Essai manqué mais instructif.

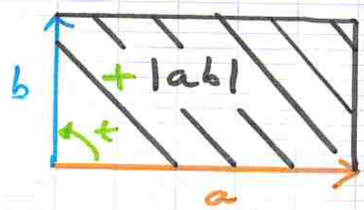
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ VISUELLEMENT MÊME SI $a<0$ ET/OU $b<0$!

- $a=0$ ou $b=0$ sans objet ! On suppose $(a,b) \in (\mathbb{R}^*)^2$.

- <u>Aire algébrique d'un rectangle</u> SANS PROD. VECTORIEL !

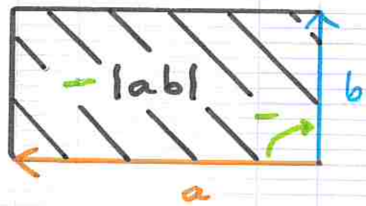
$(|a|\cdot|b| = |ab|)$

$a>0,\ b>0$

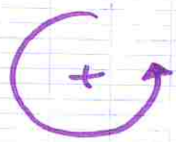


Aire alg. $= +|ab| = ab$

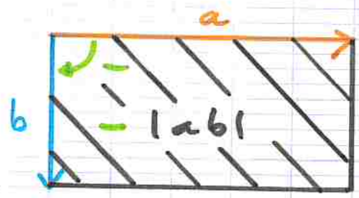
$a<0,\ b>0$



Aire alg. $= -|ab| = ab$

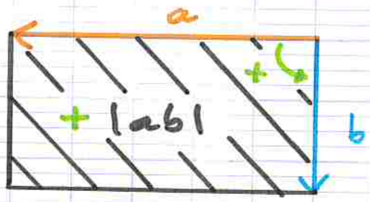


$a>0,\ b<0$



Aire alg. $= -|ab| = ab$

$a<0,\ b<0$



Aire alg. $= +|ab| = ab$

- <u>Opéra$^{\text{ons}}$ sur les aires algébriques</u>

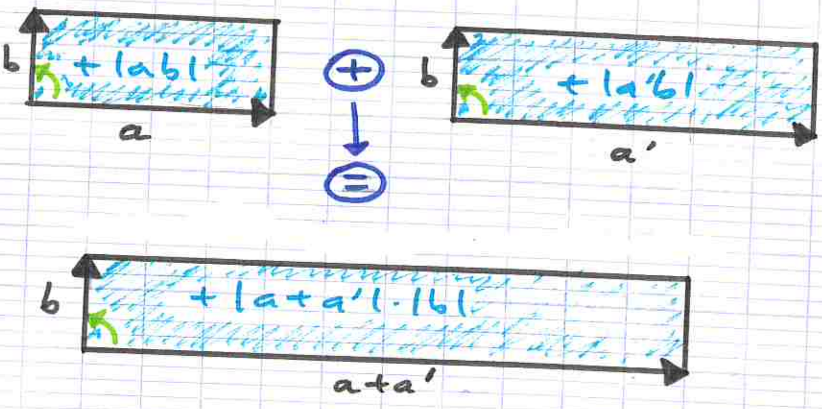
On ne considère que des rectangles dont les côtés sont parallèles aux axes d'un repère orthonormé fixe.

On va mq additionner <u>des aires alg.</u> revient à additionner des <u>expressions alg.</u> Contexte géo !

Contexte "calc. alg." !

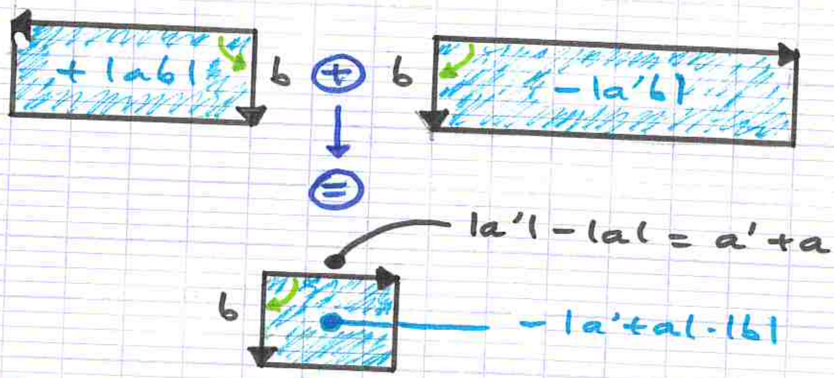
$a > 0,\ a' > 0,\ b > 0$

$ab + a'b = (a+a')b$



$a < 0,\ a' > 0,\ b < 0$
(ici $|a'| > |a|$)

$$\begin{aligned} ab + a'b &= |ab| - |a'b| \\ &= -|a+a'|\cdot|b| \\ &= (a+a')b \end{aligned}$$

