2013-09-11

# Dérivation et différence finie, coïncidences?

Soit $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ où $c \neq 0$ une fonction homographique.

Posant $A = \dfrac{a}{c}$, $B = \dfrac{b}{c}$ et $D = \dfrac{d}{c}$, on a : $f(x) = \dfrac{Ax+B}{x+D}$

On obtient alors : $f(x) = \dfrac{A(x+D-D)+B}{x+D}$

$$= A + \frac{E}{x+D} \quad \text{où } E \overset{\text{def}}{=} B - AD = \frac{b-ad}{c}$$

$$= -\frac{ad-bc}{c^2}$$

↳ lien avec la matrice associée à $f$ : $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

## DÉRIVATION

$$f'(x) = -\frac{E}{(x+D)^2}$$

## DIFFÉRENCE FINIE

$$\Delta f(n) \overset{\text{def}}{=} f(n+1) - f(n)$$

$$= \frac{E}{n+1+D} - \frac{E}{n+D}$$

$$= \frac{E(n+D-n-1-D)}{(n+D)(n+1+D)}$$

$$= \frac{-E}{(n+D)(n+1+D)}$$

## CONCLUSION

Identique

$$f'(x) = \frac{-E}{\underbrace{(x+D)^2}} \qquad \frac{-E}{\underbrace{(n+D)(n+1+D)}} = \Delta f(n)$$

x+h pour f'

n+1 pour Δf