

一维激波管问题

计算流体力学 Project2:part 1

Professor 陈维建

BX2201913 包晨宇

2023 年 1 月 8 日

目录

1	作业要求及实现方式	1
1.1	作业要求	1
1.2	作业实现方式	1
2	数值实验原理	2
2.1	一维欧拉方程	2
2.2	离散格式	2
3	数值解可视化	3
3.1	FVS	3
3.2	Minmod	4

1 作业要求及实现方式

1.1 作业要求

实现一维激波管问题的求解。

1.2 作业实现方式

使用 `julia` 程序语言编写程序，用 `Plots` 库进行可视化。

2 数值实验原理

2.1 一维欧拉方程

一维欧拉方程为：

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u \left(E + \frac{p}{\rho} \right) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.1)$$

其中有：

$$\begin{cases} p = (\gamma - 1)\rho e \\ c^2 = \gamma \frac{p}{\rho} \\ E = e + \frac{1}{2}u^2 \\ H = e + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 \end{cases} \quad (2.2)$$

并且理想气体状态方程为：

$$p = \rho RT \quad c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (2.3)$$

2.2 离散格式

记 U 如下：

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

而 $f(U)$ 如下：

$$f(U) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u \left(E + \frac{p}{\rho} \right) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

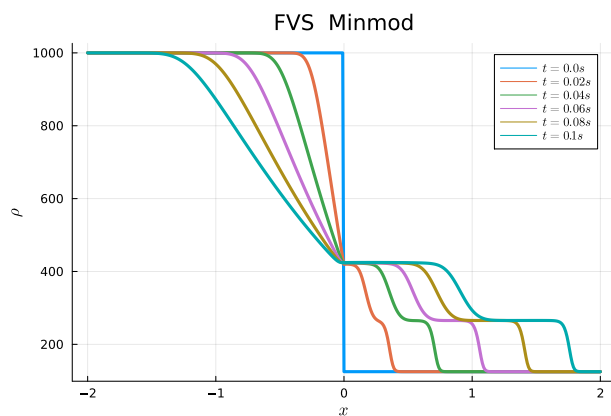
于是原式可以写成：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial f(U)}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

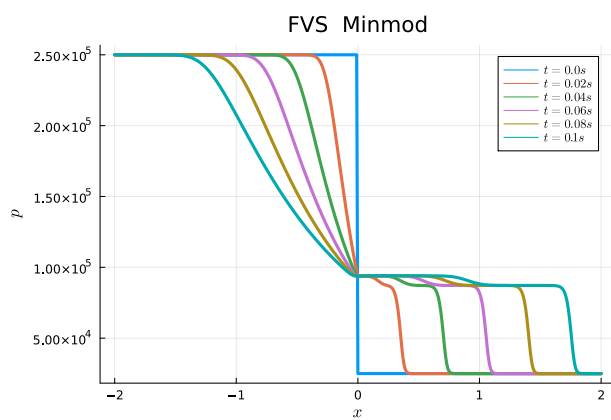
因此剩下的离散方式以及 Limiter 设置与 project 1 part 3 一致。

