Fachhochschule Südwestfalen
University of Applied Sciences

Statistik

CH.2 - Begriff der Häufigkeit

2024 || Prof. Dr. Buchwitz, Sommer, Henke

Wir geben Impulse

Lernziele

- Kennenlernen der zentralen Grundbegriffe bei statistischen Untersuchungen.
- Definition und Einordnung von Beobachtungsgrößen anhand des Skalenniveaus.
- Diskussion und Definition absoluter und relativer Häufigkeiten.
- Einführung in elementare grafische Darstellungen.
- Schaffen von Verständnis für die empirische Verteilungsfunktion.

Inhaltsübersicht

1 Grundbegriffe

2 Häufigkeiten

Grundlegende Begriffe

- **Statistische Einheit:** Träger der Information (Merkmalsträger, Untersuchungsobjekt)
- **Grundgesamtheit:** statistische Masse, Population
- **Untersuchungsmerkmal** X_i**:** Eigenschaft der statistischen Einheit
- **Merkmalsausprägung:** Erscheinungsformen eines Merkmals
- **Beobachtungswert** x_i**:** Die für das i-te Untersuchungsobjekt beobachtete Ausprägung des Untersuchungsmerkmals

Beispiel: Grundlegende Begriffe

Im Rahmen einer Vollerhebung sollen verschiedene Eigenschaften von allen Mescheder Studierenden dieser Vorlesung in diesem Raum untersucht werden.

- **Grundgesamtheit:** Alle Mescheder Studierende (räumliche Identifikation) dieser Vorlesung (sachliche Identifikation), die heute (zeitliche Identifikation) anwesend sind
- **Merkmalsträger:** Jede/r Studierende
- **Merkmale:** Alter, Geschlecht, Wohnort, Note in Mathe

Merkmalsausprägungen:

	Alter	Geschlecht	Wohnort	Note
Student:in a	19	m	Meschede	2,3
Student:in b	20	f	Meschede	1,3
Student:in c	22	f	Brilon	4,0
Student:in d	25	m	Winterberg	3,0

Klassifikation von Merkmalen (qualitativ & quantitativ)

- **Qualitative Merkmale:** variieren artmäßig
  - z.B. Geschlecht, Rechtsform von Unternehmen, Haarfarbe etc.
- **Quantitative Merkmale:** variieren der Größe nach
  - z.B. Alter, Einkommen, Kinderzahl etc.

Klassifikation von Merkmalen (Skalenniveau)

- **Nominalskala:** für qualitative Merkmale, für die keine sinnvolle Reihenfolge der Ausprägungen gegeben ist.
  - z.B. Studiengang, Religionszugehörigkeit, Geschlecht
- **Ordinalskala:** für Merkmale mit einer natürlichen Reihenfolge. Die Abstände zwischen den Ausprägungen sind nicht quantifizierbar.
  - z.B. Schulnoten, Bildungsabschlüsse
- **Metrische Skala:** für Merkmale, bei denen sowohl die Reihenfolge als auch die Abstände zwischen den Ausprägungen sinnvoll definiert sind.
  - z.B. Umsatz, Alter, Temperatur in °C

Klassifikation von Merkmalen (stetig und diskret)

- **Diskrete Merkmale:** können nur bestimmte Werte (z.B. nur ganzzahlige) annehmen
  - z.B. Anzahl der Studierenden an einer Hochschule, Anzahl der Einwohner eines Landes
- **Stetige Merkmale:** können in einem bestimmten Intervall jeden beliebigen Wert annehmen
  - z.B. Längen, Breiten, Gewichte

Inhaltsübersicht

1 Grundbegriffe

2 Häufigkeiten

Absolute und relative Häufigkeiten

Definition: Absolute Häufigkeit

Beobachtet man an n statistischen Einheiten ein Merkmal X mit k Merkmalsausprägungen, so gilt für die **absolute Häufigkeit** H_j der j-ten Merkmalsausprägung.

$$H_j = \text{"Anzahl der Beobachtungswerte, die in der } j\text{-ten Ausprägung auftreten" für } j = 1, \ldots, k$$

Definition: Relative Häufigkeit

Die **relative Häufigkeit** h_j gibt den prozentualen Anteil der statistischen Einheiten, die die j-te Merkmalsausprägung tragen, an.

$$h_j = \frac{1}{n} \cdot H_j \quad \text{für} \quad j = 1, \ldots, k$$

Beispiel: Absolute und relative Häufigkeit

```r
# Daten: Alter befragter Personen
age <- c(19, 21, 20, 21, 19, 23, 22, 19, 20, 19)
```

```r
# Absolute Häufigkeit
table(age)
```

