéressantes...

^{64.} Depuis la version 0.68

```
\begin{align*}
                  D&=\Distri [Remarquable] {2} {3} {} {} { & E&=\Distri [Remarquable] {1} {-4} {} {} & F&=\Distri [Lettre
                                                                D_{k}^{D_{k}} = D_{k}^{E_{k}} \left[ Remarquable, Etape=2 \right] \left\{ 2 \right\} \left\{ 3 \right\} \left\{ \frac{1}{-4} \right\} \left\{ \frac{1
                                                                &=\Distri[Lettre=t,Remarquable,Etape=2]{3}{2}{3}{-2}\\
                 D_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{2}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{-4}_{\delta}_{\kappa}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{\delta}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{1}^{\delta}[Remarquable, Etape=3]_{1}_{\delta}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{\delta}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{\delta}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{\delta}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{\delta}^{-1}[Remarquable, Etape=3]_{\delta}^{
                                                                &=\Distri[Lettre=t,Remarquable,Etape=3]{3}{2}{3}{-2}
\end{align*}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            E = (x - 4)^2
                                                                           D = (2x+3)^2
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 F = (3t + 2)(3t - 2)
                                                                           D = (2x)^{2} + 2 \times 2x \times 3 + 3^{2}
E = x^{2} - 2 \times x \times 4 + 4^{2}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 F = (3t)^2 - 2^2
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    E = x^2 - 8x + 16
                                                                           D = 4x^2 + 12x + 9
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   F = 9t^2 - 4
```

Un dernier exemple:

```
\label{eq:linear_posterion} $$ D_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf{z}}_{\mathbf{z}}^{\mathbf
```

Cas des écritures de la forme (a + bx)(x + dx) Parfois, il faut développer des expressions telles que (2 + 3x)(4 - 2x). On peut alors écrire :

Le calcul littéral étant déjà assez compliqué comme cela, la « transformation » des deux premières lignes est délicate pour beaucoup d'élèves. Il faut mieux développer directement 65 ...

 $\textbf{La cl\'e (Echange)} \hspace{1.5cm} \text{valeur par d\'efaut}: 0$

qui permet de faire les développements directement pour ce type d'expressions.

^{65.} Depuis la version 0.85

```
% Echange = 1 : seul le premier facteur est du type a+bx
\begin{align*}
                                                             A = (2 + 3x)(4x + 5)
 A&=\Distri[Echange=1]{2}{3}{4}{5}\\
                                                             A = 2 \times 4x + 2 \times 5 + 3x \times 4x + 3x \times 5
 A&=\Distri[Etape=2,Echange=1]{2}{3}{4}{5}\\
 A&=\Distri[Etape=3,Echange=1]{2}{3}{4}{5}\\
                                                             A = 8x + 10 + 12x^2 + 15x
 A&=\Distri[Etape=4, Echange=1] {2}{3}{4}{5}
                                                             A = 12x^2 + 23x + 10
\end{align*}
% Echange = 2 : seul le deuxième facteur est du type a+bx
\begin{align*}
                                                             B = (2x + 3)(4 + 5x)
 B&=\Distri[Echange=2]{2}{3}{4}{5}\\
                                                             B = 2x \times 4 + 2x \times 5x + 3 \times 4 + 3 \times 5x
 B&=\Distri[Etape=2, Echange=2] {2}{3}{4}{5}\\
 B&=\Distri[Etape=3, Echange=2] {2} {3} {4} {5} \
                                                             B = 8x + 10x^2 + 12 + 15x
 B&=\Distri[Etape=4, Echange=2] {2}{3}{4}{5}
                                                             B = 10x^2 + 23x + 12
\end{align*}
% Echange = 3 : les deux facteurs sont du type a+bx
\begin{align*}
                                                             C = (2 + 3x)(4 + 5x)
 C&=\Distri[Echange=3]{2}{3}{4}{5}\\
                                                             C = 2 \times 4 + 2 \times 5x + 3x \times 4 + 3x \times 5x
 C&=\Distri[Etape=2, Echange=3] {2}{3}{4}{5}\\
 C = 8 + 10x + 12x + 15x^2
 C&=\Distri[Etape=4,Echange=3]{2}{3}{4}{5}
                                                             C = 15x^2 + 22x + 8
\end{align*}
 \begin{align*}
 A&=\text{Distri}[RAZ,Echange=3,Etape=1]_{2}_{3}_{4}_{2}-\text{Distri}[Echange=3,Etape=1]_{1}_{2}_{-4}_{1}
 A&=\text{Distri}[Echange=3,Etape=2]_{2}_{3}_{4}_{2}-(\text{Distri}[Echange=3,Etape=2]_{1}_{2}_{-4}_{1})
 A_{c}=Distri[Echange=3,Etape=3]{2}{3}{4}{2}-(Distri[Echange=3,Etape=3]{1}{2}{-4}{1})
 A&=\text{Distri}[Echange=3,Etape=4]{2}{3}{4}{2}-(\text{Distri}[Echange=3,Etape=4]{1}{2}{-4}{1})
 A&=\Distri[Echange=3,Etape=4,Somme]{2}{3}{4}{2}+\Distri[Oppose,Echange=3,Etape=4,
      Difference]{1}{2}{-4}{1}\\
 A&=\Resultat
\end{align*}
           A = (2 + 3x)(4 + 2x) - (1 + 2x)(-4 + x)
           A = 2 \times 4 + 2 \times 2x + 3x \times 4 + 3x \times 2x - (1 \times (-4) + 1 \times x + 2x \times (-4) + 2x \times x)
           A = 8 + 4x + 12x + 6x^{2} - ((-4) + x + (-8x) + 2x^{2})
           A = 6x^2 + 16x + 8 - (2x^2 - 7x - 4)
```

 $A = 6x^2 + 16x + 8 + (-2x^2) + 7x + 4$

 $A = 4x^2 + 23x + 12$

25 La résolution d'équation du premier degré

La commande permet de rédiger la résolution ⁶⁶ d'une équation du premier degré à une inconnue à coefficients entiers ou décimaux ⁶⁷. Elle s'utilise en mode texte et sa forme est la suivante :

 $\ResolEquation[\langle clés \rangle] \{a\}\{b\}\{c\}\{d\}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- a, b, c et d sont les coefficients de l'équation écrite sous la forme

$$ax + b = cx + d$$

$$5x + 4 = -2x + 3$$

$$7x + 4 = 3$$

$$7x = -1$$

$$x = \frac{-1}{7}$$

$$0.2x + 0.8 = 0.8x + 1.2$$

$$0.8 = 0.6x + 1.2$$

$$-0.4 = 0.6x$$

$$\frac{-0.4}{0.6} = x$$

On peut évidemment résoudre les équations du type ax + b = cx (avec d = 0); ax + b = d (avec c = 0), ax = d (avec b = c = 0):

ResolEquation{2}{4}{5}{0}
}
$$2x + 4 = 5x$$

$$4 = 3x$$

$$\frac{4}{3} = x$$

teur...)

\ResolEquation{2}{4}{0}{5}
\}
$$2x + 4 = 5$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

\ResolEquation{2}{0}{0}{5}
} 2x = 5 $x = \frac{5}{2}$

Plusieurs clés sont valables de manière générale :

La clé (Lettre) valeur par défaut : \times elle permettra d'utiliser d'autres lettres dans la résolution d'équation (p pour un prix, h pour une hau-

 $n+2 = 7n+7 \\ 2 = 6n+7 \\ -5 = 6n \\ \frac{-5}{6} = n$

- 66. Dans le cas général, on a fait le choix d'une résolution amenant systématiquement à une division par un nombre positif. Seuls les cas ax = d et ax + b = d échappent à cette règle.
- 67. Les nombres décimaux seront indiqués sous leur forme informatique.

Le mode mathématique est « imposé » par l'écriture des macros. Lorsqu'on souhaite un symbole tel que \P^{68} , il faut le « protéger » P^{69} :

On peut même utiliser une image ⁷⁰...

 $\ensuremath{\mbox{\dessin}} \ensuremath{\mbox{\dessin}} \ensuremath{\mbox{\dessin}}$

La clé (Solution)

valeur par défaut : false

permettant d'afficher ou non la phrase de conclusion ⁷¹. Ne pas l'afficher peut être utile dans le cas d'un exercice concret.

$$2x + 5 = -7x + 3$$

$$9x + 5 = 3$$

$$9x = -2$$

$$x = \frac{-2}{9}$$

L'équation 2x + 5 = -7x + 3 a une unique solution : $x = \frac{-2}{9}$.

2x+5=x+3 x+5=3 x=-2 L'équation 2x+5=x+3 a une unique solution : x=-2.

- 68. du package fontawesome5.
- 69. avec chargement du package mathtools.
- 70. Celle-ci a été créée avec METAPOST
- 71. On remarquera l'écriture simplifiée ou non de la solution de l'équation.

$$2,5x + 5 = -1,5x$$
$$4x + 5 = 0$$
$$4x = -5$$
$$x = \frac{-5}{4}$$

L'équation 2.5x + 5 = -1.5x a une unique solution : x = -1.25.

valeur par défaut : false

$$8x - 2 = 2x + 2$$

$$6x - 2 = 2$$

$$6x = 4$$

$$x = \frac{4}{6}$$

Dans cet exemple, il serait bien de pouvoir simplifier l'écriture de la solution obtenue. Cela se fait avec les deux clés suivant, utilisées *simultanément* :

La clé (Entier)
La clé (Simplification)

valeur par défaut : false 8x-2=2x+2 6x-2=2 6x-2=2 6x=4 $x=\frac{4}{6}$ $x=\frac{2}{3}$

Parfois, on peut vouloir tester une valeur pour savoir si elle est ou pas solution d'une équation. Cela se fait par 72

 La clé ⟨Verification⟩
 valeur par défaut : false

 La clé ⟨Nombre⟩
 valeur par défaut : 0

Est-ce que le nombre -2 est solution de l'équation 2x-1=7x+3?

