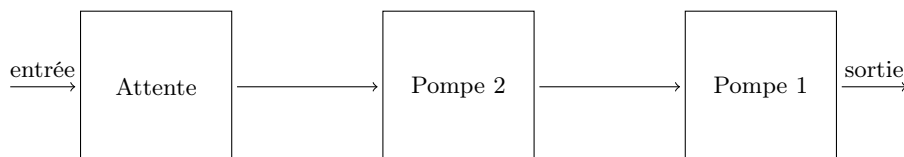


Station d'essence

On considère que l'on a une station d'essence à deux pompes et un emplacement d'attente :



Les clients arrivent à la pompe selon un processus de Poisson d'intensité λ . Si les deux pompes sont libres, le client va en pompe 1. Si la pompe 1 est prise, le client va en pompe 2. Si les deux pompes sont occupées, le client peut se mettre dans la place d'attente. Si la place d'attente est occupée, le client passe son chemin. Un client en pompe 2 doit attendre que la pompe 1 soit libre pour sortir de la station d'essence. Dans le cas où le client à la pompe 2 finit avant celui de la pompe 1, les deux sortent en même temps de la station au moment où le client de la pompe 1 a fini. S'il y a, à ce moment-là, un client en attente, il va instantanément en pompe 1 et commence à remplir son réservoir. Dans le cas où la pompe 1 est libre mais la pompe 2 occupée, personne ne peut entrer en pompe 1. Les temps de remplissage des réservoirs suivent une loi exponentielle de paramètre μ . On modélise ce système par un processus de Markov $X = (X_1, X_2, X_3)$ où X_1 vaut 0 ou 1 et représente le nombre de clients à la pompe 1, X_2 représente le nombre de clients à la pompe 2 et X_3 représente le nombre de clients dans la place d'attente (X_3 vaut 0 ou 1).

1. Quel est l'espace d'état ?
2. Ecrire les composantes du générateur infinitésimal ?
3. Existe-il une probabilité stationnaire ?
4. Si oui, quelles sont les équations qui la caractérise ?
5. Quel est le pourcentage de clients qui ne peuvent pas entrer dans la station ?
6. Quel est le pourcentage de clients qui ne peuvent pas entrer dans la station parce qu'elle est mal faite : le pourcentage des clients qui ne peuvent pas être servis bien que la pompe 1 soit libre.

File « Picard »

Dans un magasin, les clients, en moyenne vingt par heure, arrivent à la caisse selon un processus de Poisson. Tant qu'il y a moins de deux clients en attente, il y a une seule caisse d'ouverte. Le temps de service à cette caisse est exponentiellement distribué, le temps moyen de service est de cinq minutes. A partir de trois clients en attente, une deuxième caisse ouvre. Les deux caisses partagent la même file d'attente. La deuxième caisse referme dès qu'il n'y a plus que deux clients en attente. On note X_t le nombre de clients présents à l'instant t .

1. Ecrire le générateur infinitésimal de X .
2. Trouver la probabilité stationnaire si elle existe.
3. Quel est le nombre moyen de clients dans le système ?
4. Quel est le nombre moyen de clients en attente ?
5. Quel est le temps moyen d'attente ?
6. Quel est le pourcentage du temps où la deuxième caisse est ouverte ?