

Circulation (2pt)

1. Circulation

Calculer la circulation du champs de gradient ∇f où $f(x, y) = x^2y^3 + \exp(41)$ le long du segment de droite entre le point $(7, 1)$ et le point $(5, 2)$. On donnera un arrondi à 10^{-2} près.

• 151 ✓

Ici, $\nabla f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ est, par définition, un champs de gradient. La circulation est donc la différence de potentiel: $f(5, 2) - f(7, 1) = 5^2 * 2^3 - 7^2 = 151$

Regle de la chaine (3pt)

1. Derivee directionnelle

On pose $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $\phi(x, y) = (x + 2y, y)$. Sachant que la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ est différentiable en $p = (3, 1)$ et que l'on a $\frac{\partial f}{\partial x}(p) = 2$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(p) = 1$. Calculer $D_v(f \circ \phi)(1, 1)$ où $v = (1, -1)$.

• -3 ✓

On remarque que ϕ est une application linéaire et est donc égale à sa différentielle. De plus, en appliquant la règle de la chaîne on trouve $\nabla f \circ \phi(1, 1) = (2 * 1 + 1 * 0, 2 * 2 + 1 * 1) = (2, 5)$. Enfin, on a $D_v f(p) = d_p f(v) = \langle \nabla f, v \rangle = 2 - 5 = -3$. Il fallait donc trouver -3.