B

UNIVERSITEIT GENT
FEA: OPLEIDING INDUSTRIEEL INGENIEUR (EERSTE BACHELOR/ SCHAKELPROGRAMMA)

Wiskunde I oefeningen 2020-2021: **Test/ Reeks B**

Naam: **NR:**

Schrijf net en duidelijk. Geen ZRM of GSM. Verklaar, indien niet gespecifieerd 'enkel antwoord', steeds de tussenstappen. **Oplossing zonder uitleg telt niet**.

Vraagnummer	1	2	3	4	5	Totaal
Maximum	6	1	5	4.5	3.5	20
Behaalde score						

1. Bepaal $\|\vec{u}+\sqrt{3}\vec{v}\|$ als je weet dat $\frac{1}{6}\pi$ de hoek tussen de vectoren $\vec{u}$ en $\vec{v}$ is, $\|\vec{u}\| = 3\|\vec{v}\|$ en de oppervlakte van de parallellogram opgespannen door de vectoren $(2\vec{u}-\vec{v})$ en $(\vec{u}+\vec{v})$ gelijk aan 9 is.

* Opp ▱ opgespannen door $(2\vec{u}-\vec{v})$ en $(\vec{u}+\vec{v})$

$= \|(2\vec{u}-\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})\| = 9$

$\Rightarrow \|\underbrace{\cancel{2\vec{u}\times\vec{u}}}_{=\vec{0}} + 2\vec{u}\times\vec{v} - \underbrace{\vec{v}\times\vec{u}}_{=-\vec{u}\times\vec{v}} - \underbrace{\cancel{\vec{v}\times\vec{v}}}_{=\vec{0}}\| = 9$

$\Rightarrow \|\cancel{3}\vec{u}\times\vec{v}\| = \cancel{9}\ 3$

$\Rightarrow \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.|\sin(\pi/6)| = 3 \Rightarrow \cancel{3}\|\vec{v}\|^2.\frac{1}{2} = \cancel{3}\ 1$

$\Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{2}$ en $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$

* $\|\vec{u}+\sqrt{3}\vec{v}\|^2 = (\vec{u}+\sqrt{3}\vec{v}).(\vec{u}+\sqrt{3}\vec{v})$

$= \vec{u}^2 + 2\sqrt{3}\,\vec{u}.\vec{v} + 3\vec{v}^2$

$= \|\vec{u}\|^2 + 2\sqrt{3}\,\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|\cos(\pi/6) + 3\|\vec{v}\|^2$

$= 18 + \cancel{2}\sqrt{3}.\,3\sqrt{2}.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 6$

$= 24 + 18$

$= 42$ $(42 = 2.21)$

* $\|\vec{u}+\sqrt{3}\vec{v}\| = \sqrt{42}$

B

2. Bij deze vraag **ENKEL het antwoord** op de stippellijn invullen.
Wat stelt volgende vergelijking in de **ruimte** voor (zo specifiek mogelijk):
$x^2 + 4x = z^2 - 6z$

in ruimte:

hyperbolische cilinder.........

$x^2+4x+4-(z^2-6z+9)=0+4-9$

$(x+2)^2-(z-3)^2=-5$

$\boxed{\frac{(z-3)^2}{5}-\frac{(x+2)^2}{5}=1} \rightarrow$ in XZ-vlak: hyperbool

3. Bepaal alle oplossingen over $\mathbb{C}$ van $z^4 + j|7 + j\sqrt{15}|z = 0$ in cartesische vorm en schets deze in het complexe vlak.

