考试成绩分析

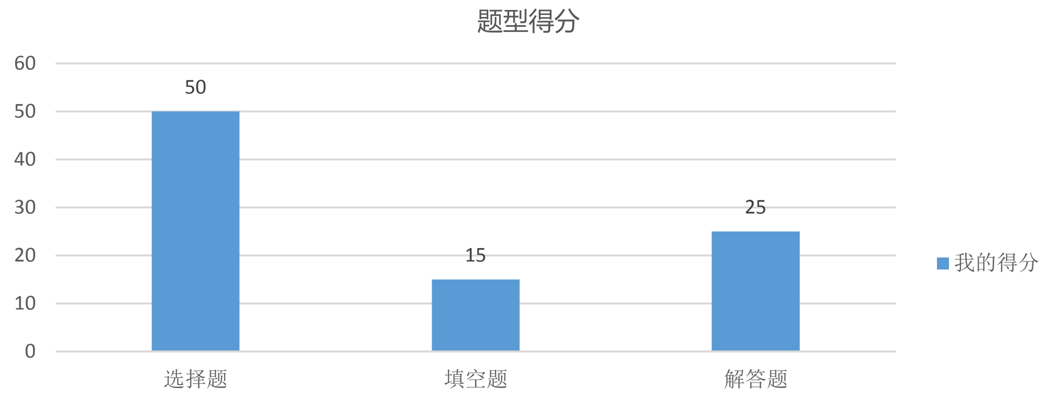
我的得分:90.0 分　　班级平均分:85.67 分　　年级平均分:81.92 分

澧县一中高三 2020 年 9 月 21 日数学考试

总体评价：★★★

我的得分高于班级平均分 4.33 分，高于学校平均分 8.08 分。请继续努力吧！

【我的题型得分】



【我的失分点】

知识点	失分值（分）	失分率	学校失分率	差距
判断函数零点的个数	5.0	100.0%	30.0%	落后
奇函数的图象特征	5.0	100.0%	33.0%	落后
利用函数的单调性与导数的关系求函数的单调区间	11.0	78.6%	81.0%	相当
用换元法求函数的最大（小）值	4.0	33.3%	28.0%	相当
方程的根与函数的零点	5.0	25.0%	38.0%	领先
用基本不等式解决简单的最大（小）值问题	5.0	25.0%	38.0%	领先
根据切线斜率（或切线方程）求参数的值	5.0	25.0%	31.0%	相当
利用函数的单调性与导数的关系证明或解不等式	5.0	25.0%	38.0%	领先
频率分布直方图概念	0.0	0.0%	20.0%	领先
复数及其相关概念	0.0	0.0%	3.0%	相当

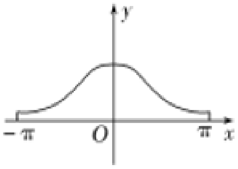
*以上列示主要失分知识点，因各题涵盖多个知识点，故知识点合计失分值将超过科目失分值。

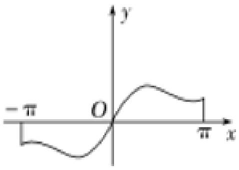
难点突破

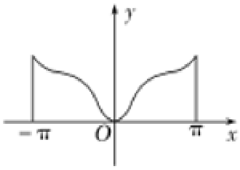
第 1 题我的得分:0.0;满分:5.0;班级平均分:3.2;易错指数:57%

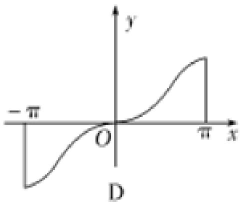
考查内容：奇函数的图象特征

6、已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}}$ (e 为自然对数的底数)，当 $x\in[-\pi,\pi]$时，$y=f(x)$的图象大致是

A. 

B. 

C. 

D. 

D

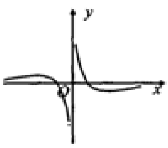
【错因分析】 □ 审题错误　□ 概念模糊　□ 思路错误　□ 计算错误　□ 粗心大意

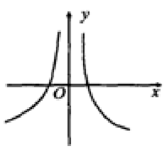
【错因反思】

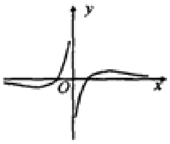
提升练习

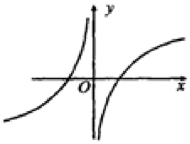
1、(2016 年株洲市第十三中学高三文科月考考试)

函数 $y=\dfrac{\log_2|x|}{x}$的图象大致是（　　　　）

A. 

B. 

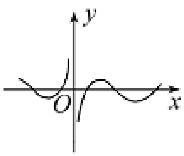
C. 

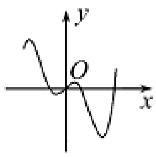
D. 

