

$$\sum_{k=1}^n k^2 \text{ via Pascal}$$

(lien avec une Bernoulli : cf. Lannoy)

1									$\rightarrow 0^2$	
1	1	0							$\rightarrow 1^2$	$2 \times 0 + 1$
1	2	1							$\rightarrow 2^2$	$2 \times 1 + 2$
1	3	3	1						$\rightarrow 3^2$	$2 \times 3 + 3$
1	4	6	4	1					$\rightarrow 4^2$	$2 \times 6 + 4$
1	5	10	10	5	1				$\rightarrow 5^2$	$2 \times 10 + 5$
1	6	15	20	15	6	1			$\rightarrow 6^2$	$2 \times 15 + 6$



$$k^2 = \binom{k}{1} + 2 \binom{k}{2}$$

Donc $\sum_{k=1}^n k^2 = \binom{n+1}{2} + 2 \binom{n+1}{3}$ via "règle de Pascal".

$$= \frac{1}{2} (n+1)n + 2 \times \frac{1}{3!} (n+1)n(n-1)$$

$$= \frac{1}{6} (n+1)n(3 + 2(n-1))$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$