有限元求解步骤

1. 确定控制方程

比如：

$$EA\frac{du}{dx} = F$$

$$\frac{dy}{dx} = x^3e^x$$

再比如：

$$\nabla \cdot \sigma + \vec{f} = 0$$

Euler 方程也是一种控制方程。总体而言，可以写成这样的形式：

$$Au = f$$

2. 确定求解域 Ω 和边界 $\partial\Omega$

比如一维问题：求解域是区间，边界是点；

二位问题：求解域是二位面积，边界是曲线。

3. 将求解域离散为含节点的小单元

一维：小区间

二维：triangulation mesh, rectangle mesh

4. 根据节点值进行单元内部插值

interpolation：

$$u(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{N} \phi_j(\vec{x}) u_j$$

5. 在每个小单元上对插值型函数 $\phi_j(\vec{x})$ 进行伽辽金法处理

得到局部刚度关系

6. 组装总体刚度矩阵

得到：

$$Ku = b$$

的形式

7. 镶入边界条件

将 K 切片，b 也切片为 K_m 和 b_m，再求逆：

$$u_m = K_m^{-1} b_m$$

8. 得到最终解

最终解是一系列分布在 Ω 中的离散的点，如果需要得到任意 $\vec{x}$ 位置处的 $u(\vec{x})$ 值，需要先寻找 $\vec{x}$ 所在小单元，再根据这个小单元所拥有的节点值来插值得到。

problem 3：

---

1. 控制方程

梁：

$$w' = \theta$$

$$F = M'$$

$$q = F'$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}$$

governing equation:

$$EJ\frac{d^4w}{dx^4} = q$$

2. 求解域

$0 \sim 0.24m$，并且左侧固支，右侧铰支。

3. 离散

4. 插值

$$\begin{pmatrix} \frac{12}{h^3} & \frac{6}{h^2} & -\frac{12}{h^3} & \frac{6}{h^2} \\ \frac{6}{h^2} & \frac{4}{h} & -\frac{6}{h^2} & \frac{2}{h} \\ -\frac{12}{h^3} & -\frac{6}{h^2} & \frac{12}{h^3} & -\frac{6}{h^2} \\ \frac{6}{h^2} & \frac{2}{h} & -\frac{6}{h^2} & \frac{4}{h} \end{pmatrix}$$

```
for k in range(N-1):
    if k < (N-1)/2:
        K[2*k:2*k+4, 2*k:2*k+4] += Es * J1 * kpart
        pass
    pass
```