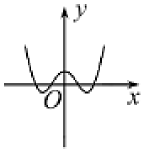
【作答区域】

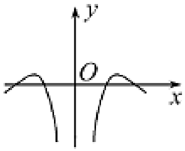
2、(株洲市第十三中学 2016 年高三上学期第二次月考（理科））

函数 $f(x)=(1-\frac{1}{x^2})\sin x$ 的图象大致为(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【作答区域】

第 2 题我的得分:0.0;满分:5.0;班级平均分:3.5;易错指数:55%

考查内容：判断函数零点的个数

7、已知1和-1是函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx(a,b\in R)$ 的两个极值点，设 $h(x)=f(f(x))-c$，其中 $c\in(-2,2)$，则函数 $y=h(x)$ 的零点个数

A. 5　　　B. 7　　　C. 9　　　D. 11

【错因分析】 □ 审题错误　□ 概念模糊　□ 思路错误　□ 计算错误　□ 粗心大意

【错因反思】

提升练习

1、(华容县一中 2016 年高三上学期第二次月考（文科））

函数 f（x）$=2^x|\log_{0.5}x|-1$ 的零点个数为（　）

A. 1　　　B. 2

C. 3　　　D. 4

【作答区域】

2、((理科)2019 年 8 月株洲市九方中学新高三模拟考试)

已知 $0<a<1$，则函数 $y=a^{|x|}-\left|\log_a x\right|$ 的零点的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【作答区域】

第 3 题我的得分:15.0;满分:20.0;班级平均分:12.4;易错指数:93%

考查内容：根据切线斜率（或切线方程）求参数的值、用基本不等式解决简单的最大（小）值问题、利用函数的单调性与导数的关系证明或解不等式、方程的根与函数的零点

13.16、13. 曲线 $y=(ax+1)e^x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线斜率为 -2，则实数 a 的值为____________；

14.已知 $a,b\in R,$ 且 $a-3b+6=0$，则 2^a+8^{-b} 的最小值为___________；

15.已知 $f(x)(x\in R)$ 为奇函数， $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，且 $f(-1)=0$，当 $x>0$ 时，$xf'(x)-f(x)<0$，则不等式 $f(x)>0$ 的解集为________________；

16.已知定义在 R 上的函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+3, x\in[0,1)\\ 3-x^2, x\in[-1,0)\end{cases}$，且 $f(x+2)=f(x), g(x)=\dfrac{3x+7}{x+2}$，则方程 $f(x)=g(x)$ 在区间 $[-5,1]$ 上的所有实根之和为___________.

【错因分析】 ☐ 审题错误　☐ 概念模糊　☐ 思路错误　☐ 计算错误　☐ 粗心大意

【错因反思】

提升练习

1、(望城一中 2020 年 9 月 19 日高二数学周考)

13. 若关于 x 的不等式 $ax^2+(3-a)x+1>0$ 在 R 上恒成立，则实数 a 的取值范围是_____.

14. 实数满足 $\begin{cases}x-y+2\ge 0\\ x-4\le 0\\ x+y-4\ge 0\end{cases}$，则 $z=x-2y$ 的最小值是____

15. 已知 $a>0,b>0,\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=1$，则 $2a+b$ 的最小值是_____.

16. 已知 $\sin\left(\dfrac{\pi}{5}-\alpha\right)=\dfrac{1}{4}$，则 $\cos\left(2\alpha+\dfrac{3\pi}{5}\right)=$__________.

【作答区域】

2、(2020 年 1 月益阳市高二上学期期末考试)

（1）若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$________________.

（2）若 x＞0，则 y=x+$\frac{9}{x+2}$的最小值等于________________.

（3）直线 l 过抛物线 y=$\frac{1}{4}$x² 的焦点 F，与抛物线交于 A、B 两点，若｜ AB ｜=16，则 AB 的中点 D 到 x 轴的距离为__________________.

（4）已知数列{a_n}，{b_n}的前 n 项和分别为S_n，T_n，且S_n=2n² +3n，2T_n=3b_n-3，若两个数列的公共项按原来顺序构成数列{c_n}，若c_n≤2020，则 n 的最大值为_________________.

【作答区域】

第 4 题我的得分:8.0;**满分**:12.0;**班级平均分**:9.2;**易错指数**:72%

考查内容：用换元法求函数的最大（小）值

17、（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=9^x-m\cdot 3^{x+1}-4$.

(1)若 $m=1$ ，求方程 $f\left(x\right)=0$ 的根；

(2)若对任意 $x\in\left[-1,1\right]$ ， $f\left(x\right)\geq-8$ 恒成立，求 m 的取值范围.

【错因分析】 □ 审题错误　□ 概念模糊　□ 思路错误　□ 计算错误　□ 粗心大意

【错因反思】

提升练习

1、(A 佳教育错题集)

求函数$y=\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值.

【作答区域】

2、(A 佳教育错题集)

求函数 f（x）＝x - $\sqrt{1-2x}$的最大值.

【作答区域】

第 5 题我的得分:3.0;**满分**:14.0;**班级平均分**:3.6;**易错指数**:100%

考查内容：利用函数的单调性与导数的关系求函数的单调区间

19、（本小题满分 14 分）已知函数 $f\left(x\right)=a\ln(x+1)+x^2-x$， $a\in R$

（1）求函数 $f\left(x\right)$的单调区间；

（2）若函数 $f\left(x\right)$ 有两个极值点 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$，证明：$-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\ln\frac{3}{4}<\frac{f(x_2)+2x_2}{\frac{1}{2}-x_1}<\frac{1}{2}$.

