

Contrôle de divisibilité par 3 rapide

$$1472231115690009997 \stackrel{?}{\equiv} 0 [3]$$

I on ignore les 0, 3, 6 et 9.

$$\leftarrow \forall k \in \mathbb{N}, 10^k \equiv 1 [3]$$

$$14722 \dots 1115 \dots \dots \dots 7$$

II on remplace chaque chiffre par son reste mod. 3

$$\leftarrow 7 \equiv 1 [3] \dots \text{etc}$$

$$11122 \dots 1112 \dots \dots \dots 1$$

III Groupe (1, 2) "s'annule"

$$\leftarrow 2 \equiv -1 [3]$$

$$1 \dots 11 \dots 1$$

IV on fait des sommes modulo 3. Concrètement on barre les groupes de trois 1 successifs.

$$\dots 1$$

$$\hookrightarrow \text{Conclusion: } 147223 \dots 9997 \equiv 1 [3]$$

Concrète[†], on peut aller plus vite en faisant ~~juste~~ les étapes en parallèle. En lisant de gauche à droite, on barre comme suit de l'étape:

$$1/ \quad 147 \xrightarrow{\text{mod } 3} 111 \rightarrow \text{Ignore}$$

$$2/ \quad 22311 \xrightarrow{\text{mod } 3} 22 \quad 11 \rightarrow \text{Ignore}$$

$$3/ \quad 15690009997 \xrightarrow{\text{mod } 3} 121 \rightarrow 1$$

RAPIDE!

Ici on peut plus efficace[†]
noter que $1+5=6$ est à
ignorer puis $7=1+6$ permet
de conclure!