\ResolEquation[Verification, Nombre=-2]{2}{-1}{7}{3}

Est-ce que le nombre -2 est solution de l'équation 2x - 1 = 7x + 3? Testons la valeur x = -2:

$$2 \times (-2) - 1$$
 $7 \times (-2) + 3$ $-4 - 1$ $-14 + 3$ -11

Comme $-5 \neq -11$, alors x = -2 n'est pas une solution de l'équation 2x - 1 = 7x + 3.

Dans le cadre d'une introduction aux équations, on peut tester une égalité :

La clé (Egalite) valeur par défaut : false

^{72.} Les cas des valeurs fractionnaires n'est pas géré...

Est-ce que l'égalité \$5n-2=4n\$ est vraie lorsque \$n=2\$? Justifier. \par \ResolEquation[Lettre=n, Verification, Nombre=2, Egalite] $\{5\}$ {-2}{4}{0} \ Est-ce que l'égalité 5n-2=4n est vraie lorsque n=2? Justifier. Testons la valeur n=2: $5\times 2-2 \qquad \qquad 4\times 2 \qquad \qquad 10-2 \qquad \qquad 8 \qquad \qquad 8$ Comme 8=8, alors l'égalité 5n-2=4n est vérifiée pour n=2.

Les méthodes de résolution

Quatre 73 méthodes ont été mises en place : la méthode des soustractions et sa variante « posée » ; la méthode basée sur la propriété « tout terme qui change de membre change de signe » ; la méthode de « composition ».

La méthode des soustractions C'est celle par défaut.

$$2x + 5 = 7x + 3$$

$$5 = 5x + 3$$

$$2 = 5x$$

$$\frac{2}{5} = x$$

Plusieurs clés lui sont associées :

La clé (Decomposition)

valeur par défaut : false

Permet d'indiquer la décomposition des calculs. Elle apparaît en continu dans la résolution de l'équation.

$$-2x + 5 = 7x + 3$$

$$-2x + 2x + 5 = 7x + 2x + 3$$

$$5 = 9x + 3$$

$$5 - 3 = 9x + 3 - 3$$

$$2 = 9x$$

$$\frac{2}{9} = x$$

La clé (CouleurSous)

valeur par défaut : red

Pour changer ⁷⁴ la couleur des indications de décomposition.

$$-2x + 5 = 7x + 3$$

$$-2x + 2x + 5 = 7x + 2x + 3$$

$$-2x + 2x + 5 = 7x + 2x + 3$$

$$5 = 9x + 3$$

$$5 - 3 = 9x + 3 - 3$$

$$2 = 9x$$

$$\frac{2}{9} = x$$

^{73.} En fait, la cinquième méthode mise en place se trouve à la page 105.

^{74.} La nouvelle couleur doit être donnée sous une forme compréhensible par le package xcolor. Donc soit une couleur connue directement (orange par exemple), soit par une définition du type purple!20!blue!80!.

$$-2x + 5 = 7x + 3$$

$$-2x + 5 = 7x + 3$$

$$-2x + 2x + 5 = 7x + 2x + 3$$

$$5 = 9x + 3$$

$$5 - 3 = 9x + 3 - 3$$

$$2 = 9x$$

$$\frac{2}{9} = x$$

Il est courant, pédagogiquement, de faire apparaître les flèches 75 indiquant les soustractions (ou additions) à faire. Cela se fera avec deux compilations 76 et

La clé (Fleches)

valeur par défaut : false

On peut la coupler avec la clé $\langle Decomposition \rangle$. Mais, cela peut parfois amener des situations désagréables graphiquement. On utilisera, en complément :

La clé (Ecart) valeur par défaut : 0.5

qui est le décalage (*en centimètre*) qu'on va imposer à chaque flèche (qu'elles soient à gauche ou à droite). Ce décalage se fait sur la première ligne de la résolution, qui sert de « base » pour les flèches suivantes.

% Ca ne convient pas
\ResolEquation [Decomposition, Fleches] \{2\} \{6\} \{-2\} \{4\}

$$2x + 6 = -2x + 4$$

$$+2x^2x + 2x + 6 = -2x + 2x + 4 + 2x$$

$$4x + 6 = 4$$

$$-6 \left(4x + 6 - 6 = 4 - 6\right)$$

$$4x = -2$$

$$\div 4 \left(x = -2\right)$$

$$x = \frac{-2}{4}$$

%C'est mieux
\ResolEquation[Decomposition,Fleches, Ecart=1.5] \{2\} \{6\} \{-2\} \{4\}

$$2x + 6 = -2x + 4$$

$$+2x \left(2x + 2x + 6 = -2x + 2x + 4 \right) +2x$$

$$4x + 6 = 4$$

$$-6 \left(4x + 6 - 6 = 4 - 6 \right) -6$$

$$4x = -2$$

$$\div 4 \left(x = -\frac{2}{4} \right) \div 4$$

On peut vouloir faire apparaître uniquement le dernier couple de flèches...

La clé (FlecheDiv)

valeur par défaut : false

$$-3x + 5 = x + 2$$
 \ResolEquation[FlecheDiv] \{-3\}\{5\}\{1\}\{2\} \\ \frac{3}{4} = x \\ \frac{3}{4} = x

^{75.} La couleur des flèches n'est pas modifiable.

^{76.} Rendues obligatoires par l'utilisation de tikzpicture et son paramètre remember picture.

Variantes de la méthode des soustractions

La clé (Pose) 77 valeur par défaut : false

$$5x + 3 = -2x + 7$$

$$+ 2x + 2x$$

$$7x + 3 = 7$$

$$-3 - 3$$

$$7x = 4$$

$$\div 7 \div 7$$

$$x = \frac{4}{7}$$

La couleur associée $\langle Couleur Sous \rangle$ (par défaut red) peut être modifiée. Les autres clés $\langle Entier \rangle$, $\langle Solution \rangle$... sont disponibles.

À noter tout de même qu'il n'y a aucun nœud TikZ dans cette écriture de la résolution.

La clé (Laurent) 78

valeur par défaut : false

La couleur associée $\langle CouleurSous \rangle$ (par défaut red) peut être modifiée. Les autres clés $\langle Entier \rangle$, $\langle Solution \rangle$... sont disponibles.

À noter tout de même qu'il n'y a aucun nœud TikZ dans cette écriture de la résolution.

La méthode « Tout terme qui change de membre change de signe »

La clé (Terme) valeur par défaut : false

$$2.5x + 3 = 1.25x + 2.9$$

$$2.5x - 1.25x + 3 = 2.9$$

$$1.25x + 3 = 2.9$$

$$1.25x = 2.9 - 3$$

$$1.25x = -0.1$$

$$x = \frac{-0.1}{1.25}$$

La clé (Decomposition) insistera sur la méthode, la couleur associée (CouleurTerme) (par défaut black ⁷⁹) pouvant être modifiée.

^{77.} Cette méthode m'a été proposée par des collègues lors d'échanges sur les cahiers de vacances 2020 de l'académie de Lille.

^{78.} Cette méthode m'a été proposée par Laurent Lassalle Carrere

^{79.} Car la décomposition de la méthode, c'est la méthode elle-même.

 $\begin{array}{l} \text{ResolEquation[Decomposition, CouleurTerme=purple, Terme] } \{2.5\}\{3\}\{1.25\}\{2.9\} \\ \\ 2.5x + 3 = 1.25x + 2.9 \\ 2.5x - 1.25x + 3 = 2.9 \\ 1.25x + 3 = 2.9 \\ 1.25x = 2.9 - 3 \\ 1.25x = -0.1 \\ x = \frac{-0.1}{1.25} \\ \end{array}$

Les clés $\langle FlecheS \rangle$ et $\langle FlecheDiv \rangle$ restent disponibles, même si pédagogiquement, la dernière est la seule intéressante avec cette méthode.

La méthode de composition

La clé (Composition)

valeur par défaut : false

$$5x - 2 = 3.9x + 4$$

$$1.1x + 3.9x - 2 = 3.9x + 4$$

$$1.1x - 2 = 4$$

$$1.1x - 2 = 6 - 2$$

$$1.1x = 6$$

$$x = \frac{6}{1.1}$$

La clé $\langle \text{Decomposition} \rangle$ insistera sur la méthode, la couleur associée $\langle \text{CouleurCompo} \rangle$ (par défaut black ⁸⁰) pouvant être modifiée. Les clés $\langle \text{Fleches} \rangle$ et $\langle \text{FlecheDiv} \rangle$ restent disponibles, même si pédagogiquement, la dernière est la seule intéressante avec cette méthode.

\ResolEquation[CouleurCompo=blue, Decomposition, Composition, FlecheDiv] \{5\}{-2.3}\{3.9}\{4.1}\\ $5x - 2,3 = 3,9x + 4,1 \\ 1,1x + 3,9x - 2,3 = 3,9x + 4,1 \\ 1,1x - 2,3 = 4,1 \\ 1,1x - 2,3 = 6,4 - 2,3 \\ 1,1x = 6,4 \\ \div 1,1 \Big(x = \frac{6,4}{1,1} \Big) \div 1,1 \\ x = \frac{6,4}{1,1} \Big)$

 $80. \ \, \text{Car}$ la décomposition de la méthode, c'est la méthode elle-même.