【错因分析】 □ 审题错误　□ 概念模糊　□ 思路错误　□ 计算错误　□ 粗心大意

【错因反思】

提升练习

1、(2020 年 6 月张家界市高三第三次联考（文科））

(本小题满分 12 分)

已知函数 $f\left(x\right)=lnx+kx+2,k\in R$.

(1)讨论函数 $f\left(x\right)$ 的单调性;

(2)若函数 $g(x)=\frac{e^x}{ax}-x+2$,当 $k=-1$ 且 $0<a\leqslant\frac{e^2}{2}$,求证: $g\left(x\right)>f\left(x\right)$.

【作答区域】

2、(2020 年 6 月张家界市高三第三次联考（理科））

（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=e^x\cos x$，$g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

（1）求 $f(x)$ 的单调区间;

（2）当 $x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 时，证明: $f(x)+g(x)\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\geqslant 0$

（3）设 x_n 为函数 $u(x)=f(x)-1$ 在区间 $\left(2n\pi+\frac{\pi}{4},2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内的零点，其中 $n\in\mathbf{N}$, 证明 $2n\pi+\frac{\pi}{2}-x_n<\frac{e^{-2n\pi}}{\sin x_0-\cos x_0}$

【作答区域】

参考答案

第 1 题(试卷题号：6)

【参考答案】B

【我的答案】D

【解析】

解：函数 $f(x)=\dfrac{x}{e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}}=\dfrac{x}{e^{-\cos x}}$，

$f(-x)=-\dfrac{x}{e^{-\cos x}}=-f(x)$，函数是奇函数，

排除选项 A，C，D，

故选：B.

提升练习

1、【参考答案】C

【解析】

∵f（-x）=-f（x）是奇函数，所以排除 B，当 x→+∞时，y→0，且为正值，故排除 A、D，故选 C.

2、【参考答案】A

【解析】

函数的定义域为{x|x≠0}，排除 B、C，

又 f（−x）$=(1-\dfrac{1}{x^2})\sin(-x)=-(1-\dfrac{1}{x^2})\sin x=-$f（x），函数为奇函数，所以函数的图象关于原点对称，排除 D，故选 A.

第 2 题(试卷题号：7)

【参考答案】C

【我的答案】B

【解析】

解：(1)由 $f(x)=x^3+ax^2+bx$，得 $f'(x)=3x^2+2ax+b$.

∵1 和 - 1 是函数 $f(x)$ 的两个极值点，

∴$f'(1)=3-2a+b=0$，$f'(-1)=3+2a+b=0$，

解得 $a=0$，$b=-3$.

得，$f(x)=x^3-3x$，

令 $f(x)=t$，$h(x)=f(f(x))-c$，则 $h(x)=f(t)-c$. $c\in(-2,2)$，

先讨论关于 x 的方程 $f(x)=d$ 根的情况，$d\in[-2,2]$

当 $|d|=2$ 时，由（2 ）可知，$f(x)=-2$ 的两个不同的根为 1 和一 2，注意到 $f(x)$ 是奇函数，

∴$f(x)=2$ 的两个不同的根为 - 1 和 2.

当 $|d|<2$ 时，∵$f(-1)-d=f(2)-d=2-d>0$，$f(1)-d=f(-2)-d=-2-d<0$，

∴一 2，- 1，1，2 都不是 $f(x)=d$ 的根.

由（1）知，$f'(x)=3(x+1)(x-1)$.

①当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，于是 $f(x)$ 是单调增函数，从而 $f(x)>f(2)=2$.

此时 $f(x)=d$ 在 $(2,+\infty)$ 无实根.

②当 $x\in(1,2)$ 时，$f'(x)>0$，于是 $f(x)$ 是单调增函数.

又∵$f(1)-d<0$，$f(2)-d>0$，$y=f(x)-d$ 的图象不间断，

∴$f(x)=d$ 在（1，2 ）内有唯一实根.

同理，在（一 2，一 1）内有唯一实根.

③当 $x\in(-1,1)$ 时，$f'(x)<0$，于是 $f(x)$ 是单调减函数.

又∵$f(-1)-d>0$，$f(1)-d<0$，$y=f(x)-d$ 的图象不间断，

∴$f(x)=d$ 在（一 1，1 ）内有唯一实根.

因此，当 $|d|=2$ 时，$f(x)=d$ 有两个不同的根 x_1，x_2，满足 $|x_1|=1$，$|x_2|=2$；当 $|d|<2$ 时，$f(x)=d$ 有三个不同的根 x_3，x_4，x_5，满足 $|x_i|<2$，$i=3，4，5$.

现考虑函数 $y=h(x)$ 的零点：

（ i ）当 $|c|=2$ 时，$f(t)=c$ 有两个根 t_1，t_2，满足 $|t_1|=1$，$|t_2|=2$．而 $f(x)=t_1$ 有三个不同的根，$f(x)=t_2$ 有两个不同的根，故 $y=h(x)$ 有 5 个零点.