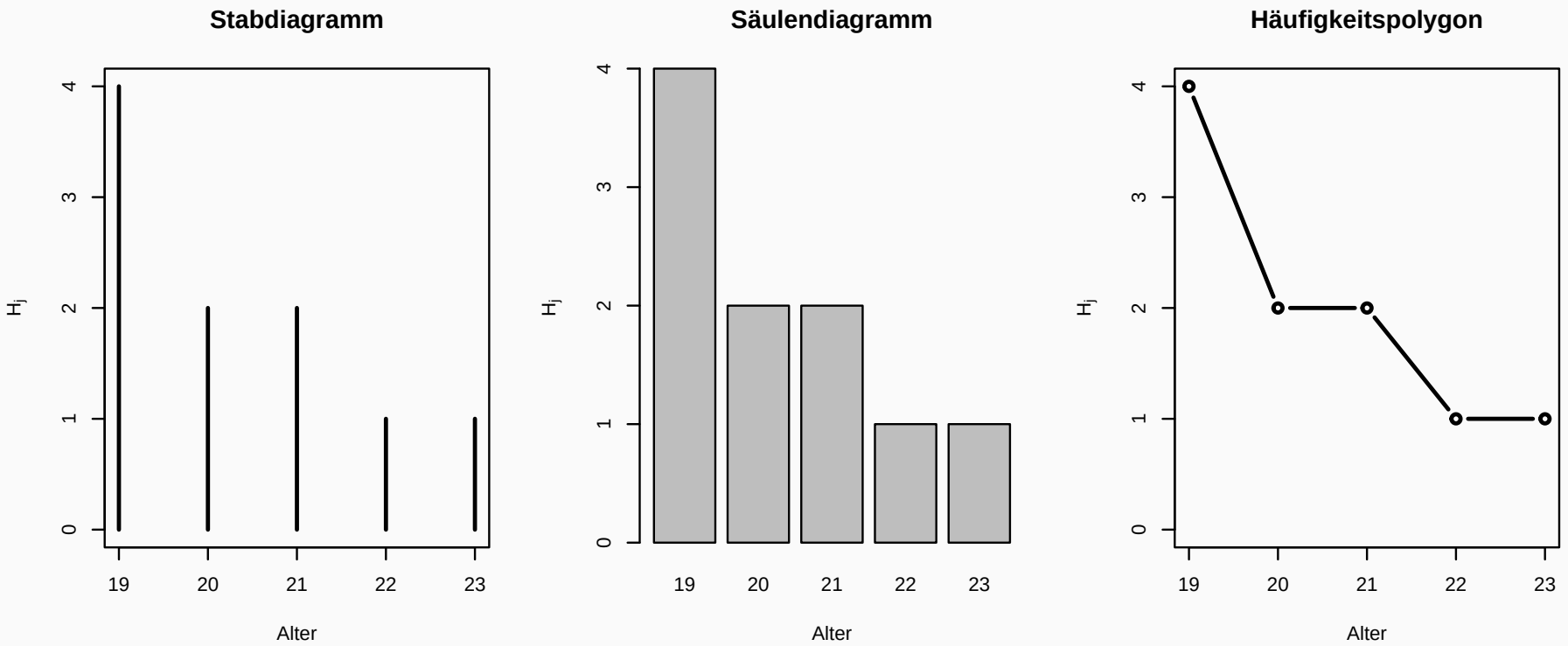
```
## age
## 19 20 21 22 23
##  4  2  2  1  1
```

```r
# Relative Häufigkeit
proportions(table(age))
```

```
## age
##  19  20  21  22  23
## 0.4 0.2 0.2 0.1 0.1
```

Beispiel: Graphische Darstellungsmöglichkeiten von Häufigkeiten

```
par(mfrow=c(1,3))
plot(table(age), main = "Stabdiagramm",
     xlab = "Alter", ylab = expression(H[j]))
barplot(table(age), main = "Säulendiagramm",
        xlab = "Alter", ylab = expression(H[j]))
plot(table(age), type="b", main = "Häufigkeitspolygon",
     xlab = "Alter", ylab = expression(H[j]))
```



Histogramm

- Ein Histogramm ist eine Möglichkeit, die Häufigkeitsverteilung klassierter Daten graphisch darzustellen.
- Die Häufigkeiten werden als aneinander stoßende Rechtecke dargestellt, deren Flächen proportional zur Häufigkeit der Beobachtungswerte der Klassen sind.
- Nicht die Höhe des Rechteckes über eine Klasse ist proportional zur Klassenhäufigkeit, sondern die Fläche selbst.
- Erstellt werden können Histogramme mit dem R-Befehl `hist()`.