La méthode des symboles Concernant les symboles, on peut vouloir présenter les équations comme à l'école primaire 81 :

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 5 = 4 + 4 + 3$$

Cela se fait 82 au moyen de la clé :

La clé (Symbole) 83

valeur par défaut : false

La couleur peut être modifiée par la clé 〈CouleurSymbole〉 (orange par défaut) et on dispose d'une clé permettant d'insister le deuxième passage important de la résolution :

La clé (Bloc) valeur par défaut : false

$$\begin{array}{c} \P + \P + \P + \P + \P + 3 \\ \P + \P + \P + 1 \\ \P + \P + 1 \\ \P + \P + 2 \\ \P + 1 \\ \P + 1 \\ \P + 1 \\ \P + 1 \\ \P + 2 \\ \P + 3 \\ \P + 4 \\ \P + 4$$

Autres équations...

Au cycle 4, on peut traiter des équations se ramenant au premier degré. Par conséquent, il faut gérer les équations-produits et les équations 84 du type $x^2=a$.

La clé (Produit) valeur par défaut : false

Les paramètres a, b, c et d joueront leur rôle respectif dans l'équation-produit (ax + b)(cx + d) = 0.

C'est un produit nul donc :
$$2x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad -4x + 1 = 0$$
 \ResolEquation[Produit] \{2\} \{3\} \{-4\} \{1\}
$$x = \frac{-3}{2} \qquad x = \frac{-1}{-4}$$

Les clés $\langle Lettre \rangle$, $\langle Entier \rangle$, $\langle Simplification \rangle$ et $\langle Solution \rangle$ sont toujours disponibles.

- 81. Pour une introduction, pour une remédiation...
- 82. Attention, les coefficients a et c doivent être positifs.
- 83. Dans ce cas, les clés associées aux flèches et à la décomposition sont désactivées.
- 84. On peut le voir comme étant à la limite des programmes...

C'est un produit nul donc:

$$2n + 8 = 0$$
 ou
$$-3n - 9 = 0$$
$$2n = -8$$

$$-3n = 9$$
$$n = \frac{-8}{2}$$

$$n = -4$$

$$n = \frac{9}{-3}$$

$$n = -3$$

$$2n = 0$$
 ou $-6n - 15 = 0$
 $n = 0$ $-6n = 15$

$$n = \frac{15}{-6}$$

$$n = \frac{5}{-2}$$

$$2x + 4 = 0$$
 ou
$$7x - 1 = 0$$
$$2x = -4$$

$$7x = 1$$
$$x = \frac{-4}{2}$$

$$x = -2$$

L'équation
$$(2x + 4)(7x - 1) = 0$$
 a deux solutions : $x = -2$ et $x = \frac{1}{7}$.

La rédaction peut être complétée par :

La clé (Facteurs)

valeur par défaut : false

\ResolEquation[Produit,Facteurs,Entier, Simplification] {2}-{3}-{-4}-{1}

C'est un produit nul donc l'un au moins des facteurs est nul :

$$2x + 3 = 0$$
 ou
$$-4x + 1 = 0$$
$$2x = -3$$

$$-4x = -1$$
$$x = \frac{-3}{2}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Enfin, pour travailler sur la liaison collège-lycée, on peut envisager

La clé (Equivalence)

valeur par défaut : false

Quant aux équations du type $x^2 = a$, elles utiliseront :

La clé (Carre) valeur par défaut : false

% $x^2=-15$ \ResolEquation[Carre]{-15}{}{}}	Comme -15 est négatif, alors l'équation $x^2=-15$ n'a aucune solution.
% $x^2=0$ \ResolEquation[Carre]{0}{}{}}	L'équation $x^2 = 0$ a une unique solution : $x = 0$.
% x^2=15 \ResolEquation[Carre] {15}{}{}	Comme 15 est positif, alors l'équation $x^2 = 15$ a deux solutions :

On peut compléter avec les clés (Lettre) et (Entier) :

 $x = \sqrt{15}$

% t^2=625
\ResolEquation[Lettre=t,Carre,Entier]{625}{}{}{}

Comme 625 est positif, alors l'équation $t^2 = 625$ a deux solutions :

$$t = \sqrt{625}$$

$$\mathbf{e}\mathbf{t}$$

$$t = -\sqrt{625}$$

 $x = -\sqrt{15}$

$$t = 25$$

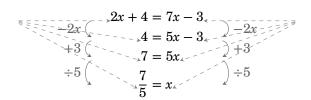
$$\mathbf{et}$$

$$t = -25$$

et

Compléments : les ancres

Chaque équation ⁸⁵, de manière générale, dispose de points d'ancrage...



Chaque ancre est repérée par un nœud Tikz nommé sous la forme $\{pic\ cs:A-6\}$ 86. Le nombre est donné par le compteur Nbequa. Il débute à 0.

Il n'y a, au maximum, que quatre ancres dans chaque membre de l'équation :

- nommées de A à D pour le membre de gauche,
- nommées de E à H pour le membre de droite.

^{85.} Sauf celle présentée avec la méthode « posée »

^{86.} Car définis par la librairie tikzmark.

26 Bulles et cartes mentales

Le package apporte deux environnements pour la création de cartes mentales : L'environnement \begin{Bulle}...\end{Bulle} pour créer... les bulles. \begin{Mind} \begin{Bulle} \end{Bulle} \begin{Bulle} \end{Bulle} \end{Mind} L'environnement \begin{Bulle}...\end{Bulle} dispose de plusieurs arguments optionnels : La clé (Nom) pour le « nom » de la bulle valeur par défaut : Bulle La clé (Largeur) pour la largeur de la bulle valeur par défaut : 5 cm La clé (Pointilles) pour le style tracé extérieur de la bulle valeur par défaut : false La clé (CTrace) pour la couleur du tracé extérieur valeur par défaut : black La clé (Epaisseur) pour l'épaisseur du tracé extérieur valeur par défaut : 1 pt La clé (Rayon) pour le rayon des « coins arrondis » valeur par défaut : 1 La clé (CFond) pour la couleur de remplissage valeur par défaut : white \begin{Mind} \begin{Bulle} Bonjour à tous Bonjour à tous \end{Bulle} \end{Mind} \begin{Mind} \begin{Bulle} [Pointilles] Bonjour à tous Bonjour à tous \end{Bulle} \end{Mind} \begin{Mind} \begin{Bulle} [CFond=yellow!15] Bonjour à tous Bonjour à tous \end{Bulle} \end{Mind}

```
\begin{Mind}
\begin{Bulle}[CTrace=orange,Rayon=5]
   Bonjour à tous
\end{Bulle}
\end{Mind}
Bonjour à tous
```

```
\begin{Mind}
\begin{Bulle}[CTrace=green, Epaisseur=2pt]
Bonjour à tous
\end{Bulle}
\end{Mind}
Bonjour à tous
```

La clé $\langle Nom \rangle$ va permettre de relier deux bulles. Changer le nom d'une bulle se fait de la manière suivante : $\begin{Bulle}[Nom={AutreNom}].$ Il ne faut pas oublier les { et }. Mais avant de les relier, il faut les placer.

La clé (Ancre)

valeur par défaut : {0,0}

Les coordonnées sont celles du centre de la bulle. Elles sont en centimètres (si on ne précise aucune unité). Elles sont absolues dans le repère de TikZ.

```
\begin{Mind}
% La grille n'est là que pour l'exemple
\draw[help lines] (-3,-1) grid (5,4);
\begin{Bulle} [Nom={CadreTitre}]
    Mathématiques
\end{Bulle}
\begin{Bulle} [Nom={Geo}, Ancre={2,2}]
    Géométrie
\end{Bulle}
\end{Mind}

Mathématiques
\end{Mind}

Mathématiques
```

Outre les points d'ancrage classiques (center...), chaque environnement \begin{Bulle}...\end{Bulle} crée 36 (!) points d'ancrages. Ils sont notés de 1 à 9 sur chaque côté, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.

```
\begin{Mind}
 \begin{Bulle} [Largeur=6cm] %
   % \color{gray}\blindtext%
   \vspace{5cm}
 \end{Bulle}
 %Les points d'ancrage en haut (H)
 \foreach \x in \{1, ..., 9\}{%
   \draw[blue] (Bulle.center) -- (Bulle-H-\x)
 }
 % Les points d'ancrage à droite (D)
 \foreach \x in \{1, ..., 9\}{%
   \draw[red] (Bulle.center) -- (Bulle-D-\x);
 % Les points d'ancrage en bas (B)
 \foreach \x in \{1, ..., 9\}{%
   \draw[green] (Bulle.center) -- (Bulle-B-\x
 }
 % Les points d'ancrage à gauche (G)
 \foreach \x in \{1, ..., 9\}{%
    \draw[orange] (Bulle.center) -- (Bulle-G-
        \x);
\end{Mind}
```