（ i i ）当 $|c|<2$ 时，$f(t)=c$ 有三个不同的根 t_3，t_4，t_5，满足 $|t_i|<2$，$i=3，4，5$.

而 $f(x)=t_i$ 有三个不同的根，故 $y=h(x)$ 有 9 个零点.

综上所述，当 $|c|=2$ 时，函数 $y=h(x)$ 有 5 个零点；当 $|c|<2$ 时，函数 $y=h(x)$ 有 9 个零点.

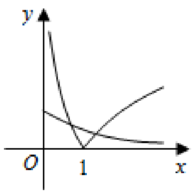
提升练习

1、【参考答案】B

【解析】

函数 f（x）=$2^x|\log_{0.5}x|-1$，令 f（x）=0，

在同一坐标系中作出 $y=(\dfrac{1}{2})^x$ 与 y=$|\log_{0.5}x|$，如图，



由图可得零点的个数为 2.

故选：B.

2、【参考答案】B

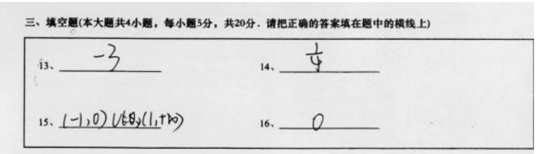
【解析】

函数的定义域是（0，+∞），$y=a^{|x|}-|\log_a x|=a^x-|\log_a x|$，令 y=0，则 $a^x=|\log_a x|$，在同一直角坐标系中做出函数 $y=a^x$ 和 $y=|\log_a x|$ 的图象可知，两个图象有 2 个交点，所以原函数的零点由 2 个，故选 B

第 3 题(试卷题号：13. 16)

【参考答案】13. -3 14. $\dfrac{1}{4}$ 15. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$ 16. -7

【我的答案】


三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分．请把正确的答案填在题中的横线上)

13、-3　　14、$\frac{1}{4}$

15、$(-1,0)\cup$[illegible]$(1,+\infty)$　　16、0

【解析】

13. 解：曲线 $y=(ax+1)e^x$，可得 $y'=ae^x+(ax+1)e^x$，

曲线 $y=(ax+1)e^x$ 在点（0，1）处的切线的斜率为 -2，

可得：$a+1=-2$，解得 $a=-3$.

故答案为：-3.

14.解：a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a-3b+6=0$，

可得：$3b=a+6$，

则 $2^a+\dfrac{1}{8^b}=2^a+\dfrac{1}{2^{a+6}}=2^a+\dfrac{1}{2^6\cdot 2^a}\geqslant 2\sqrt{2^a\cdot\dfrac{1}{2^6 2^a}}=\dfrac{1}{4}$，

当且仅当 $2^a=\dfrac{1}{2^{a+6}}$．即 $a=-3$ 时取等号.

函数的最小值为：$\dfrac{1}{4}$.

故答案为：$\dfrac{1}{4}$.

15.解：方法一：设 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，则 $g(x)$ 的导数为 $g'(x)=\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$，

∵当 $x>0$ 时总有 $xf'(x)-f(x)<0$ 成立，

即当 $x>0$ 时，$g'(x)$ 恒小于 0，

∴当 $x>0$ 时，函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 为减函数，

又∵定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$，

∴$g(-x)=g(x)$

∴函数 $g(x)$ 为定义域上的偶函数.

又∵$g(1)=0$，

∴函数 $g(x)$ 的图象性质类似如图：数形结合可得不等式 $f(x)>0\Leftrightarrow x\cdot g(x)>0$，可得不等式 $f(x)>0$ 的解集是 $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

故答案为 $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

方法二：（特殊值法）

由题意可得 $f(x)$ 的一个解析式为：$f(x)=-x^3+x$，

解 $f(x)>0$ 可得：$(-\infty,-1)\cup(0,1)$

16.解：∵$f(x)=\begin{cases}x^2+3, & x\in[0,1)\\ 3-x^2, & x\in[-1,0)\end{cases}$，且 $f(x+2)=f(x)$，

∴$f(x-2)-3=\begin{cases}x^2, & x\in[0,1)\\ -x^2, & x\in[-1,0)\end{cases}$；

又 $g(x)=\dfrac{3x+7}{x+2}$，

∴$g(x)=3+\dfrac{1}{x+2}$，

∴$g(x-2)-3=\dfrac{1}{x}$，

当 $x\neq 2k-1$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，

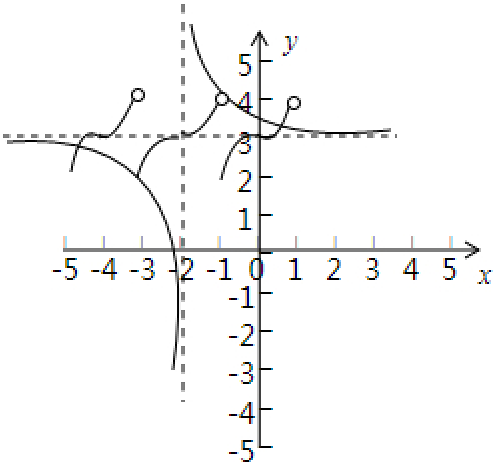
上述两个函数都是关于（-2，3）对称；

由图象可得：方程 $f(x)=g(x)$ 在区间$[-5,1]$上的实根有 3 个，

$x_1=-3$，x_2 满足 $-5<x_2<-4$，x_3 满足 $0<x_3<1$，$x_2+x_3=-4$；

∴方程 $f(x)=g(x)$ 在区间$[-5,1]$上的所有实根之和为 -7.

