

Bibm@th.net   

Rechercher sur le site... 

 Bibm@th

    

Rechercher sur le site...

 [Accueil](#)  [Lycée](#)  [Supérieur](#)  [Bibliothèques](#)  [Références](#)  [Thèmes](#)  [Forum](#)

 [Mon compte](#)

[Bibliothèque d'exercices](#) [Bibliothèque de problèmes](#) [Automatismes](#)

[Accueil](#) 

[Lycée](#) 

[Collège](#)

[Seconde](#)

[Grand Oral](#)

[Supérieur](#) 

[Math Sup](#)

[Math Spé](#)

[Capes](#)

[Agreg interne](#)

[BTS](#)

[Bibliothèques](#) 

[Bibliothèque d'exercices](#)

[Bibliothèque de problèmes](#)

[Automatismes](#)

[Références](#) 

[Dictionnaire](#)

[Biographie de mathématiciens](#)

[Formulaire](#)

[Lexique français/anglais](#)

[Thèmes](#) 

[Cryptographie et codes secrets](#)

[Jeux et énigmes](#)

[Carrés magiques](#)

[Mathématiques au quotidien](#)[Dossiers](#)[Forum](#)[Mon compte](#)[Bibliothèque d'exercices](#) >[Accéder à mon compte](#) > [Accéder à ma feuille d'exercices](#) >

Nombre de dérangements - Bibm@th.net

Exercice 1 ★★★★★ - Nombre de dérangements [Signaler une erreur] [Ajouter à ma feuille d'exos]

Énoncé ▼

Pour tous les entiers k et n tels que $n \geq 1$ et $0 \leq k \leq n$, on note $D_{n,k}$ le nombre de bijections (ou permutations) s de l'ensemble $\{1, \dots, n\}$ ayant k points fixes, c'est-à-dire telles que

$$k = \text{card}\{i \in \{1, \dots, n\}; s(i) = i\}.$$

On pose $D_{0,0} = 1$ et $d_n = D_{n,0}$. d_n désigne le nombre de dérangements, c'est-à-dire de permutations sans point fixe.

1. Dresser la liste de toutes les permutations de $\{1, 2, 3\}$ et en déduire la valeur de $D_{3,0}$, $D_{3,1}$, $D_{3,2}$ et $D_{3,3}$.
2. Montrer que $n! = \sum_{k=0}^n D_{n,k}$.
3. Montrer que $D_{n,k} = \binom{n}{k} D_{n-k,0}$.
4. Montrer que la série entière $\sum_{n \geq 0} \frac{d_n}{n!} z^n$ a un rayon de convergence supérieur ou égal à 1.
5. On pose $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{d_n}{n!} x^n$. Montrer que $(\exp x) f(x) = \frac{1}{1-x}$ pour $|x| < 1$.
6. En déduire que $d_n = n! \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$.
7. Soit p_n la probabilité pour qu'une permutation prise au hasard soit un dérangement. Quelle est la limite de p_n quand n tend vers $+\infty$?

Indication ►

Corrigé ►

Discussions des forums

[Grand Oral : Pyramide de Ponzi](#)

[devoir maison](#)

[Transformations du plan. ...](#)

[Aide sujet grand oral](#)

[Pile ou face](#)

[Algèbre Linéaire](#)

[Grand oral maths/SES](#)

[Developpement limité](#)

[Filtres.](#)

[Quels maths pour mon gran ...](#)

[Questions sujet Grand Oral](#)

[Mécanique et géométrie de ...](#)

[SUJET GRAND ORAL - statis ...](#)

[Lois de Lanchester](#)

[développement en série entière](#)

[Accéder aux forums](#)

[Signaler une erreur/Nous contacter](#)[Mentions Légales](#)[Confidentialité](#)

[Contact](#)[Confidentialité](#)[Mentions légales](#)