Pour relier deux bulles, on pourra utiliser un code tel que celui de la page suivante. Aucune commandes

supplémentaires de flèches n'a été codée : avec toutes les options disponibles dans TikZ, il était inutile de réinventer tout cela.

```
\begin{Mind}
 \begin{Bulle} [Nom={CadreTitre}, Largeur=7cm]
   \begin{center}
     \Huge Les puissances
   \end{center}
 \end{Bulle}
 \begin{Bulle} [Nom={Definitions}, Pointilles, Ancre={3,3}, Largeur=7cm, CFond=red!15]
   \setlength{\abovedisplayskip}{0pt}
   \[a^{n}=\underbrace{a\times a\times\dots\times a}_{n\text{ facteurs égaux}}\hspace{2}
       cm\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}\]%
 \end{Bulle}
 \begin{Bulle} [Nom={Vocabulaire}, CTrace=purple, Ancre={5,4.5}, Largeur=4cm]
   $n$ est appelé {\em l'exposant}.
 \end{Bulle}
 \draw[-stealth,line width=2pt] (CadreTitre-H-1) -- (Definitions-B-1);
 \draw[-stealth,line width=2pt,out=180,in=180] (CadreTitre-G-8) to (Definitions-G-1);
 \draw[-stealth,line width=2pt,out=120,in=-120] (Definitions-H-1) to (Vocabulaire-G-5);
 \draw[-stealth,line width=2pt,out=60,in=-60] (Definitions-D-9) to (Vocabulaire-D-5);
\end{Mind}
                                              n est appelé l'exposant.
                           a^n = \underline{a \times a \times \dots \times a}
                                n facteurs égaux
            Les puissances
```

27 Calculatrice?

Pour afficher une suite de touches ou un écran de calculatrice, on utilisera la commande 87 :

\Calculatrice[\clé\] {\Liste \}

où

- ⟨clé⟩ est un paramètre optionnel;
- (Liste) une suite de commandes de la forme :
 - "Calcul à afficher"/"réponse à afficher" dans le cas d'un affichage d'écran;
 - /b/c pour une touche de « fonction » et b/c pour une touche de « nombre ».

Si la partie « touches » de calculatrice est gérée sans particularités, la partie « Ecran », à compiler en shell -escape ⁸⁸, nécessite un *vocabulaire* précis au niveau des commandes pour avoir un affichage correct :

escape , necessite un vocabulaire precis au inveau des	communate pour avoir un amenage correct.
\Calculatrice[Ecran]{"2e5"/"200000"}	2×105 200000
\Calculatrice[Ecran]{"2 5"/"10"}	2×5 10
\Calculatrice[Ecran]{"2j 5"/"2.5"}	2-1×5 2.5
\Calculatrice[Ecran]{"2k 5"/"20"}	2² ×5 20
\Calculatrice[Ecran]{"21 5"/"40"}	2³ ×5 40
\Calculatrice[Ecran]{"2\$5"/"0.4"}%	2⊔5 0.4
\Calculatrice[Ecran]{"2^5"/"32"}	2^5 32
\Calculatrice[Ecran]{"v(16)"/"4"}	J(16) 4
\Calculatrice[Ecran] { "v(-16) "/ "ERREUR: Maths"}	√(-16) ERREUR Maths
\Calculatrice[Ecran]{"10\$6&Simp"/"5\$3"}	10⊔6⊧Simp 5⊔3
\Calculatrice[Ecran]{"16;5"/"3.2"}	16÷5 3.2

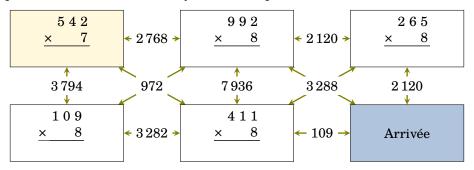
 $^{87.\} D'après\ https://tex.stackexchange.com/questions/290321/mimicking-a-calculator-inputs-and-screen and all of the control of the control$

88. Voir 127.

\Calculatrice[Ecran] { "q"/"3.141592654"}	π 3.141592654
\Calculatrice[Ecran] { "R@p"/"3.141592654"}	Rép 3.141592654

28 Labyrinthe

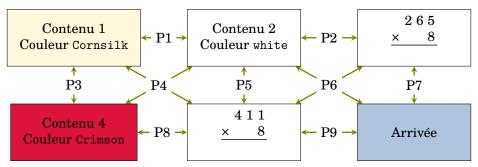
La commande permet de construire un « labyrinthe » tel que celui ci :



\Labyrinthe [\langle cl\'es\right] \{ Contenu 1 / Couleur 1, Contenu 2 / Couleur 2... \} \{ P1 / P2 ... \}

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- Contenu 1 / Couleur 1, Contenu 2 / Couleur 2... sont les paramètres des cases du labyrinthe *lus horizontalement de haut en bas*.
- P1 / P2... sont les réponses proposées pour que l'élève puisse trouver le bon chemin. Tout comme les cases du labyrinthe, elles sont lues horizontalement de haut en bas.



On peut paramétrer la commande avec les clés suivantes :

La clé (Colonnes) valeur par défaut : 3

 $\textbf{La cl\'e (Lignes)} \hspace{1cm} \text{valeur par d\'efaut} : 6$

La clé (Hauteur) valeur par défaut : 2

elle est donnée en centimètre, elle est vue comme une valeur minimale.

La clé (Longueur) valeur par défaut : 4

elle est donnée en centimètre, elle est vue comme une valeur minimale.

La clé (EcartH) valeur par défaut : 1

Donnée en centimètre, elle gère l'écart horizontal entre deux cases du labyrinthe.

La clé (EcartV) valeur par défaut : 1

Donnée en centimètre, elle gère l'écart vertical entre deux cases du labyrinthe.

La clé (CouleurF) valeur par défaut : gray !50

pour changer la couleur des flèches.

La clé (Texte) valeur par défaut : black

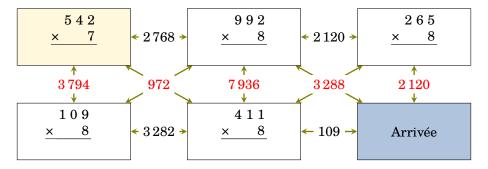
pour changer la couleur des propositions de réponses.

La clé (Passages) valeur par défaut : false

affichera ou pas les propositions de réponses.

```
\begin{center}
  \Labyrinthe[CouleurF=0live, Passages, Longueur=3, Hauteur=1.5, EcartH=1.5, Colonnes=3,
      Lignes=2]{%
   \MulSimple{542}{7}/Cornsilk,%
   \MulSimple{992}{8}/white,%
   \MulSimple{265}{8}/white,%
   \MulSimple{109}{8}/white,%
   \MulSimple{411}{8}/white,%
   Arrivée/LightSteelBlue}{%
   \num{2768}/%
   \num{2120}/%
   \color{red}

   \operatorname{color{red}}\operatorname{972}/%
   \operatorname{color{red}}\operatorname{num{7936}}/%
   \operatorname{\color{red}\sum_{3288}}/\%
   \color{red}\sum{2120}/%
   \num{3282}/%
   \num{109}}
\end{center}
```



29 Professeur principal?

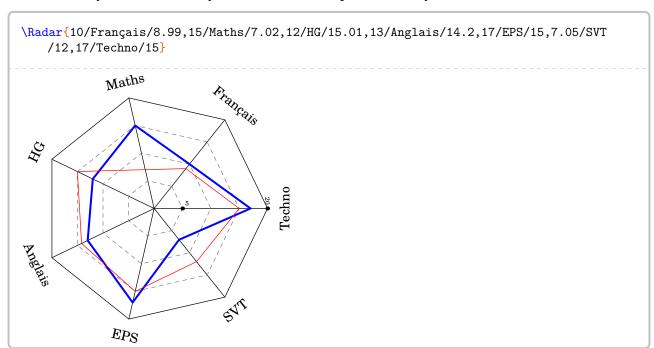
Un enseignant de mathématiques peut être un professeur principal. Il peut donc être utile de savoir construire des diagrammes en radar...

La commande permet la construction de tels diagrammes. Elle s'utilise en mode texte et elle se présente sous la forme :

 $\Radar[\langle clés \rangle] {\langle Liste des éléments du diagramme en radar \rangle}$

où

- (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);
- (Liste des éléments du diagramme en radar) donnée sous la forme moyenne élève / discipline 1 / moyenne classe, moyenne élève / discipline 2 / moyenne classe,



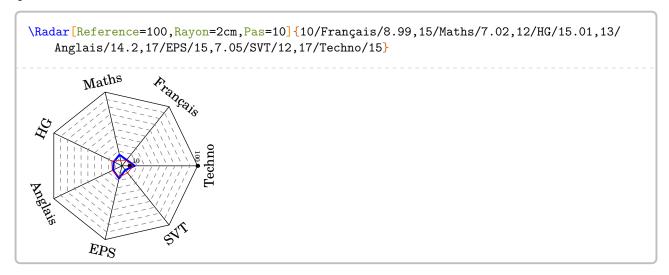
Quelques paramètres sont disponibles:

La clé (Rayon) valeur par défaut : 3 cm

pour le rayon du cercle de base du diagramme.

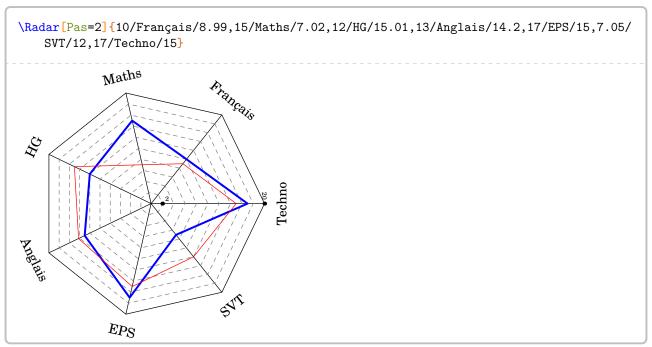
La clé (Reference) valeur par défaut : 20

qui est la note maximale du barème.