故答案为：-7.



提升练习

1、【参考答案】13. $(1,9)$. 14. -8 15. 8 16. $-\frac{7}{8}$

【解析】

13.

分析：

分类讨论，$a=0$ 时不满足，$a\neq 0$ 时由二次函数的性质得出结论.

详解：

$a=0$ 时，不等式为 $3x+1>0$，在 R 上不恒成立，

$a\neq 0$ 时，$\begin{cases} a>0 \\ \Delta=(3-a)^2-4a<0 \end{cases}$，解得 $1<a<9$.

故答案为：$(1,9)$.

点睛：

本题考查一元二次不等式恒成立问题，掌握二次函数的性质是解题关键，解题时需对最高次项系数分类讨论.

14.

分析：

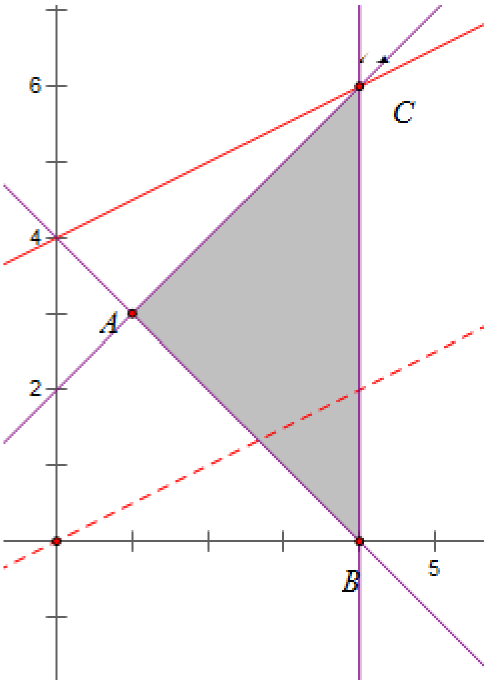
首先画出可行域，然后平移直线，判断目标函数的最小值.

详解：

如图，画出可行域，令 $z=0$，作出初始目标函数：$y=\frac{1}{2}x$，当 $y=0$ 时，$x=z$，即当直线的横截距最小时，$z=x-2y$ 取得最小值，由图象可知，当直线过点 C 时，目标函数取得最小值，

$\begin{cases} x-y+2=0 \\ x=4 \end{cases}$，解得 $x=4, y=6$，即 $C(4,6)$，

即 $z_{\min}=4-2\times 6=-8$



故答案为：-8

点睛：

本题考查线性规划，重点考查数形结合分析问题的能力，属于基础题型.

15.

分析：

利用基本不等式中 “1” 的用法，即可求出结果.

详解：

因为 $a>0, b>0, \frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$，

所以 $2a+b=(2a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)=$

$4+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\geq 4+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}=8$

当且仅当 $\begin{cases} \dfrac{b}{a}=\dfrac{4a}{b} \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=1 \end{cases}$ 时，即 $a=2,b=4$ 时取等号.

故答案为：8 .

点睛：

本题主要考查基本不等式的应用，属于基础题.

16.

分析：

利用 $\cos\left[2\left(\dfrac{\pi}{5}-\alpha\right)\right]=1-2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{5}-\alpha\right)$，求得 $\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}-2\alpha\right)$ 的值.再根据诱导公式求得 $\cos\left(2\alpha+\dfrac{3\pi}{5}\right)$ 的值.

详解：

依题意 $\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}-2\alpha\right)=\cos\left[2\left(\dfrac{\pi}{5}-\alpha\right)\right]=1-2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{5}-\alpha\right)=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$，而

$\cos\left(2\alpha+\dfrac{3\pi}{5}\right)=-\cos\left[\pi-\left(2\alpha+\dfrac{3\pi}{5}\right)\right]=-\cos\left[\dfrac{2\pi}{5}-2\alpha\right]=-\dfrac{7}{8}$.

点睛：

本小题主要考查三角函数二倍角公式，考查三角函数诱导公式，考查三角恒等变换，属于基础题.

2、**【参考答案】**（1）$\frac{7}{9}$（2）4（3）7（4）3

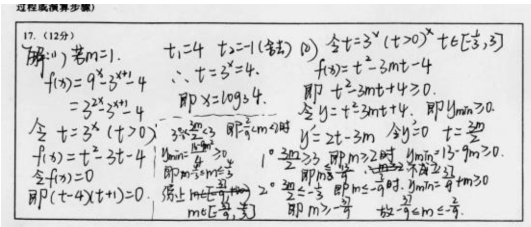
【解析】

略

第 4 题(试卷题号：17)

【参考答案】见解析.