3 数值解可视化

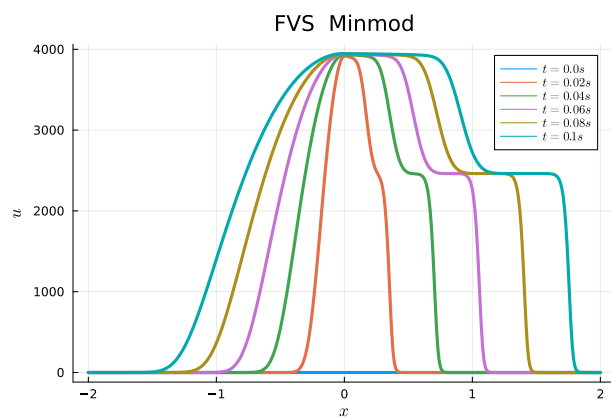
3.1 FVS



(a) ρ



(b) p



(c) u

图 3.1: 离散方法: FVS

3.2 Minmod

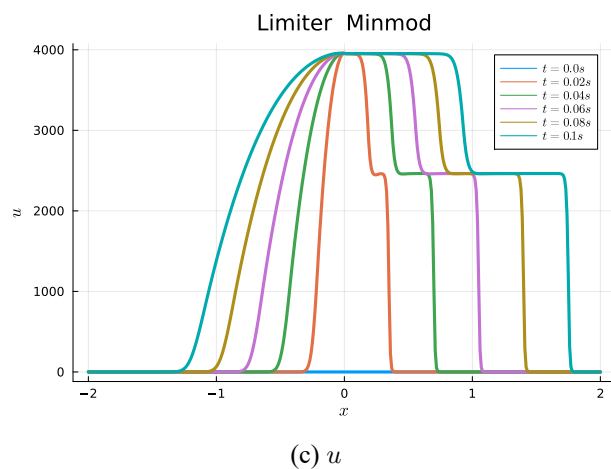
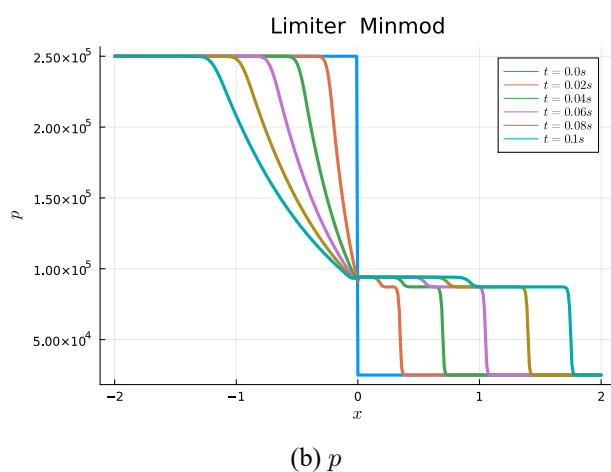
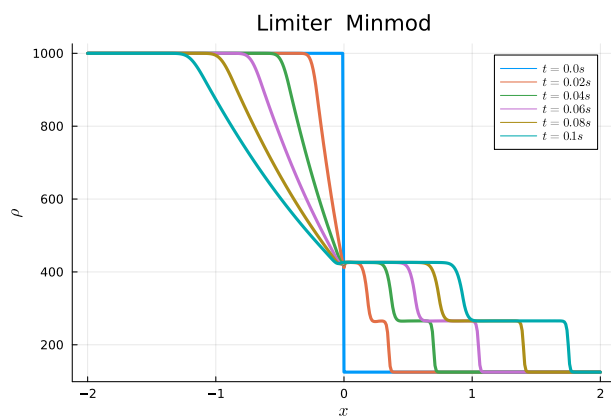


图 3.2: 离散方法: Minmod

3.3 MUSCL

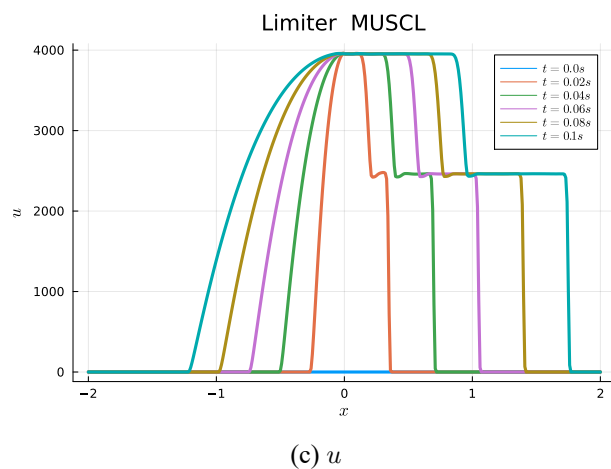
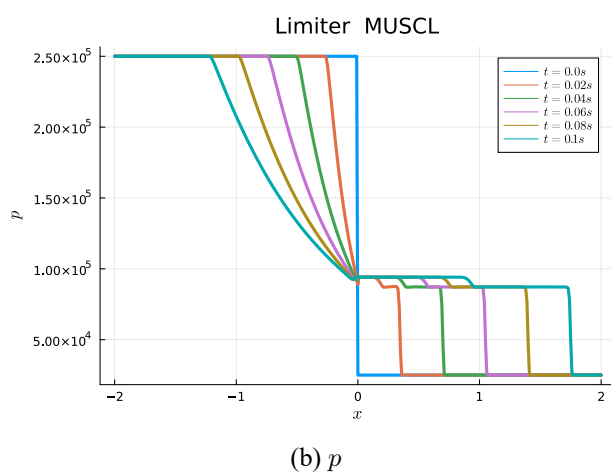
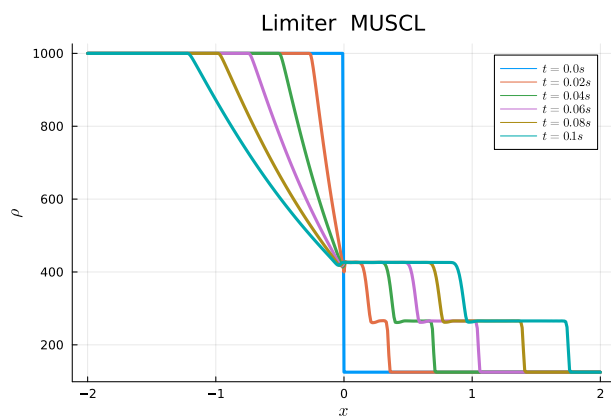