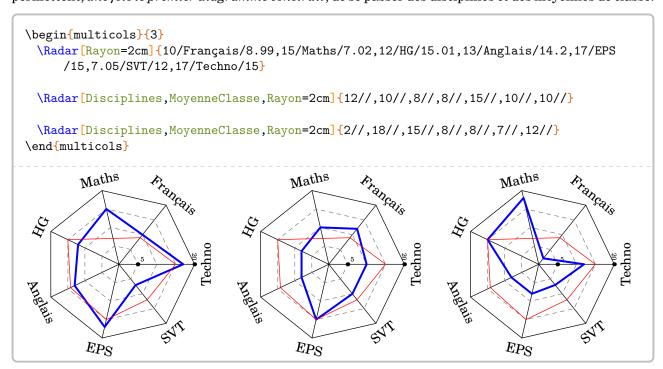
La clé (Pas) valeur par défaut : 5

pour indiquer que les graduations du diagramme vont de Pas et Pas.



Cependant, la création de 25 diagrammes en radar peut s'avérer fastidieuse, même avec un copier-coller...

Les clés (MoyenneClasse) et (Disciplines) valeur par défaut : false permettent, une fois le premier diagramme construit, de se passer des disciplines et des moyennes de classe.



On peut aussi faire un bilan du travail effectué à l'aide de « jauges » :

\Jauge [\langle cl\u00e9s\rangle] \{\langle Niveau atteint en pourcentage\rangle\}

où

— (clés) constituent un ensemble d'options pour paramétrer la commande (paramètres optionnels);

```
\Jauge{75}

Défaut

0

100
```

valeur par défaut : 0

valeur par défaut : 100

valeur par défaut : Défaut

Quelques clés vont nous permettre de paramétrer ce type de représentation :

La clé (TexteOrigine)
La clé (TexteReference)

La clé (Nom)

\Jauge[Nom=Christophe, TexteOrigine=\tiny 0, TexteReference=\tiny 100]{80}

Christophe

La clé (CouleurBarre)valeur par défaut : blackLa clé (CouleurFond)valeur par défaut : gray !15La clé (Graduation)valeur par défaut : falseLa clé (CouleurGraduation)valeur par défaut : white

\Jauge [Nom=Python, CouleurBarre=Cornsilk, CouleurFond=LightSteelBlue, Graduation,
CouleurGraduation=NavyBlue] {59}

Python

100

Pour des bilans, on peut « superposer » à la barre une coloration en fonction de niveaux (4) avec

La clé (Niveau)

La clé (Limitel)

valeur par défaut : 25

La clé (LimiteF)

valeur par défaut : 50

La clé (LimiteS)

valeur par défaut : 75

La clé (CouleurI)

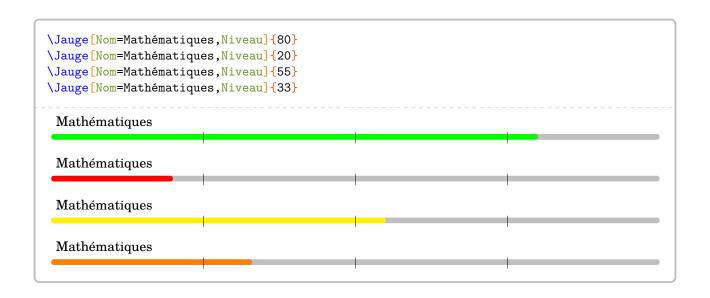
valeur par défaut : red

valeur par défaut : orange

valeur par défaut : orange

valeur par défaut : yellow

La clé (CouleurM) valeur par défaut : green



30 Quelques éléments pratiques...

 ${\tt ProfCollege}\ met\ \grave{a}\ disposition\ quelques\ commandes\ \texttt{``utiles"}:$

• \pointilles qui va tracer des pointilles jusqu'à la fin de ligne ou sur une longueur donnée.

Bonjour \pointilles	Bonjour
Ça va ? \pointilles[2cm] Fine !	Ça va? Fine!

• \Lignespointilles{n} qui va tracer n lignes en pointillés.

\Lignespointilles{5}	
	Bonjour
Bonjour \Lignespointilles{5}	

31 Exemples

Utilisation de \Fraction

```
%Thomas Dehon
\begin{center}
\begin{tabular}{|*{3}{<\centering\arraybackslash}m{.3\linewidth}|}}
\hline
{\large La proportion}&{\large correspond à la fraction}&{\large et a pour écriture décimale}\\
\hline
\begin{minipage}[t][30mm][c]{28mm}\Fraction[Disque,Rayon=13mm,Reponse,Couleur=0.85 white]{1/2}\end{minipage}&&\\ hline
\begin{minipage}[t][30mm][c]{28mm}\Fraction[Disque,Rayon=13mm,Reponse,Couleur=0.85 white]{1/3}\end{minipage}&&\\ hline
\begin{minipage}[t][30mm][c]{28mm}\Fraction[Disque,Rayon=13mm,Reponse,Couleur=0.85 white]{1/3}\end{minipage}&&\\ hline
\begin{minipage}[t][30mm][c]{28mm}\Fraction[Disque,Rayon=13mm,Reponse,Couleur=0.85 white]{1/4}\end{minipage}&&\\
hline
\end{tabular}
\end{center}</pre>
```

La proportion	correspond à la fraction	et a pour écriture décimale

Utilisation de \Pythagore

```
%Laurent Lassalle Carrere
L'affirmation suivante est-elle vraie ?
\begin{description}
\item[Affirmation] Le triangle $EFG$ tel que $EF=\SI{4.8}{\centi\metre}$, $FG=\SI{3.6}{
\centi\metre}$ et $EG=\SI{6}{\centi\metre}$ est un triangle rectangle.
\end{description}
\textbf{Correction :}\par
\Pythagore[Reciproque]{EFG}{6}{4.8}{3.6}
```

L'affirmation suivante est-elle vraie?

Affirmation Le triangle EFG tel que $EF=4.8\,\mathrm{cm},\,FG=3.6\,\mathrm{cm}$ et $EG=6\,\mathrm{cm}$ est un triangle rectangle.

Correction:

Dans le triangle EFG, [EG] est le plus grand côté.

$$EG^2 = 6^2 = 36$$

$$EF^2 + FG^2 = 4.8^2 + 3.6^2 = 23.04 + 12.96 = 36$$

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

Comme $EG^2=EF^2+FG^2$, alors le triangle EFG est rectangle en F d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

%Laurent Lassalle Carrere

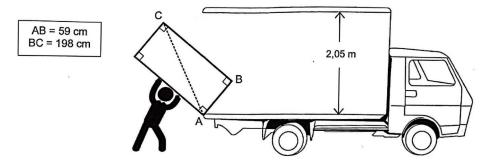
Lors de son déménagement, Allan doit transporter son réfrigérateur dans un camion. Pour l'introduire dans le camion, Allan le pose sur le bord comme indiqué sur la figure. Le schéma n'est pas à l'échelle.

\[\includegraphics[width=0.75\linewidth] { demenagement-eps-converted-to.pdf}\]

Allan pourra-t-il redresser le réfrigérateur en position verticale pour le rentrer dans le camion sans bouger le point d'appui A ? Justifier. \par\textbf{Correction :}\par \Pythagore{ABC}_{59}_{198}_{}

\par Le réfrigérateur est trop grand en diagonale, Allan ne pourra pas le redresser en position verticale.

Lors de son déménagement, Allan doit transporter son réfrigérateur dans un camion. Pour l'introduire dans le camion, Allan le pose sur le bord comme indiqué sur la figure. Le schéma n'est pas à l'échelle.



Allan pourra-t-il redresser le réfrigérateur en position verticale pour le rentrer dans le camion sans bouger le point d'appui A? Justifier.

Correction:

Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^{2} = AB^{2} + BC^{2}$$

$$AC^{2} = 59^{2} + 198^{2}$$

$$AC^{2} = 3481 + 39204$$

$$AC^{2} = 42685$$

$$AC = \sqrt{42685}$$

$$AC \approx 206,6 \text{ cm}$$

Le réfrigérateur est trop grand en diagonale, Allan ne pourra pas le redresser en position verticale.

Utilisation de \Pythagore, \Thales et \Trigo

```
%Laurent Lassalle Carrere
\begin{minipage}{0.65\linewidth}
 La figure ci-contre est dessinée à main levée. On donne les informations suivantes :
  \begin{itemize}
 \item[\textbullet] ABC est un triangle tel que :\par AC = 10,4 cm, AB =4 cm et BC = 9,6 cm;
 \item[\textbullet] les points A, L et C sont alignés ;
 \item[\textbullet] les points B, K et C sont alignés
 \item[\textbullet] la droite (KL) est parallèle à la droite (AB) ;
 \item[\textbullet] CK = 3~cm.
 \end{itemize}
\end{minipage}\hfill
\begin{minipage}{0.35\linewidth}
 \begin{center}
   \verb|\includegraphics{LCC-Triangle-1}| \\
 \end{center}
\end{minipage}
\begin{enumerate}[(a)]
\item Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
\item Déterminer, en cm, la longueur CL.
\item À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{\text{CAB}}$, au degré
     près.
\end{enumerate}
\par\textbf{Correction :}
\begin{multicols}{2}
 \begin{enumerate}[(a)]
 \item \Pythagore [Reciproque, ReciColonnes] {ABC} {10.4} {9.6} {4} \item \Thales [ChoixCalcul=1] {CABLK} {CL} {3} {LK} {10.4} {9.6} {4}
 \item \Trigo[Cosinus] {CBA} {9.6} {10.4} {}
 \end{enumerate}
\end{multicols}
```

La figure ci-contre est dessinée à main levée. On donne les informations suivantes :

- ABC est un triangle tel que :
- AC = 10.4 cm, AB = 4 cm et BC = 9,6 cm; les points A, L et C sont alignés; les points B, K et C sont alignés;

- la droite (KL) est parallèle à la droite (AB);
- CK = 3 cm.