【我的答案】


过程或演算步骤）

17.（12分）

解：(1) 若 $m=1$.

$f(x)=9^x-3^{x+1}-4$

$=3^{2x}-3^{x+1}-4$

令 $t=3^x\ (t>0)$

$f(x)=t^2-3t-4$

令 $f(x)=0$

即 $(t-4)(t+1)=0$.

$t_1=4$　$t_2=-1$（舍去）

$\therefore t=3^x=4$.

即 $x=\log_3 4$.

$\frac{1}{3}<\frac{3m}{2}<3$ 即 $\frac{2}{9}<m<2$ 时

$y_{min}=\frac{16-9m^2}{4}\geq 0$

即 $-\frac{4}{3}\leq m\leq\frac{4}{3}$

综上 $m\in[-\frac{37}{9},\frac{4}{3}]$

(2) 令 $t=3^x\ (t>0)$ $t\in[\frac{1}{3},3]$

$f(x)=t^2-3mt-4$

即 $t^2-3mt+4\geq 0$.

令 $y=t^2-3mt+4$. 即 $y_{min}\geq 0$.

$y'=2t-3m$　令 $y'=0$　$t=\frac{3m}{2}$

1° $\frac{3m}{2}\geq 3$ 即 $m\geq 2$ 时 $y_{min}=13-9m\geq 0$.

即 $m\leq\frac{13}{9}$ 不成立

2° $\frac{3m}{2}\leq\frac{1}{3}$ 即 $m\leq\frac{2}{9}$ 时. $y_{min}=\frac{37}{9}+m\geq 0$

即 $m\geq-\frac{37}{9}$　故 $-\frac{37}{9}\leq m\leq\frac{2}{9}$.

【解析】

17. 解：(1) $m=1$ 时，

$f(x)=9^x-3^{x+1}-4=(3^x)^2-3\cdot 3^x-4=0$，

可得 $(3^x-4)(3^x+1)=0$，

$\because 3^x>0$，$\therefore 3^x=4$，解得

$x=\log_3 4$　………………

……（6 分）

（2）令 $3^x=t$，$\because x\in[-1,1]$，$\therefore t\in[\dfrac{1}{3},3]$

由 $f(x)\geq -8$，可得 $t^2-3mt-4\geq -8$，

$3m\leq t+\dfrac{4}{t}$ 对 $t\in[\dfrac{1}{3},3]$ 恒成立，

因为 $t+\dfrac{4}{t}\geq 2\sqrt{4}=4$，当且仅当 $t=\dfrac{4}{t}$，即 $t=2$ 时，$t+\dfrac{4}{t}$ 的最小值为 4；

所以 $3m\leq 4$，即 $m\leq\dfrac{4}{3}$，因此实数 m 的取值范围为 $(-\infty,\dfrac{4}{3}]$　……………(12 分)

提升练习

1、**【参考答案】**$\frac{5}{2}$

【解析】

$y=\dfrac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}=\dfrac{x^2+4+1}{\sqrt{x^2+4}}=\sqrt{x^2+4}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$,

令 $t=\sqrt{x^2+4}\geq 2$，$y=t+\dfrac{1}{t}$ 在 $t\geq 2$ 时是单调递增的，

$\therefore y=t+\dfrac{1}{t}\geq 2+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$.

故函数的最小值是 $\dfrac{5}{2}$.

2、【参考答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

解：设$\sqrt{1-2x}$=t，

则 x=$\frac{1-t^2}{2}$，（t≥0），

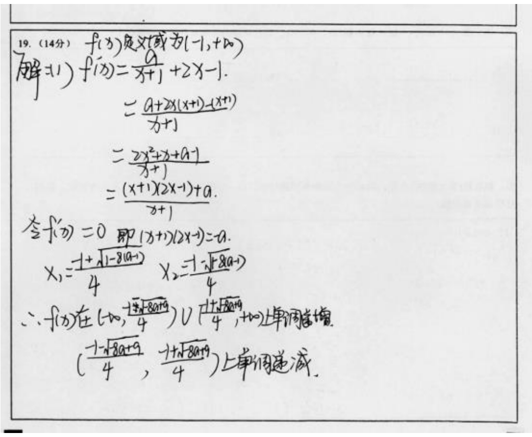
∴f（t）=$\frac{-t^2-2t+1}{2}=\frac{-(t+1)^2+2}{2}$，（t≥0），

∴f（t）$_{max}$=$\frac{1}{2}$.

第 5 题（试卷题号：19）

【参考答案】见解析.

【我的答案】


19.（14分）$f(x)$定义域为$(-1,+\infty)$

解：(1) $f'(x)=\frac{a}{x+1}+2x-1$.

$=\frac{a+2x(x+1)-(x+1)}{x+1}$

$=\frac{2x^2+x+a-1}{x+1}$

$=\frac{(x+1)(2x-1)+a}{x+1}$

令$f'(x)=0$ 即$(x+1)(2x-1)=-a$.

