

Lemme de Burnside Visuelle I

ÉNONCÉ

G un gpe agissant sur un ens. X .

$$(\#G, \#X) \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Fix}(g) = \{x \in X / g \cdot x = x\}$$

$$\text{Stab}(x) = \{g \in G / g \cdot x = x\}$$

$$\text{Orb}(x, G) = \bigcup_{x \in X} \{g \cdot x / g \in G\}$$

$$\# \text{Orb}(x, G) = \frac{1}{\#G} \sum_{g \in G} \# \text{Fix}(g)$$



!E! plus pratique que $\#E$.

POURQUOI?

	$g_1 = e$	g_2	g_3	g_4	...	
x_1	•		•	•	...	→ $\text{Stab}(x_1)$
x_2	•		•		...	→ $\text{Stab}(x_2)$
x_3	•	•	•		...	→ $\text{Stab}(x_3)$
x_4	•				...	→ $\text{Stab}(x_4)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		
	↓	↓	↓	↓		
	$\text{Fix}(g_1)$	$\text{Fix}(g_2)$	$\text{Fix}(g_3)$	$\text{Fix}(g_4)$		

• ↔ $g_i \cdot x_j = x_j$
pour

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_X \# \text{Stab}(x) = \sum_G \# \text{Fix}(g) \\ g \in G \rightarrow g \cdot x \in \text{Orb}(\{x\}, G) := O_x \\ \hookrightarrow \#G / \# \text{Stab}(x) = \# O_x \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{\#G} \sum_G \# \text{Fix}(g) &= \sum_x (\# O_x)^{-1} \\ &= \sum_k \frac{1}{\# O_{x_k}} \sum_{x \in O_{x_k}} 1 \\ &= \# \text{Orb}(X, G) (= \text{nbre de } O) \end{aligned}$$

$\text{Orb}(X, G) = \bigcup_k O_{x_k}$
(un syst. de "représentants")