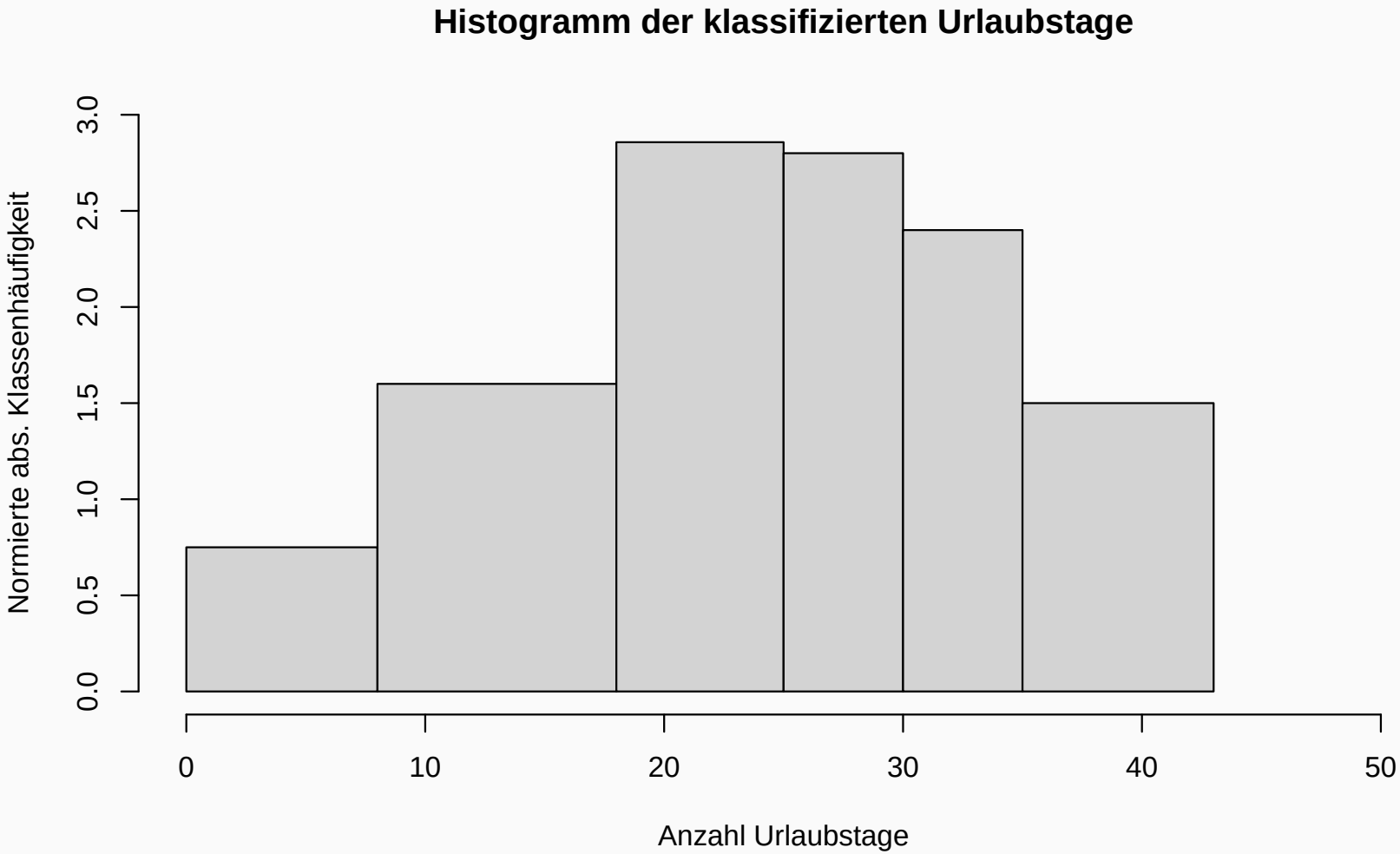
Beispiel: Histogramm

- In einer Befragung wurden $n = 80$ Personen nach der Anzahl der verbrachten Urlaubstage pro Jahr befragt. Die Daten wurden in Klassen unterschiedlicher Breiten erfasst und die jeweiligen Häufigkeiten ausgezählt bzw. berechnet.

j	Klasse K_j	H_j	h_j	Klassenbreite	norm. H_j	norm. h_j
1	[0;8)	6	0.075	8	0.750	0.0094
2	[8;18)	16	0.200	10	1.600	0.0200
3	[18;25)	20	0.250	7	2.857	0.0357
4	[25;30)	14	0.175	5	2.800	0.0350
5	[30;35)	12	0.150	5	2.400	0.0300
6	[35;43)	12	0.150	8	1.500	0.0187

Die normierten absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten setzen die Klassenhäufigkeiten in Relation zur Klassenbreite, sodass diese Werte einen Vergleich erlauben. Es gilt norm. $H_j = H_j$ / Klassenbreite (norm. h_j analog).

