

1b) Bepaal de orthogonale krommenbundel van $y = Ce^{-2x}$

(1) DVG vld gegeven krommenbundel $y = Ce^{-2x}$

$$\begin{cases} y = Ce^{-2x} \\ y' = -2Ce^{-2x} \end{cases} \Rightarrow \text{DVG: } y' = -2y \quad (*)$$

(2) DVG vld orthogonale krommenbundel

vervang y' in (*) door $-1/y'$: $-\frac{1}{y'} = -2y$

\Downarrow

$$\text{DVG: } 2y \cdot y' = 1 \quad (**)$$

(3) vgl vld orthogonale krommenbundel:

$$(**) \xRightarrow{y' = dy/dx} \int 2y \, dy = \int dx \Rightarrow \boxed{y^2 = x + C}$$

(scheiden vld veranderlijken)

- 3) Als de aangroei van een bevolking evenredig is met die bevolking en als de bevolking verdubbelt na 50 jaar, hoelang duurt het voordat de bevolking verdrievoudigd is?

* $\frac{dN}{dt} = C_1 N$ met: * dN/dt = aangroei van bevolking
* N = bevolking
* t = tijd (in jaar)

↓
scheiden v.d. veranderlijken:

$$\int \frac{dN}{N} = \int C_1 dt \Rightarrow \boxed{\ln|N| = C_1 t + C_2} \quad (*)$$

* $t = 0 \text{ jaar} \Rightarrow N = N_0$
↓ substitutie in (*)

$$\ln|N_0| = C_2$$

↓ substitutie in (*)

$$\ln|N| = C_1 t + \ln|N_0| \Rightarrow C_1 t = \ln|N| - \ln|N_0| \Rightarrow \boxed{C_1 t = \ln\left|\frac{N}{N_0}\right|} \quad (**)$$

* $t = 50 \text{ jaar} \Rightarrow N = 2N_0$
↓ substitutie in (**)

$$50C_1 = \ln 2$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{\ln 2}{50}$$

↓ substitutie in (**)

$$\boxed{t = \frac{50}{\ln 2} \ln\left|\frac{N}{N_0}\right|} \quad (***)$$

* substitutie van $N = 3N_0$ in (***):

$$t = \frac{50}{\ln 2} \ln 3$$

↓

$$\boxed{t = 50 \frac{\ln 3}{\ln 2} \text{ jaar}}$$

(rekenmachine: $t \approx 79,25 \text{ jaar}$)

⇒ Het duurt $50 \frac{\ln 3}{\ln 2}$ jaar voordat de bevolking verdrievoudigd is.