图 3.3: 离散方法: MUSCL

3.4 Superbee

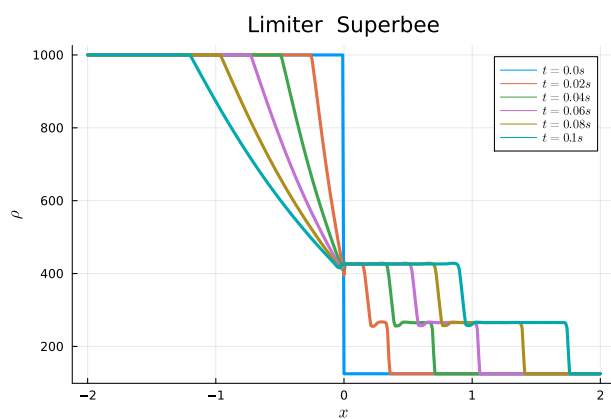
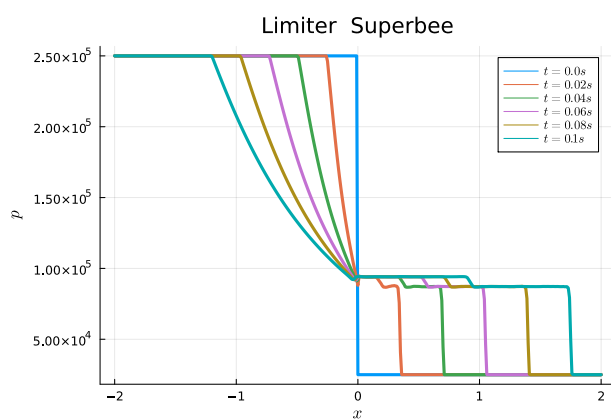
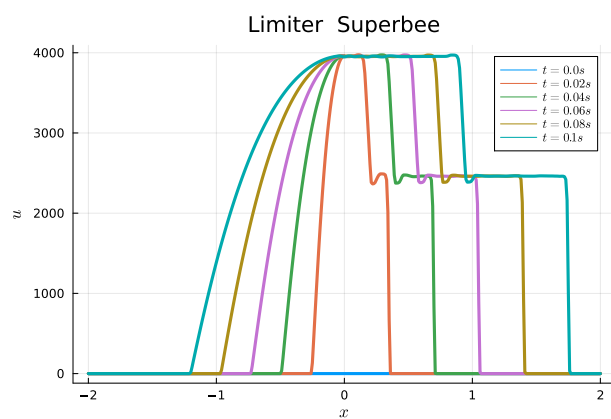
(a) ρ (b) p (c) u