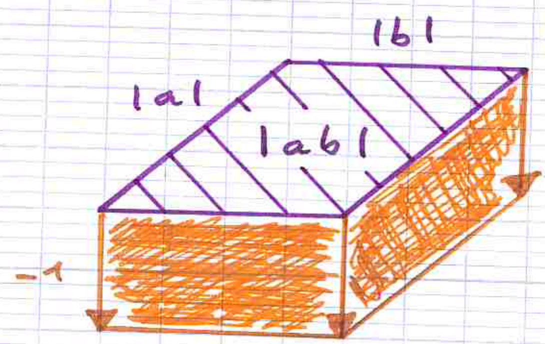


... etc ! Ces types d'opéra^{ns}, et leurs analogues verticaux, nous suffisent pour la suite.

(i) Par sym. des rôles de a et a', on a juste $\frac{2^3}{2} = 4$ cas à traiter (il en manque juste 2 ci-dessus).

Top !

Tout bêtement, on passe en 3D. Par exemple, si $a<0$ et $b>0$, on considère le pavé de hauteur (-1).



On a un volume de $|ab|$ u.v sous le niveau de la mer, soit ab u.v.

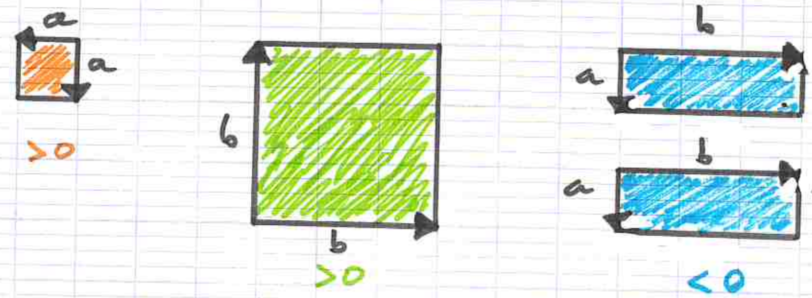
Faire un doc. à part (on garde celui pour "l'histoire").

• Applica° à $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

Supposons $a<0$ et $b>0$ (par sym., on aura ainsi $a>0$ et $b<0$, quant à $a<0, b<0$, il vient de $a>0, b>0$ car toutes les aires alg. changent de signe, et enfin $a=0$, ou $b=0$ est sans objet).

On va aussi supposer $|a|<b$ ($|a|>b$ est similaire, et $|a|=b$, ie $a=-b$ est sans objet).

a^2+b^2+2ab

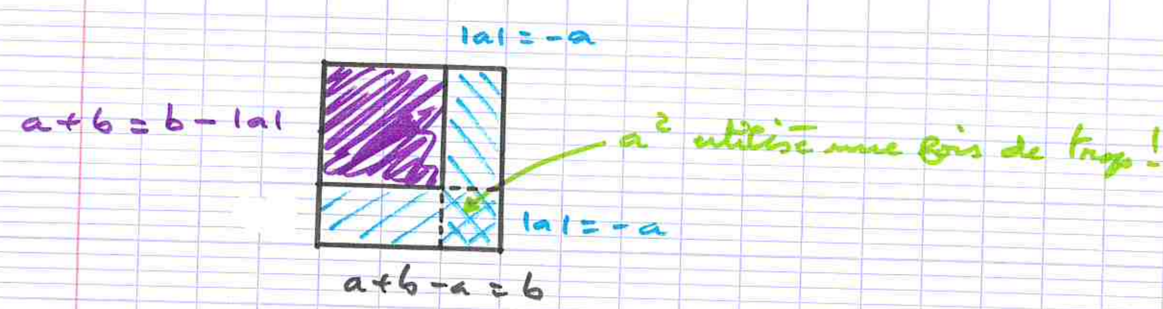


$(a+b)^2$ où $a+b = b-|a|$ avec $a+b>0$ (ici!)

On espère... ☺

On compare! En 2D, pénible, mais via en 3D, on fera mieux!

En fait, on passe via $(a+b)^2-2ab=a^2+b^2$, mais ceci ne nécessite pas d'aire alg.!



Donc, $(a+b)^2 + 2|a|b = b^2 + a^2$.