$* \ |7+j\sqrt{15}| = \sqrt{49+15} = \sqrt{64} = 8$

$\Rightarrow z^4 + 8jz = 0 \quad z_1 = 0$

$\Rightarrow z(z^3+8j) = 0$

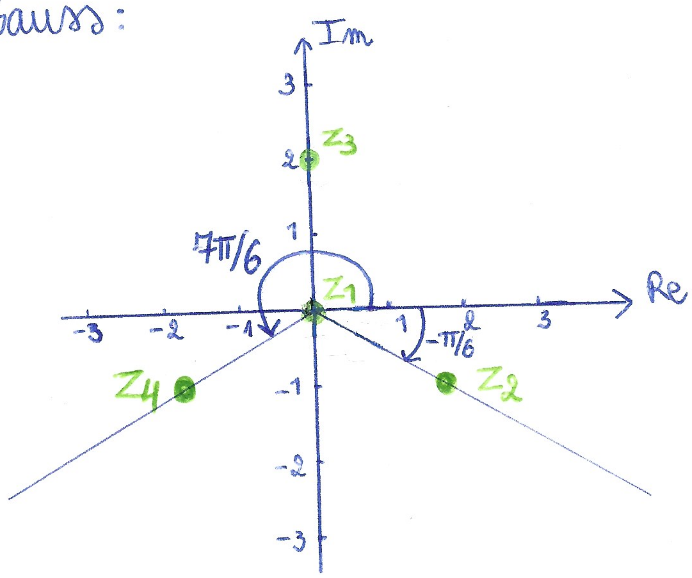
$* \ z^3 = -8j = 8e^{j(-\pi/2)}$

$\Downarrow$

$\omega_k = 8^{1/3} e^{j\frac{1}{3}(-\frac{\pi}{2}+2k\pi)}$ met $k = \{0,1,2\}$

- $\underline{k=0}$: $z_2 = 2e^{j(-\pi/6)} = 2\underbrace{\cos(-\pi/6)}_{=\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2} + 2\underbrace{\sin(-\pi/6)}_{=-\sin(\pi/6) = -1/2}j \Rightarrow z_2 = \sqrt{3} - j$
- $\underline{k=1}$: $z_3 = 2e^{j(3\pi/6)} = 2e^{j(\pi/2)} \Rightarrow z_3 = 2j$
- $\underline{k=2}$: $z_4 = 2e^{j(7\pi/6)} = 2\underbrace{\cos(7\pi/6)}_{=-\cos(\pi/6) = -\sqrt{3}/2} + 2\underbrace{\sin(7\pi/6)}_{=-\sin(\pi/6) = -1/2}j \Rightarrow z_4 = -\sqrt{3} - j$

$*$ vlak van Gauss:



B

$* \; 1 = \log_4 4 \Leftrightarrow 4^1 = 4$

4. Los op in $\mathbb{R}$: $\log_4(x+2) - 1 = \log_{\frac{1}{4}}(x-1)$

$x+2>0 \Rightarrow x>-2$
$x-1>0 \Rightarrow x>1$
$\Rightarrow \boxed{x>1}$ voorwaarde (*)

$* \; \log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$

$\log_{1/4}(x-1) = \underbrace{\log_{1/4} 4}_{=-1} \cdot \log_4(x-1) = -\log_4(x-1)$

$\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4\right]$

$\Rightarrow \log_4(x+2) + \log_4(x-1) = \log_4 4$

$4^{\log_4([x+2].[x-1])} = 4^{\log_4 4} \Rightarrow x^2+x-2=4 \Rightarrow x^2+x-6=0$

$\Delta = 1+24$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$

$\boxed{x_1 = 2}$

(*) $\cancel{x_2 = -3}$

5. (i) Onderzoek het domein van $y = \ln(x^4 - 3x^2 - 4)$

(ii) Bepaal het beeld van $y = 5\mathrm{Bgcos}\,(-x^2) - \frac{\pi}{2}$

(i) $x^4 - 3x^2 - 4 > 0 \xrightarrow{t = x^2} t^2 - 3t - 4 > 0 \xrightarrow[t_1=4,\, t_2=-1]{S=3,\, P=-4} (t-4)(t+1) > 0$

$\Rightarrow t \in \,]-\infty, -1[\, \cup \,]4, +\infty[$

$x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \in \,]4, +\infty[\, \Rightarrow x \in \,]-\infty, -2[\, \cup \,]2, +\infty[$

(ii) $* \; x^2 \geq 0$
$* \; -x^2 \in [-1, 1]$
$\Rightarrow -x^2 \in [-1, 0] \Rightarrow \mathrm{Bgcos}(-x^2) \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

$\Rightarrow 5\,\mathrm{Bgcos}(-x^2) - \frac{\pi}{2} \in \left[\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{2}, 5\pi - \frac{\pi}{2}\right]$ $\quad \frac{10\pi - \pi}{2}$

$\boxed{y \in \left[2\pi, \frac{9\pi}{2}\right]}$