Inverser(?) $\begin{pmatrix}1&0&a&0\\0&1&b&0\\1&0&0&c\\0&1&0&d\end{pmatrix}$ sans I.A.

$M := \begin{pmatrix} I_2 & A \\ I_2 & B \end{pmatrix}$ où $A := \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}$ et $B := \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & d \end{pmatrix}$.

En pensant à $GL_2(\mathbb{K})$, au prod. par blocs, et en choisissant le "bon sens" car $AB \neq BA$, on a :

$$\begin{pmatrix} I_2 & A \\ I_2 & B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B & -A \\ -I_2 & I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B-A & 0_2 \\ 0_2 & B-A \end{pmatrix}$$

Comme $B-A = \begin{pmatrix} -a & c \\ -b & d \end{pmatrix}$, on doit avoir $\delta := ad - bc \neq 0$.

$\delta \neq 0$ donne $(B-A)^{-1} = \frac{1}{\delta}\begin{pmatrix} -d & c \\ -b & a \end{pmatrix}$.

$\delta \neq 0$ donne un inverse à droite, et donc tout court, de M comme suit.

Passer via cette technique par la gauche ne marche pas...

$$\begin{pmatrix} B & -A \\ -I_2 & I_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} (B-A)^{-1} & 0_2 \\ 0_2 & (B-A)^{-1} \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\delta}\begin{pmatrix} 0 & c & -a & 0 \\ 0 & d & -b & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -d & c & 0 & 0 \\ -b & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d & c \\ 0 & 0 & -b & a \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\delta}\left(\begin{array}{c|c|c|c} -bc & ac & ad & -ac \\ -bd & ad & bd & -bc \\ d & -c & -d & c \\ b & -a & -b & a \end{array}\right)$$