$x_1=\frac{-1+\sqrt{1-8(a-1)}}{4}$　$x_2=\frac{-1-\sqrt{1-8(a-1)}}{4}$

∴$f(x)$在$(-\infty,\frac{-1-\sqrt{-8a+9}}{4})\cup(\frac{-1+\sqrt{-8a+9}}{4},+\infty)$上单调递增.

$(\frac{-1-\sqrt{-8a+9}}{4},\frac{-1+\sqrt{-8a+9}}{4})$上单调递减.

【解析】

19. 解：（1）因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$，……………1 分

而

$$f'(x)=2x-1+\frac{a}{x+1}=\frac{2x^2+x+a-1}{x+1},$$

…………………2 分

设 $g(x)=2x^2+x+a-1$，令 $g(x)=0$，则 $\Delta=1-8(a-1)=9-8a$.

①当 $\Delta\le 0$，即 $a\ge\frac{9}{8}$ 时，$g(x)\ge 0$，即 $f'(x)\ge 0$，当且仅当 $a=\frac{9}{8}$ 时，$f'(x)=0$，

故 $f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增；……………………………………3 分

②当 $\Delta>0$ 时，即 $a<\frac{9}{8}$ 时，

若 $g(-1)\le 0$，即 $a\le 0$ 时，此时 $g(x)=0$ 的两根为 $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{9-8a}}{4}$，且 $x_1<x_2$，

则当 $x\in(-1,x_2)$ 时，$g(x)<0$，故 $f(x)$ 在 $(-1,x_2)$ 上单调递减，

当 $x\in(x_2,+\infty)$ 时，$g(x)>0$，故 $f(x)$ 在 $(-1,x_2)$ 上单调递增，……………5 分

若 $g(-1)>0$，即 $0<a<\frac{9}{8}$ 时，$f(x)$ 在 $(-1,x_1),(x_2,+\infty)$ 上单调递增，在 (x_1,x_2) 上单调递减.……6 分综上所述，当 $a\ge\frac{9}{8}$ 时，$f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增；

当 $0<a<\frac{9}{8}$ 时，$f(x)$ 在 $(-1,x_1),(x_2,+\infty)$ 上单调递增，在 (x_1,x_2) 上单调递减.

当 $a\le 0$ 时，$f(x)$ 在 $(-1,x_2)$ 上单调递减，在 $(-1,x_2)$ 上单调递增.　…………………………7 分

(2)证明：由（1）知，$f(x)$ 有两个极值点，则 $0<a<\frac{9}{8}$，

且由 $g(x)=2x^2+x+a-1=0$ 知对称轴为 $x=-\frac{1}{4}$，故有 $x_1\in(-1,-\frac{1}{4}),x_2\in(-\frac{1}{4},\frac{1}{2})$，

且满足$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{1}{2}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{a-1}{2}\end{cases}$，则

$\begin{cases}x_1=-\dfrac{1}{2}-x_2\\ a=-2x_2^2-x_2+1\end{cases}$，　………

……………………9 分

因此 $\dfrac{f(x_2)+2x_2}{\frac{1}{2}-x_1}=\dfrac{x_2^2-x_2+a\ln(x_2+1)+2x_2}{\frac{1}{2}-(-\frac{1}{2}-x_2)}$

$=\dfrac{x_2^2+x_2+(-2x_2^2-x_2+1)\cdot\ln(x_2+1)}{x_2+1}$

$=x_2-(2x_2-1)\ln(x_2+1)$

令

$t(x)=x-(2x-1)\ln(x+1)(-\dfrac{1}{4}<x<\dfrac{1}{2})$，

……………………………………10 分

则

$t'(x)=1-[2\ln(x+1)+\dfrac{2x-1}{x+1}]=-1+\dfrac{3}{x+1}-2\ln(x+1)$

，

令 $m(x)=t'(x)$，则 $m'(x)=-\dfrac{3}{(x+1)^2}-\dfrac{2}{x+1}<0$，

则 $t'(x)$ 在 $(-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2})$ 上为减函数，　……12 分

因此 $t'(x)>t'(\dfrac{1}{2})=1-2\ln\dfrac{3}{2}=1-\ln\dfrac{9}{4}=\ln\dfrac{4e}{9}>0$，

则 $t(x)$ 在 $(-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2})$ 上单调递增.　……13 分

所以有

$t(-\dfrac{1}{4})<t(x)<t(\dfrac{1}{2})\Rightarrow -\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{2}\ln\dfrac{3}{4}<t(x)<\dfrac{1}{2}$。即证.　…………………………14 分

提升练习

1、【参考答案】（1）$f(x)$在$(0,-\frac{1}{k})$单调递增，在$(-\frac{1}{k},+\infty)$单调递减（2）见解析

【解析】

（1）函数的定义域为$(0,+\infty)$, $f'(x)=\frac{1}{x}+k=\frac{kx+1}{x}$,（1 分）

当$k\geq 0$时，$f'(x)>0$, 故函数$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递增（2 分）

