

# 1. 7 FACTEURS ?

**Fait 1.1.**  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \pi_n^6 \notin {}^2\mathbb{N}$ .

*Démonstration.* XXXX

□

# 2. 8 FACTEURS ?

**Fait 2.1.**  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \pi_n^7 \notin {}^2\mathbb{N}$ .

*Démonstration.* Supposons que  $\pi_n^7 \in {}^2\mathbb{N}$ . Commençons par de petites manipulations algébriques où l'on cherche à faire apparaître le même coefficient pour  $n$  dans chaque parenthèse.

$$\begin{aligned} \pi_n^5 &= n(n+7) \cdot (n+1)(n+6) \cdot (n+2)(n+5) \cdot (n+3)(n+4) \\ &= (n^2+7n)(n^2+7n+6)(n^2+7n+10)(n^2+7n+12) \\ &= x(x+6)(x+10)(x+12) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} x = n^2 + 7n \in \mathbb{N}_{\geq 6}$$

XXXX

□