$$a\cos t + b\sin t = A\cos(t+\varphi) \ ?$$

$a\cos t + b\sin t$

$= \frac{1}{2}(ae^{it} + ae^{-it} - ibe^{it} + ibe^{-it})$

$= \frac{1}{2}((a-ib)e^{it} + (a+ib)e^{-it})$

Notons $a - ib = de^{i\theta}$.

$a\cos t + b\sin t$

$\frac{1}{2}(de^{i\theta}e^{it} + de^{-i\theta}e^{-it})$

$= d \cdot \dfrac{e^{i(\theta+t)} + e^{-i(\theta+t)}}{2}$

$= d\cos(t+\theta)$

$A = d = \sqrt{a^2+b^2}$

$\varphi = \theta = \arg(a-ib) \longrightarrow \pm\frac{\pi}{2}$ ou $\arctan(-\frac{b}{a})$

ou $\arctan(-\frac{b}{a}) + \pi$

On peut résumer en posant $\arctan(\frac{b}{0}) = \frac{\pi}{2}$

si $b \neq 0$.