图 3.4: 离散方法: Superbee

3.5 Sweby

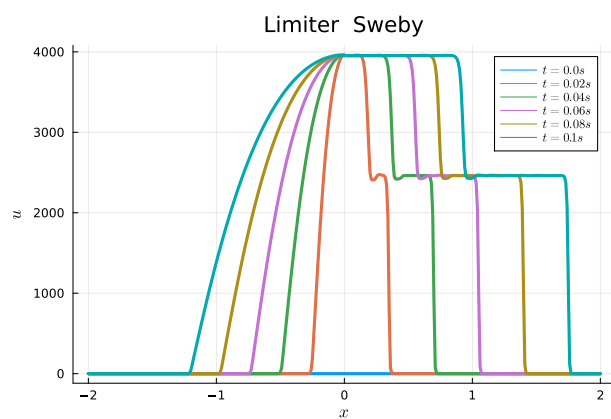
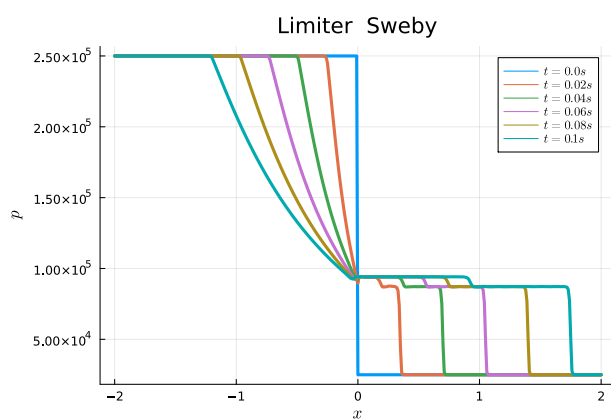
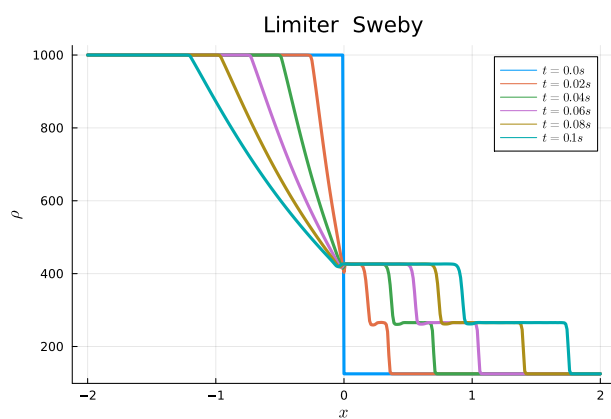


图 3.5: 离散方法: Sweby

3.6 VanLeer

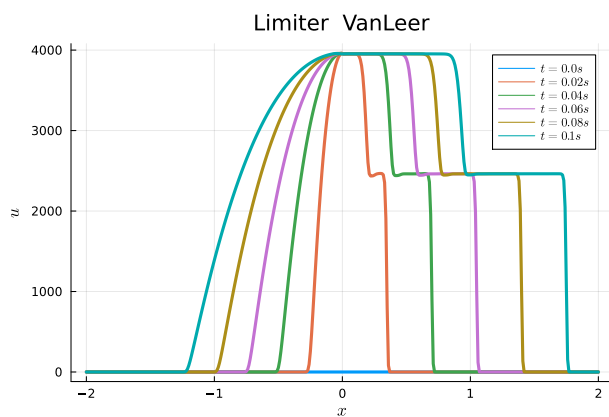
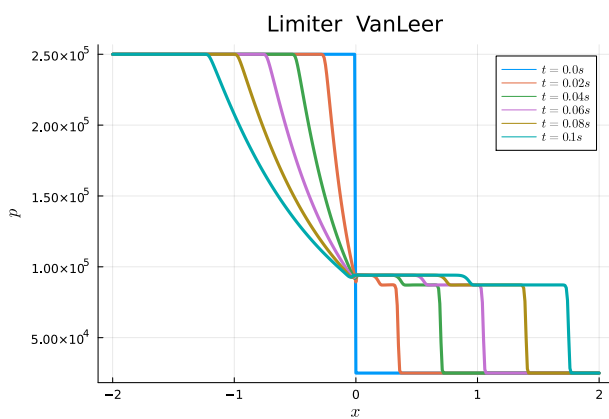
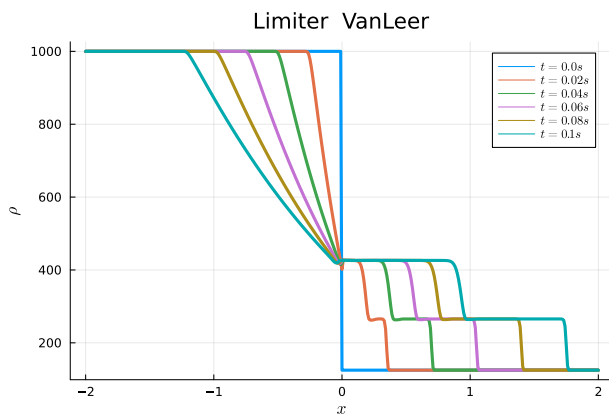


图 3.6: 离散方法: VanLeer