- (a) Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
- (b) Déterminer, en cm, la longueur CL.
- (c) À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{\text{CAB}}$, au degré près.

Correction:

(a) Dans le triangle
$$ABC$$
, $[AC]$ est le plus grand côté.

$$CL = \frac{10,4 \times 3}{9,6}$$

$$CL = \frac{31,2}{9.6}$$

$$CL = 3,25 \text{ cm}$$

Comme $AC^2 = AB^2 + BC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en B d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

- (b) Dans le triangle $C\!AB,L$ est un point de la droite $(C\!A),K$ est un point de la droite (CB).
 - Comme les droites (LK) et (AB) sont parallèles, alors le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CL}{CA} = \frac{CK}{CB} = \frac{LK}{AB}$$

(c) Dans le triangle CBA, rectangle en B, on a :

$$\cos(\widehat{BCA}) = \frac{CB}{CA}$$
$$\cos(\widehat{BCA}) = \frac{9.6}{10.4}$$
$$\widehat{BCA} \approx 23^{\circ}$$

On remplace par les longueurs connues :

$$\frac{CL}{10,4} = \frac{3}{9,6} = \frac{LK}{4}$$

Utilisation de \Stat et \Pourcentage

Pour être vendues, les pommes sont calibrées : elles sont réparties en caisses suivant la valeur de leur diamètre

Dans un lot de pommes, un producteur a évalué le nombre de pommes pour chacun des six calibres rencontrés dans le lot. Il a obtenu le tableau suivant :

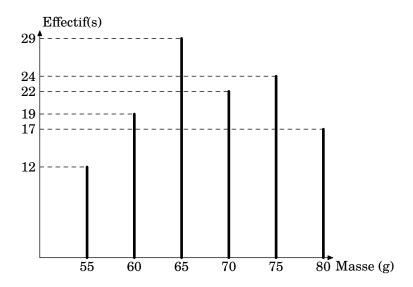
Calibre (en mm)			65			
Effectif (nombre de pommes)	12	19	29	22	24	17

- 1. Construire un diagramme en bâtons relatif à cet échantillon de pommes.
- 2. Calculer, par rapport à l'effectif total, le pourcentage de pommes dont le diamètre d est supérieur ou égal à 70 mm et inférieur à 80 mm. On donnera le résultat arrondi à l'unité.
- 3. Quelle l'étendue des calibres des pommes?
- 4. Quel est le calibre moyen des pommes de ce producteur?
- 5. Quel est le calibre médian des pommes de ce producteur?

```
\textbf{correction}
\begin{enumerate}
\item \Stat[Graphique,Unitey=0.2,Unitex=0.25,Donnee=Masse (\si{\gram}),Origine=50]{
    55/12,60/19,65/29,70/22,75/24,80/17}
\item Il y a $12+19+29+22+24+17=123$ pommes au total.
 \\$22+24=48$ pommes ont un diamètre $d$ est supérieur ou égal à
 \SI{70}{\milli\metre} et inférieur à \SI{80}{\milli\metre}.
 \\Cela représente un pourcentage :
 \begin{center}
   \Pourcentage[Calculer,GrandeurA=$d$ compris entre
   SI{70}{milli\metre} et
   SI{80}{\min[48}{123}
 \end{center}
 soit un pourcentage d'environ 39~\%.
\item \Stat[Etendue, Concret, Unite=\si{\milli\metre}] \{55/12,60/19,65/29,70/22,75/24,80/17}
\item \Stat[Moyenne, Concret, Unite=\si{\milli\metre}]{55/12,60/19,65/29,70/22,75/24,80/17}
\item \Stat[Mediane, Concret, Unite=\si{\milli\metre}] \{55/12,60/19,65/29,70/22,75/24,80/17\}
\end{enumerate}
```

correction

1.



- 2. Il y a 12 + 19 + 29 = 60 pommes qui ont un diamètre de moins de 70 mm.
- 3. Il y a 24 + 17 = 41 qui ont un diamètre d'au moins 75 mm.
- 4. Il y a 12+19+29+22+24+17=123 pommes au total. 22+24=48 pommes ont un diamètre d est supérieur ou égal à $70\,\mathrm{mm}$ et inférieur à $80\,\mathrm{mm}$. Cela représente un pourcentage :

	÷1,23		
d compris entre $70\mathrm{mm}$ et $80\mathrm{mm}$	48		
Total	123	100	
	×1.9	9	

soit un pourcentage d'environ 39 %.

- 5. L'étendue est égale à 80 mm 55 mm = 25 mm.
- 6. La somme des données est :

$$12 \times 55 \text{ mm} + 19 \times 60 \text{ mm} + 29 \times 65 \text{ mm} + 22 \times 70 \text{ mm} + 24 \times 75 \text{ mm} + 17 \times 80 \text{ mm} = 8385 \text{ mm}$$

L'effectif total est:

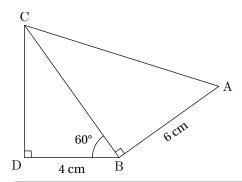
$$12 + 19 + 29 + 22 + 24 + 17 = 123$$

Donc la moyenne est égale à :

$$\frac{8385~\text{mm}}{123}\approx 68{,}17~\text{mm}.$$

7. L'effectif total est 123. Or, 123 = 61 + 1 + 61. La médiane est la $62^{\rm e}$ donnée. Donc la médiane est 70 mm.

Utilisation de \Resultat...



On donne $BD = 4 \,\mathrm{cm}$; $BA = 6 \,\mathrm{cm}$ et $\widehat{DBC} = 60^\circ$. On ne demande pas de faire une figure en vraie grandeur.

- 1. Prouver que BC = 8 cm.
- 2. Calculer AC.
- 3. Déterminer la valeur arrondie au degré de \widehat{BAC} .
- 4. Déterminer la valeur arrondie au degré de \widehat{ACB} .

```
\textbf{Correction :}
\begin{multicols}{2}
\begin{enumerate}
\item \Trigo[Cosinus]{BDC}{4}{}{60}%
\item \Pythagore[Exact,Entier]{ABC}{6}{\ResultatTrigo}{}
\item \Trigo[Tangente]{ABC}{6}{\ResultatPytha}{}
\item \SommeAngles{CAB}{\ResultatTrigo}{90}%

L'angle $\widehat{BCA}$ mesure environ \ang{\ResultatAngle}.
\end{enumerate}
\end{multicols}
```

Correction:

1. Dans le triangle BDC, rectangle en D, on a :

$$\cos(\widehat{DBC}) = \frac{BD}{BC}$$

$$\cos(60^{\circ}) = \frac{4}{BC}$$

$$BC = \frac{4}{\cos(60^{\circ})}$$

$$BC = 8 \text{ cm}$$

2. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^{2} = AB^{2} + BC^{2}$$

 $AC^{2} = 6^{2} + 8^{2}$
 $AC^{2} = 36 + 64$
 $AC^{2} = 100$
 $AC = 10 \text{ cm}$

3. Dans le triangle ABC, rectangle en B, on a :

$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AB}$$
$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{6}{10}$$
$$\widehat{BAC} \approx 31^{\circ}$$

4. Dans le triangle *CAB*, on a :

$$\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180^{\circ}$$

$$31^{\circ} + 90^{\circ} + \widehat{BCA} = 180^{\circ}$$

$$121^{\circ} + \widehat{BCA} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{BCA} = 180^{\circ} - 121^{\circ}$$

$$\widehat{BCA} = 59^{\circ}$$

L'angle \widehat{BCA} mesure environ 59°.

32 Complément : compilation en shell-escape



Cette partie n'est pas utile aux utilisateurs de LuaIATEX.



Elle est utilisée couramment dans les commandes de ce package. Il s'agit d'une compilation qui permet d'utiliser des programmes autres que le compilateur (pdfIATEX ou XAIATEX) pendant la création du document. Pouvant potentiellement lancer n'importe quel programme, elle est donc à utiliser en toute connaissance de cause...