当$k<0$时，令$f'(x)=0$,解得$x=-\frac{1}{k}>0$

故函数$f(x)$在$(0，-\frac{1}{k})$单调递增，在$(-\frac{1}{k}，+\infty)$单调递减.（4 分）

（2）根据已知条件，$f(x)=lnx-x+2$，要证$g(x)>f(x)$，即证$e^x>ax\ln x$（5 分）

1°当$0<x\leq 1$时，$e^x>1$，$ax\ln x\leq 0$显然成立；（6 分）

2°当$x>1$时,$xlnx>0$,结合已知$0<a\leq\frac{e^2}{2}$可得，$0<ax\ln x\leq\frac{1}{2}e^2x\ln x$，

于是问题转化为$e^x>\frac{1}{2}e^2x\ln x$，即证$\frac{2e^{x-2}}{x}-\ln x>0$，（7 分）

令$h(x)=\frac{2e^{x-2}}{x}-\ln x(x>0)$, 则$h'(x)=\frac{2e^{x-2}(x-1)-x}{x^2}$,

令$\varphi(x)=2e^{x-2}(x-1)-x$，

则$\varphi'(x)=2xe^{x-2}-1$ 且在$(0,+\infty)$单调递增，

$\because \varphi'(1)=\frac{2}{e}-1<0,\varphi'(2)=3>0$

$\therefore$ 存在$x_0\in(1,2)$,使得$\varphi'(x_0)=0$,即$2x_0e^{x_0-2}=1$（9 分）

$\therefore \varphi(x)$在$(1,x_0)$单调递减，在$(x_0,+\infty)$单调递增，又$\varphi(1)=-1<0,\varphi(2)=0$，

故当$x\in(1,2)$时，$h'(x)<0,h(x)$单调递减，

当$x\in(2,+\infty)$时，$h'(x)>0,h(x)$单调递增，

$\therefore h(x)\geq h(2)=1-\ln 2>0$, 故 $h(x)>0$，即得证（12 分）

2、【参考答案】见解析

【解析】

(1) 由已知,有 $f'(x)=e^x(\cos x-\sin x)$

当 $x\in(2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{5\pi}{4})(k\in Z)$ 时,有 $\sin x>\cos x$,得 $f'(x)<0$, 则 $f(x)$ 单调递减

当$x\in(2k_\pi-\frac{3\pi}{4},2k_\pi+\frac{\pi}{4})(k\in Z)$ 时，有 $\sin x<\cos x$, 得 $f'(x)>0$, 则 $f(x)$ 单助递增.

所以，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(2k\pi-\frac{3\pi}{4},2k\pi+\frac{\pi}{4})(k\in Z)$

$f(x)$ 的单调递减区间为 $(2k\pi+\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{5\pi}{4})(k\in Z)$

(2)记$h(x)=f(x)+g(x)(\frac{\pi}{2}-x)$. 依题意及(1)有 $:g(x)=\mathrm{e}^{x}(\cos x-\sin x)$

从而 $g'(x)=-2\mathrm{e}^{x}\sin x$. 当 $x\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$ 时 $,g'(x)<0$

故 $h'(x)=f'(x)+g'(x)(\frac{\pi}{2}-x)+g(x)(-1)=g'(x)(\frac{\pi}{2}-x)<0$

因此 $,h(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，进而 $h(x)\geq h(\frac{\pi}{2})=f(\frac{\pi}{2})=0$

所以,当 $x\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$ 时 $,f(x)+g(x)(\frac{\pi}{2}-x)\geq 0$

(3)依题意,$u(x_n)=f(x_n)-1=0$, 即$\mathrm{e}^{x_n}\cos x_n=1$.

记$y_n=x_n-2n\pi$,则 $y_n\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$

且 $f(y_n)=\mathrm{e}^{y_n}\cos y_n=\mathrm{e}^{x_n-2nx}\cos(x_n-2n\pi)=\mathrm{e}^{-2nx}(n\in N)$

由 $f(y_n)=\mathrm{e}^{-2nx}\leq 1=f(y_0)$ 及(1)得 $y_n\geq y_0$

由（2）知，当$x\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$ 时 $,g'(x)<0$，所以$g(x)$ 在 $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$上为减函数

因此 $g(y_n)\leq g(y_0)<g(\frac{\pi}{4})=0$

又由(2) 知 $f(y_n)+g(y_n)(\frac{\pi}{2}-y_n)\geq 0$, 故$\frac{\pi}{2}-y_n\leq -\frac{f(y_n)}{g(y_n)}=-\frac{\mathrm{e}^{-2n\pi}}{g(y_n)}\leq-\frac{\mathrm{e}^{-2n\pi}}{g(y_0)}=\frac{\mathrm{e}^{-2n\pi}}{\mathrm{e}^{y_0}(\sin y_0-\cos y_0)}<\frac{\mathrm{e}^{-2\pi x}}{\sin x_0-\cos x_0}$

所以 $2n\pi+\frac{\pi}{2}-x_n<\frac{\mathrm{e}^{-2nx}}{\sin x_0-\cos x_0}$