Beispiel: Histogramm



Die Fläche der zu den Klassen 5 und 6 gehörenden Rechtecke ist identisch, da gilt $H_5 = H_6$ (bzw. $h_5 = h_6$).

Empirische Verteilungsfunktion

Definition: Empirische Verteilungsfunktion

Die empirische Verteilungsfunktion S eines an n Untersuchungseinheiten beobachteten Merkmals X, das k Merkmalsausprägungen $a_1, \ldots, a_k$ besitzt, wird durch die Folge der relativen Summenhäufigkeiten bestimmt.

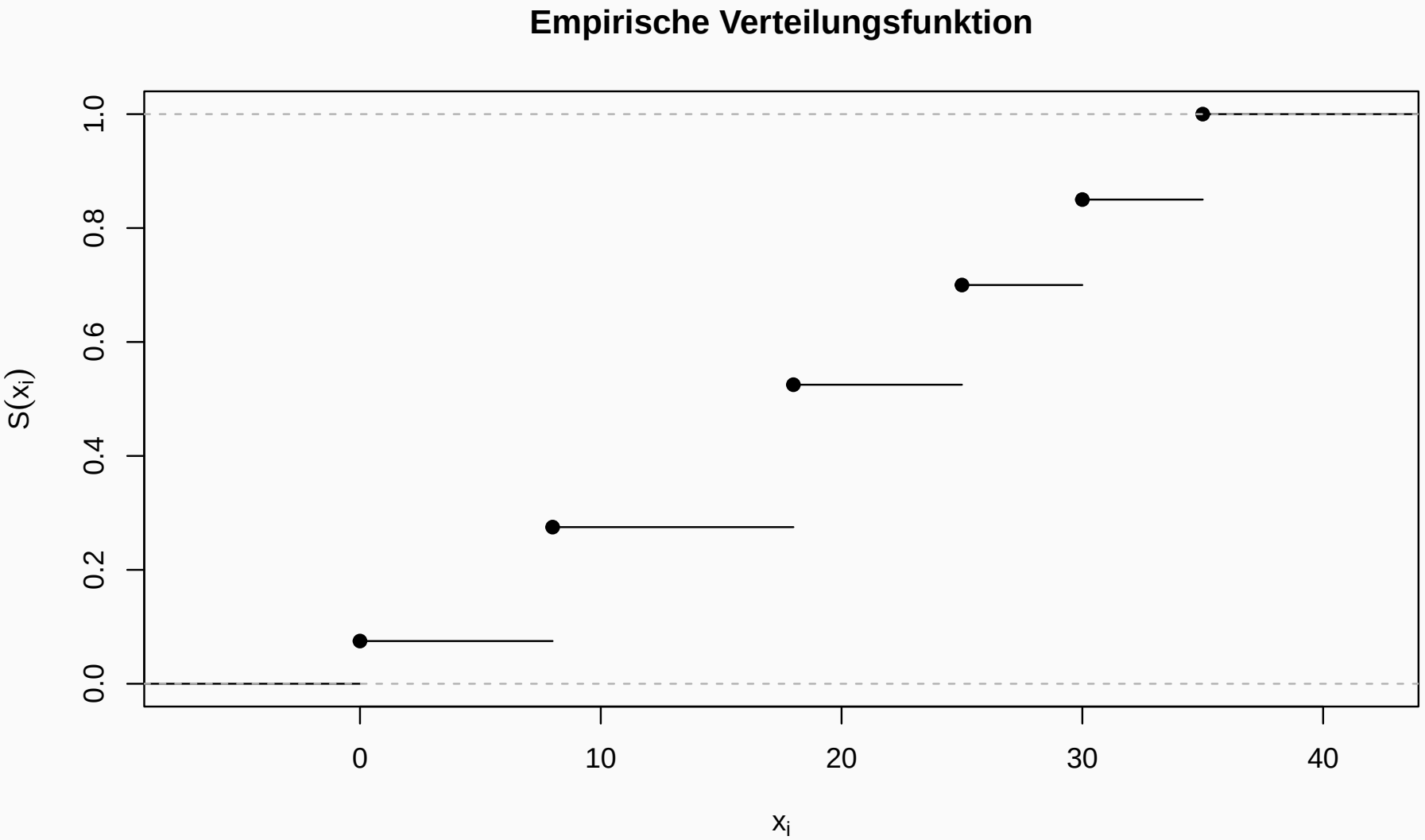
$$S_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{j} H_j = \sum_{i=1}^{j} h_j \quad \text{für} \quad j = 1, \ldots, k$$