Pour une telle compilation,

— avec la distribution TeX Live, on utilisera la ligne de commande :

pdflatex -shell-escape nomfichier

— avec la distribution MikTeX, on utilisera la ligne de commande :

pdflatex -enable-write18 nomfichier

Même si elle est recommandée lors de l'utilisation du package, certains utilisateurs peuvent vouloir l'éviter. Pour cela, il suffit d'écrire :

\usepackage[nonshellescape]{ProfCollege}

L'inconvénient est qu'il faudra faire les trois étapes de compilation à la main :

pdflatex nomfichier
sh nomfichier+mp.sh
pdflatex nomfichier

33 Complément : METAPOST- couleurs du package svgnames.mp

Elles ont été obtenues grâce au fichier /usr/local/texlive/2020/texmf-dist/tex/latex/xcolor/svgnam.def de la distribution TeXLive 2020. AliceBlue AntiqueWhite Aquamarine Azure Aqua Beige BlanchedAlmond Blue Black Bisque BlueViolet Brown BurlyWood CadetBlue Chartreuse CornflowerBlue Chocolate Coral Cornsilk Crimson DarkBlue DarkGoldenrod Cyan DarkCyan DarkGray DarkGrey DarkKhaki DarkMagenta DarkOliveGreen DarkGreen DarkOrange DarkOrchid DarkRed DarkSalmon DarkSeaGreen DarkSlateBlue DarkSlateGray DarkSlateGrey DarkTurquoise DarkViolet DeepSkyBlue DimGray DimGrey DodgerBlue DeepPink FireBrick FloralWhite ForestGreen Fuchsia Gainsboro GhostWhite Gold Goldenrod Gray Green GreenYellow Grey Honeydew HotPink IndianRed Indigo Khaki Lavender LavenderBlush Ivory LawnGreen LemonChiffon LightBlue LightCoral LightCyan LightGoldenrod LightGoldenrodYellow LightGray LightGreen LightGrev LightPink LightSalmon LightSeaGreen LightSkyBlue LightSlateBlue LightSlateGray LightSlateGrey LightSteelBlue LightYellow Lime Linen Maroon LimeGreen Magenta MediumAquamarine MediumSeaGreen MediumOrchid MediumBlue MediumPurple MediumSlateBlue MediumSpringGreen MediumTurquoise MediumVioletRed MidnightBlue MintCream MistyRose Moccasin NavajoWhite Navy NavyBlue OldLace Olive OliveDrab Orange OrangeRed Orchid PaleGoldenrod PaleGreen PaleTurquoise PaleVioletRed PapayaWhip PeachPuff Peru Pink Plum PowderBlue Purple Red RosyBrown RoyalBlue SaddleBrown Salmon SandyBrown SeaGreen Seashell Sienna SkyBlue SlateBlue SlateGray SlateGrey Snow SpringGreen SteelBlue Tan Teal Thistle Tomato Turquoise Violet VioletRed Wheat White WhiteSmoke Yellow YellowGreen

34 Complément : Personnalisation de la fonte utilisée dans les figures METAPOST



Cette partie n'est pas utile aux utilisateurs de LuaIATEX.



Par défaut, il s'agit de la fonte fourier avec un corps de taille 10pt. C'est un choix *personnel* de l'auteur. Mais on peut vouloir utiliser une autre fonte ⁸⁹, par exemple lmodern.

Pour cela, on créera un fichier PfC-Local.mp (par exemple) pour y copier le fichier PfC-LaTeX.mp fourni avec le package. On adaptera les lignes 4 et 7 :

Défaut

```
vardef LATEX primary s =
write "verbatintex" to "mptextmp.mp";
write "%&latex" to "mptextmp.mp";
write "\documentclass[]{article}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage[utf8]{inputenc}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage[T1]{fontenc}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage{fourier}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage{mathtools,amssymb}" to "mptextmp.
mp";
write "\usepackage{siunitx}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage{siunitx}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage{siunitx}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage{french}{babel}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage[french]{babel}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage[french]{babel}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage[trench] write
```

```
Personnalisation
```

```
vardef LATEX primary s =
       write "verbatimtex" to "mptextmp.mp";
2
       write "%&latex" to "mptextmp.mp";
       write "\documentclass[12pt]{article}" to "mptextmp.mp
       write "\usepackage[utf8]{inputenc}" to "mptextmp.mp";
       write "\usepackage[T1]{fontenc}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage{lmodern}" to "mptextmp.mp";
       write "\usepackage{mathtools,amssymb}" to "mptextmp.
             mp";
       write "\usepackage{siunitx}" to "mptextmp.mp";
       write "\sisetup{locale=FR,detect-all,output-decimal-
       marker={,},group-four-digits}" to "mptextmp.mp";
write "\usepackage[french]{babel}" to "mptextmp.mp";
write "\begin{document}" to "mptextmp.mp";
12
13
       write "etex" to "mptextmp.mp";
write "btex "&s&" etex" to "mptextmp.mp";
14
       write EOF to "mptextmp.mp";
       scantokens "input mptextmp"
```

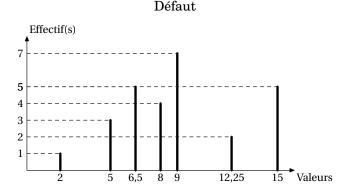
Ensuite, on adaptera le préambule du fichier source tex :

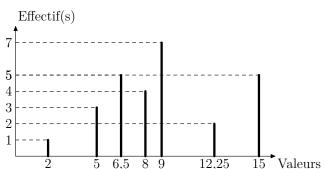
Défaut

```
\documentclass{article}
\usepackage{ProfCollege}
\begin{document}
\Stat[Graphique]{2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}
\end{document}
```

\documentclass{article}
\usepackage{ProfCollege}
%commandes du package gmp
\usempxclass[12pt]{article}
\usempxpackage{Imodern}
\gmpoptions{everymp={input PfC-local;}}
%/%
\begin{document}
\Stat[Graphique] {2/1,5/3,6.5/5,8/4,9/7,12.25/2,15/5}
\end{document}

Personnalisation





Personnalisation

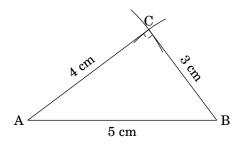
^{89.} Cette personnalisation a été suggérée par Maxime Chupin.

35 Complément : un peu de géométrie avec ProfCollege

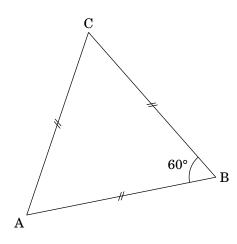
ProfCollege est livré avec PfC-geometrie.mp (package METAPOST) 90. Associé au package LATEX gmp ou à LualATEX, il permet l'inclusion des différentes figures associées aux commandes proposées.

Mais, on peut vouloir aller plus loin et l'utiliser pour faire des figures autres que celles prévues... directement à l'intérieur 91 du fichier source LATEX. Même si une connaissance de METAPOST est nécessaire, elle reste superficielle. Voici quelques exemples :

```
pair A,B,C;
A=u*(1,1);
B-A=u*(5,0);
C=cercles(A,4u) intersectionpoint cercles(B,3u);
trace polygone(A,B,C);
trace coupdecompas(A,C,10);
trace coupdecompas(B,C,10);
label.lft(btex A etex,A);
label.rt(btex B etex,B);
label.top(btex C etex,C);
trace codeperp(A,C,B,5) dashed evenly;
trace appelation(A,B,-3mm,btex 5 cm etex);
trace appelation(A,C,3mm,btex 4 cm etex);
trace appelation(C,B,3mm,btex 3 cm etex);
```



```
pair A,B,C;
A=u*(1,1);
B-A=u*(5,1);
C=rotation(B,A,60);
marque_s:=marque_s/3;
trace Codelongueur(A,B,B,C,C,A,2);
trace Codeangle(C,B,A,0,\btex \ang{60} etex);
trace polygone(A,B,C);
label.llft(btex A etex,A);
label.rt(btex B etex,B);
label.top(btex C etex,C);
```



Voici les commandes dont dispose PfC-geometrie.mp:

Commandes de tracé/remplissage

- trace pour... tracer;
- remplis pour remplir avec une couleur METAPOST;

Commandes de tracés « à la règle »

— segment(A,B), droite(A,B), demidroite(A,B) pour, respectivement, le segment [AB], la droite (AB), la demi-droite [AB);

^{90.} Les habitués de METAPOST remarqueront certainement de très nombreuses similitudes avec geometriesyr16.mp du même auteur. Ils n'auront pas tort mais PfC-geometrie.mp ne dispose pas de toutes les commandes de geometriesyr16.mp.

^{91.} Ce n'est pas le choix de l'auteur.

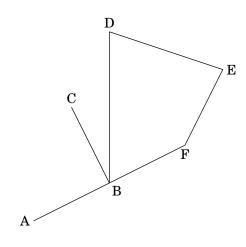
```
pair A,B,C,D,E,F;

A=u*(1,1);
B-A=u*(2,1);
C-B=u*(1,0);
D-C=u*(0.5,3);
E-D=u*(1,-2.5);
F-E=u*(-0.5,-1);
trace segment(A,B);
trace demidroite(D,C);
trace demidroite(D,C);
Ala labelisation des points n'est pas indiquée

% dans ce code mais elle est obligatoire pour
% obtenir la figure ci-contre.
```

chemin(A,B,C,D) pour la ligne brisée ABCD;
polygone(A,B,C,D) pour le polygone ABCD.

```
pair A,B,C,D,E,F;
A=u*(1,1);
B-A=u*(2,1);
C-B=u*(-1,2);
trace chemin(A,B,C);
D-C=u*(1,2);
E-D=u*(3,-1);
F-E=u*(-1,-1);
trace polygone(B,D,E,F);
label.lft(btex A etex,A);
label.lrt(btex B etex,B);
label.top(btex C etex,C);
label.top(btex D etex,D);
label.rt(btex E etex,E);
label.bot(btex F etex,F);
```



- perpendiculaire (A,B,I) pour la perpendiculaire à la droite (AB) passant par I;
- parallele(A,B,I) pour la parallèle à la droite (AB) passant par I;
- mediatrice(A,B) pour la médiatrice du segment [AB];
- bissectrice (A,B,C) pour la bissectrice de l'angle \overrightarrow{ABC} .

```
pair A,B,C;

A=u*(1,1);

B-A=u*(6,0);

C-A=u*(5,4);

trace polygone(A,B,C);

trace perpendiculaire(A,B,B);

trace parallele(A,B,C);

trace mediatrice(B,C);

trace bissectrice(B,A,C);

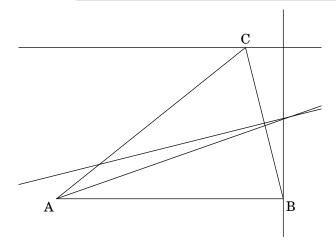
label.llft(btex A etex,A);

label.lrt(btex B etex,B);

label.top(btex C etex,C);
```

On remarque que la parallele est un peu « courte »... On pourra « l'allonger » en changeant le paramètre :

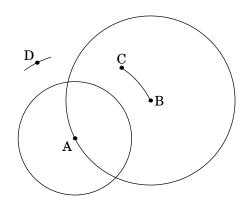
— _tfig valeur par défaut : 5cm Mais il faudra certainement « forcer » les dimensions du cadre de la figure avec la commande clip.



