Analyse de Fonctions de plusieurs variables (4pt)

1. **Régularité des fonctions de plusieurs variables**

   La fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $f(x,y) = \frac{(x-1)y}{(x-1)^2+y^2}$. Déterminer lesquelles de ces assertions sont vraies.

   (a) f admet des dérivées partielle en $(1,0)$ (33.33333%)
   (b) f est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(1,0)\}$ (33.33333%)
   (c) f n'est pas différentiable en $(1,0)$ (33.33333%)
   (d) f est continue en $(1,0)$ (0%)
   (e) Aucune des autres réponses n'est vérifiée (0%)

2. **Régularité des fonctions de plusieurs variables**

   La fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $f(x,y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$. Déterminer lesquelles de ces assertions sont vraies.

   (a) f est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ (33.33333%)
   (b) f est continue sur $\mathbb{R}^2$ (33.33333%)
   (c) f admet des dérivées partielle en $(0,0)$ (33.33333%)
   (d) f est de classe $\mathcal{C}^1$ en $(0,0)$ (0%)
   (e) Aucune des autres réponses n'est vérifiée (0%)

3. **Extrema**

   Soit la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $f(x,y) = x\exp(-x^2 - 2y^2)$. Déterminer lesquelles de ces assertions sont vraies.

   (a) f possède un point selle en $(0,0)$ (0%)
   (b) f possède un maximum local en $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ (0%)
   (c) f possède un minimum local en $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ (0%)
   (d) f possède 3 points critiques: $(0,0)$, $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ et $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ (0%)
   (e) Aucune des autres réponses n'est vérifiée (100%)

4. **Extrema**

   Soit la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $f(x,y) = x^2\exp(-x^2y^2)$.

   (a) f possède un point critique dégénéré en $(0,0)$ (50%)
   (b) f possède un minimum local en $(0,0)$ (50%)

(c) f possède un maximum local en $(0,0)$ (0%)
(d) f possède un unique point critique en $(0,0)$ (0%)
(e) f possède une infinité de points critiques situés sur les hyperboles $\{y = \pm\frac{1}{x}, x \neq 0\}$ (0%)
(f) Aucune des autres réponses n'est vérifiée (0%)