Beispiel: Empirische Verteilungsfunktion

- Fortsetzung auf Basis der Befragung zum Urlaubsverhalten von $n = 80$ Personen.

j	Klasse K_j	H_j	h_j	emp. Verteilungsfkt.
1	[0;8)	6	0.075	0.075
2	[8;18)	16	0.200	0.275
3	[18;25)	20	0.250	0.525
4	[25;30)	14	0.175	0.700
5	[30;35)	12	0.150	0.850
6	[35;43)	12	0.150	1.000

Beispiel: Empirische Verteilungsfunktion



Verständnisfragen

- Kann unsere Hochschule eine Untersuchungseinheit sein?
- Nach welchen Kriterien werden Grundgesamtheiten abgegrenzt?
- Was ist der Unterschied zwischen einem Merkmalsträger und einer Merkmalsausprägung?

Verständnisfragen (Antworten)

- Kann unsere Hochschule eine Untersuchungseinheit sein?
  - Ja, wenn die Grundgesamtheit z.B. aus allen Hochschulen eines Landes besteht.
- Nach welchen Kriterien werden Grundgesamtheiten abgegrenzt?
  - Räumlich, sachlich, zeitlich
- Was ist der Unterschied zwischen einem Merkmalsträger und einer Merkmalsausprägung?
  - Merkmalsträger ist die Person oder das Objekt, das untersucht wird, Merkmalsausprägung ist eine der Erscheinungsformen einer Eigenschaft des Merkmalsträgers.

Verständnisfragen

- Wodurch unterscheiden sich absolute von relativen Häufigkeiten?
- Was ist der Unterschied zwischen einem Stabdiagramm und einem Histogramm?
- Was zeigt die empirische Verteilungsfunktion?

Verständnisfragen (Antworten)

- Wodurch unterscheiden sich absolute von relativen Häufigkeiten?
  - Die absolute Häufigkeit gibt die Anzahl der Beobachtungen wieder, die relative Häufigkeit gibt den Anteil der Beobachtung an der Gesamtanzahl wieder.
- Was ist der Unterschied zwischen einem Stabdiagramm und einem Histogramm?
  - In einem Stabdiagramm gibt die Höhe des Stabs die Häufigkeit wieder, in einem Histogramm ist es die Fläche der Balken, die die Häufigkeit wiedergibt.
- Was zeigt die empirische Verteilungsfunktion?
  - Anhand der empirischen Verteilungsfunktion kann man die relative Häufigkeit ablesen, mit der ein Wert höchstens eine bestimmte Größe hat. Die empirische Verteilungsfunktion gibt so die kumulierten relativen Häufigkeiten bis zu einem bestimmten Wert an.

Anhang

```
Sys.time()
```

```
## [1] "2024-05-14 07:43:28 UTC"
```

```
sessionInfo()
```

```
## R Under development (unstable) (2024-02-05 r85863)
## Platform: x86_64-pc-linux-gnu
## Running under: Ubuntu 22.04.3 LTS
##
## Matrix products: default
## BLAS:   /usr/lib/x86_64-linux-gnu/openblas-pthread/libblas.so.3
## LAPACK: /usr/lib/x86_64-linux-gnu/openblas-pthread/libopenblasp-r0.3.20.so;  LAPACK version 3.10.0
##
## locale:
##  [1] LC_CTYPE=en_US.UTF-8       LC_NUMERIC=C
##  [3] LC_TIME=en_US.UTF-8        LC_COLLATE=en_US.UTF-8
##  [5] LC_MONETARY=en_US.UTF-8    LC_MESSAGES=en_US.UTF-8
##  [7] LC_PAPER=en_US.UTF-8       LC_NAME=C
##  [9] LC_ADDRESS=C               LC_TELEPHONE=C
## [11] LC_MEASUREMENT=en_US.UTF-8 LC_IDENTIFICATION=C
##
## time zone: Etc/UTC
## tzcode source: system (glibc)
##
## attached base packages:
## [1] grid      stats     graphics  grDevices utils     datasets  methods
## [8] base
##
## other attached packages:
##  [1] vcd_1.4-12          lubridate_1.9.3     forcats_1.0.0
##  [4] stringr_1.5.1       dplyr_1.1.4         purrr_1.0.2
##  [7] readr_2.1.5         tidyr_1.3.1         tibble_3.2.1
```