Fachhochschule Südwestfalen
University of Applied Sciences

Statistik

CH.4 - Zweidimensionale Verteilungen

SS 2021 | | Prof. Dr. Buchwitz, Sommer, Henke

Wir geben Impulse

Ausgangspunkt:

- Jede statistische Einehit einer Grundgesamtheit trägt eine Vielzahl von Merkmalen.
- In diesem Kapitel werden zwei Merkmale gleichzeitig untersucht.
- Bei der Darstellung und Analyse von Abhängigkeiten zwischen Variablen muss das Skalenniveau berücksichtigt werden.

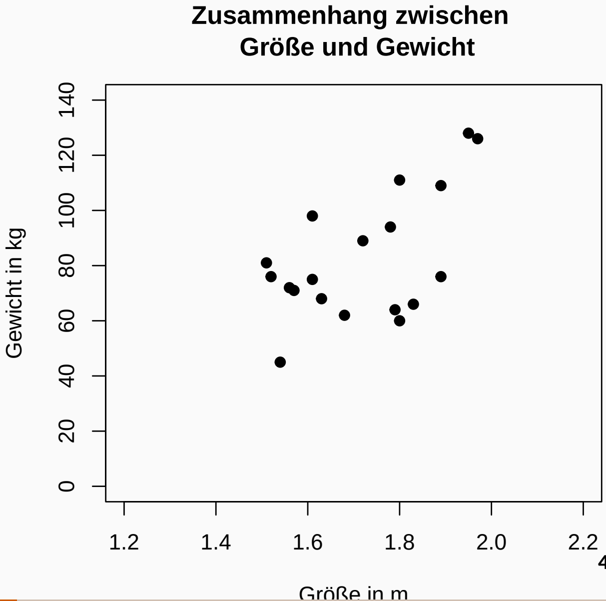
Beispiel:

- Studierende
  - Beispiel: Körpergröße und Gewicht $\rightarrow$ Streudiagramm
  - Beispiel: Geschlecht und Studiengang $\rightarrow$ Kontingenztafel
- Kraftfahrzeuge
  - Beispiel: Höchstgeschwindigkeit und Motorleistung
  - Beispiel: Kraftstoffverbrauch und Getriebeart (Manuell/Automatik)

Outline

Beispiel: Streudiagramm

Größe (m)	Gewicht (kg)
1.63	68
1.51	81
1.56	72
1.95	128
1.80	60
1.79	64
1.78	94
1.68	62
1.89	109
1.61	75
1.89	76
1.97	126
1.61	98
1.57	71
1.83	66
1.80	111
1.72	89
1.52	76
1.54	45



R-Befehl: `plot()`

Outline

Kovarianz

$$s_{XY} = Cov(X, Y) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$$

- Die oben stehende Formeln gibt die Kovarianz zwischen X und Y an.
- Das Vorzeichen der Kovarianz ist ein Indikator für die Richtung eines bestehenden **linearen** Zusammenhanges zwischen Y und X.
- Die Kovarianz erlaubt es nicht Aussagen über die Stärke eines Zusammenhanges zu treffen.
- Die Größe der Kovarianz ist Abhängig von der zugrundeliegenden Einheit. Einheitenwechsel (z.B. von Euro zu TEuro) führen zu einer Wertveränderung.
- **R-Befehl:** `cov()`

Korrelationskoeffizient

$$Cor(Y,X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\frac{y_i-\bar{y}}{s_y})(\frac{x_i-\bar{x}}{s_x}) = \frac{Cov(Y,X)}{s_y s_x} = \frac{s_{XY}}{s_x \cdot s_y}$$

- Der Korrelationskoeffizient ist ein Maß für die Stärke des linearen Zusammenhanges.
- Im Unterschied zur Kovarianz, ist $Cor(Y,X)$ nicht skalenabhängig und erlaubt die Einschätzung von Stärke und Richtung eines linearen Zusammenhangs.
- **R-Befehl:** `cor()`

$Cor(Y,X) = 0$ bedeutet nicht, dass es zwischen X und Y keinen Zusammenhang gibt.

Eigenschaften

1. Wertebereich: $-1 \leq r_{XY} \leq 1$
2. Ist $r_{XY} = 0$, so sind X und Y nicht korreliert (unkorreliert).
3. Ist $r_{XY} > 0$, so sind X und Y gleichläufig (gleichsinnig) korreliert.
4. Ist $r_{XY} < 0$, so sind X und Y gegenläufig (ungleichsinnig) korreliert.
5. Je größer $|r_{XY}|$ ist, desto stärker ist die Korrelation zwischen X and Y.

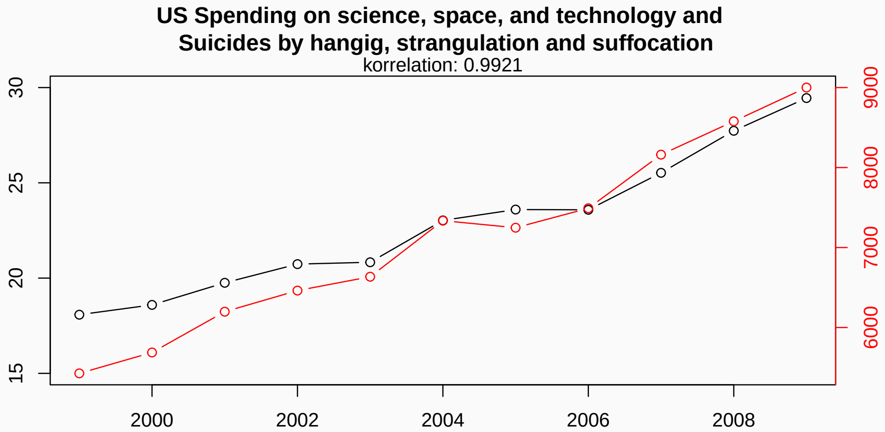
Scheinkorrelation

Scheinkorrelation: obwohl ein großer Wert des Korrelationskoeffizienten zwischen X und Y besteht, liegt kein *ursächlicher* (und/oder sachlogischer) Zusammenhang zwischen X und Y vor.

Beispiel

Zusammenhang zwischen Kindergeburten und der Anzahl der Storchenpaare, die sich in einer Region ansiedeln.

Scheinkorrelation



- Weitere Beispiele unter: http://tylervigen.com/spurious-correlations

Verständnisfragen

- Welche Darstellungsmöglichkeiten gibt es für zweidimensionale Daten?
- Bedeutet ein Korrelationskoeffizient nah bei 1, dass ein sachlicher Zusammenhang zwischen den untersuchten Merkmalen besteht?
- Wie ist ein Korrelationskoeffizient nah bei -1 zu interpretieren?