Commandes de tracés « au compas » — cercles (A, 2u) pour le cercle de centre A et de rayon 2 cm;

- cercles(A,B) pour le cercle de centre A et passant par B;
- arccerccle(A,B,C) pour l'arc de cercle AB (dans le sens positif) de centre C;
- coupdecompas (A,B,10) pour un coup de compas centré en A et passant par B de longueur 20 (l'unité étant la longueur du cercle associé divisée par 360).

```
pair A,B,C,D;
A=u*(0,0);
B-A=u*(2,1);
C=rotation(B,A,30);
D-A=u*(-1,2);
trace cercles(A,1.5u);
trace cercles(B,A);
trace arccercle(B,C,A);
trace coupdecompas(A,D,10);
dotlabel.llft(btex A etex,A);
dotlabel.rt(btex B etex,B);
dotlabel.top(btex C etex,C);
dotlabel.ulft(btex D etex,D);
```

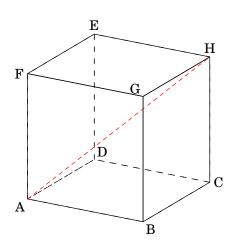


Commandes de codage et paramètres

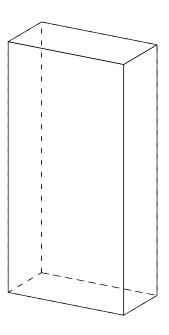
- marquesegment (A,B) pour coder les extrêmités du segment [AB];
- marquedemidroite (A,B) pour coder l'origine de la demi-droite [AB);
- codeperp(A,B,C,5) pour coder l'angle \widehat{ABC} avec un angle droit de 5 vecteur unité de longueur;
- Codelongueur (A,B,2) pour coder la longueur AB avec le codage n° 2 (cinq codages sont disponibles: 1 à 5);
- Codeangle(A,B,C,0,btex \ang $\{60\}$ etex) pour coder l'angle \widehat{ABC} avec le codage 0 (trois codages sont disponibles: 0 à 2) en indiquant sa mesure;
- Rayon des arcs de cercles de codage des angles. — marque_a
- valeur par défaut : 20 valeur par défaut : 5
- Longueur des traits de codage des longueurs. — marque_s

En géométrie spatiale

```
— cube
       trace cube;
       label.llft(btex A etex,Projette(
   2
           Sommet1));
       label.lrt(btex B etex,Projette(
           Sommet2));
       label.rt(btex C etex,Projette(
           Sommet3));
       label.urt(btex D etex,Projette(
           Sommet4));
       label.top(btex E etex,Projette(
           Sommet5));
       label.lft(btex F etex,Projette(
           Sommet6));
       label.ulft(btex G etex,Projette(
           Sommet7));
       label.top(btex H etex,Projette(
           Sommet8));
       trace segment(Sommet1,Sommet8)
           dashed evenly withcolor red;
 - pave
```



```
trace pave(0.5,1,2);
```



36 Problèmes connus

- Utilisation avec pdflatex ou la chaîne latex+dvips+pstopdf Du fait de l'utilisation du package microtype, il faut charger le package babel avant ProfCollege.
- Utilisation avec beamer La classe beamer charge le package xcolor sans option alors que ProfCollege nécessite les options table et svgnames. Pour faire cohabiter les deux, il faut les passer en option de classe :

\documentclass[xcolor={table,svgnames}]{beamer}

37 Historique

- Version 0.88 Ajout de la commande \Labyrinthe.
- Version 0.87 Amélioration de la commande \Thales.
- Version 0.85 Adaptation à Lual^AT_EX. Correction de quelques soucis d'affichage. Gestion d'un cas particulier de \SommeAngles. Amélioration de \Distri. Amélioration de \Simplification. Ajout d'une commande \Jauge dans la partie dédiée au professeur principal. Amélioration de la commande \Thales.
- Version 0.75 Indépendance vis-à-vis du package METAPOSTgeometriesyr16. Refonte de la création des figures. Amélioration de la figure associée à la commande \Ratio (possibilité d'utiliser les accents). Amélioration de la commande \Relie. Un peu de couleur dans la commande \Tables.
- Version 0.70 Ajout d'une commande \Calculatrice. Ajout d'options pour les tableaux de la commande \Stat. Ajout de la commande \Tables. Ajout d'une option à la commande \Tableau.
- Version 0.68 Ajout des égalités remarquables pour la commande \Distri.
- Version 0.67 Préparation à la mise en place sur ctan.org.
- Version 0.66 Ajout d'une commande \Ratio. Amélioration de l'affichage du calcul d'une moyenne et d'une médiane
- **Version 0.64** Ajout de deux nouvelles options à la commande \Pythagore. Amélioration de la partie « Introduction » de ce document.
- **Version 0.63** Amélioration de la commande \Thales (réciproque). Ajout d'une option de tracé dans la commande \Reperage.
- **Version 0.62** Refonte des commandes \Resultat... afin de favoriser la réutilisation au détriment d'un affichage correct. Ajout d'une option à la commande \Fraction.
- **Version 0.61** Ajout d'une option à la commande \Simplification. Ajout d'options à la commande \Stat. Ajout d'options à la commande \Thales.
- **Version 0.60** Ajout d'une nouvelle présentation de la résolution d'une équation. Ajout d'une option à la commande \SommeAngles.
- **Version 0.59** Amélioration de la commande \Pythagore permettant d'utiliser des carrés obtenus précédemment. Amélioration de la macro \Reperage pour améliorer la gestion de l'affichage sur les droites graduées.
- **Version 0.58** Ajout d'un affichage potentiel des mesures des angles sur les diagrammes circulaire et semicirculaire.
- Version 0.57 Ajout de la commande \Fraction. Correction des écritures des grands nombres dans les commandes \Pythagore et \Thales. Ajout d'un questionnaire « Vrai Faux » dans la commande \QCM. Ajout d'une option nonshellescape pour ne pas utiliser la compilation externe durant la création d'un document.
- Version 0.56 Amélioration de la commande \Decomposition.
- **Version 0.54** Ajout de la commande \QFlash. Amélioration des figures METAPOST.
- **Version 0.52** Ajout de la commande \QCM.
- Version 0.51 Ajout de la commande \Relie.
- Version 0.50 Mise à jour majeure dans la gestion des clés des différentes commandes.
- Version 0.37 Ajout d'une macro \Puissances. Ajout d'une quatrième présentation de la résolution d'une équation. Reprise de la macro \Distri pour qu'elles acceptent des valeurs décimales et permettre un affichage des développements numériques. Ajout des équations produit nul.
- **Version 0.34** Mise à Jour \Pourcentage. Corrections mineures (« spurious blank »).
 - Amélioration de \Pythagore (Unité et récupération du résultat), de \Trigo (récupération du résultat) et \Thales (récupération des résultats). Justification du texte dans les bulles. Mise à jour de \Distri (Gestion des espaces).
- Version 0.29 Correction de quelques bugs (Partie trigonométrie).
- Version 0.28 Ajout des pourcentage. Mise à jour de la partie proportionnalité.
- **Version 0.27** Ajout du repérage. Ajout d'une conclusion lors du tracé de la représentation graphique d'une fonction affine.

Version 0.26 Ajout des schémas de probabilités. Correction de quelques bugs.

Version 0.25 Ajout des rappels de formules.

Version 0.24 Ajout de la résolution d'équation-produit et d'équations du type $x^2 = a$.

Version 0.22 Mise à jour de la commande \ResolEquation.

Ajout d'une option supplémentaire dans \Tableau

Version 0.20 Ajout de la résolution d'équation-produit et du type $x^2 = a$.

Version 0.19 Ajout d'une clé (TColonnes) dans les tableaux d'unités classiques.

Version 0.18 Mise à jour (dans la résolution d'équations du premier degré).

Version 0.17 Tableaux de valeurs d'une fonction.

Version 0.16 Mise à jour (Fonction affine / Théorème de Pythagore).

Version 0.15 Fonction affine (image, antécédent, déterminer, représentation graphique). Mise à jour de la simplification de fraction.

Version 0.14 Tableaux des unités classiques.

Version 0.13 Position relative de deux droites (classe de 6e).

Version 0.12 Cartes mentales.

Version 0.11 Ajout d'une clé (DALL) pour la distributivité.

Version 0.10 Tableau de proportionnalité (ou pas)

Version 0.09 Résolution d'équations du premier degré (ax + b = cx + d)

Version 0.08 Ajout du PPCM dans la rédaction de la réciproque du théorème de Thalès.

Version 0.07 Statistiques (Tableau / Calculs (étendue / médiane / moyenne) / diagrammes en bâtons, circulaire et semi-circulaire)

Version 0.06 Réciproque du théorème de Thalès.

Version 0.05 Trigonométrie (calculs de longueur et d'angles)

Version 0.04 Théorème de Thalès.

Version 0.03 Simplification de fraction.

Version 0.02 Décomposition d'un nombre entier en un produit de nombres premiers.

Version 0.01 Théorème de Pythagore (direct et réciproque) / Distributivité (simple et double) / Sommes des angles dans un triangle.