EXAMEN STATISTIEK EN WISKUNDIGE DATA-ANALYSE (1^{ste} zit '19-'20, reeks B)
Opleiding industrieel ingenieur
T. Van Hecke

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR

Nr.:

Naam : **Richting:** /20

Schrijf netjes. Vul in op de opengelaten plaatsen.
Eenvoudig rekenmachine toegelaten. Geen gsm, smartphone, ...
Geef uitleg bij de open vragen. Veel succes!

UNIVERSITEIT GENT

1. In een bepaalde stad is het aantal ongevallen per dag Poisson-verdeeld. De kans dat er op een dag 4 ongevallen gebeuren is even groot als de kans dat er op een dag 3 ongevallen gebeuren. In februari 2020 (schrikkeljaar) werd elke dag het aantal ongevallen geteld. Benader de kans dat er in deze maand minstens 13 dagen waren met meer dan 4 ongevallen. /4

x = # ongevallen per dag; x is Poisson verdeeld met gemiddelde λ;

$\lambda = ?$ Maar $P(x=4) = P(x=3) \iff e^{-\lambda}\frac{\lambda^4}{4!} = e^{-\lambda}\frac{\lambda^3}{3!} \iff \lambda = 4$

$\Rightarrow f(i) = P(x=i) = e^{-4}\frac{4^i}{i!}$

i = # dagen met meer dan 4 ongevallen; i: Bin$(29, p)$ met $p = P(x>4)$

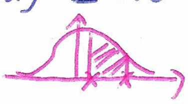
$P(x>4) = 1 - P(x \leq 4) = 1 - e^{-4}\sum_{i=0}^{4}\frac{4^i}{i!} = 1 - e^{-4}\left(1+4+\frac{4^2}{2}+\frac{4^3}{6}+\frac{4^4}{24}\right) = 0.3712$

i is Bin$(29, 0.3712)$ met $np = \overbrace{29(0.3712)}^{10.76} > 5$ en $n(1-p) = \overbrace{29(1-0.3712)}^{18.24} > 5$

i is goed benaderd door y: $N(np, \sqrt{np(1-p)}) = N(10.76, 2.6)$

$P(13 \leq i \leq 29) \approx P(12.5 \leq y \leq 29.5) = P\left(\frac{12.5-10.76}{2.6} \leq \overbrace{\frac{y-10.76}{2.6}}^{z \text{ is } N(0,1)} \leq \frac{29.5-10.76}{2.6}\right)$

$= P(0.67 \leq z \leq 7.21) = 0.5 - 0.2486 = 0.2514$



OF

$P(i \geq 13) \approx P(y \geq 12.5) = P\left(\frac{y-10.76}{2.6} \geq \frac{12.5-10.76}{2.6}\right) = P(z \geq 0.67) = 0.5 - 0.2486$

$= 0.2514$

2. Bepaal de variantie van de continue variabele x met $\begin{cases} \frac{1}{8}x^3, & \text{als } x \in [0, 2] \\ 0, & \text{als } x < 0 \\ 1, & \text{als } x > 2 \end{cases}$ als cumulatieve distributiefunctie. /3

$$f(x) = \frac{dF}{dx} = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2 & \text{als } x \in [0,1] \\ 0 & \text{elders} \end{cases}$$

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2 = \int_0^2 x^2 \cdot \frac{3}{8}x^2 dx - \left[\int_0^2 x \frac{3}{8}x^2 dx\right]^2 = \int_0^2 \frac{3}{8}x^4 dx - \left[\int_0^2 \frac{3}{8}x^3 dx\right]^2$$

$$= \frac{3}{8}\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^2 - \left(\frac{3}{8}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2\right)^2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{32}{5} - \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{6}{4}\right)^2 = \frac{12}{5} - \frac{9}{4} = \frac{3}{20}$$

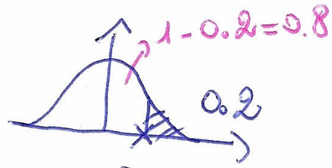
3. Gegeven de onafhankelijke veranderlijken $x : N(2, \sqrt{2})$, $y : N(4, \sqrt{7})$ en $z : \chi^2(9\,\text{d.f.})$. Bepaal α zodat $P(3\,x - y - 2 > \alpha\sqrt{z}) = 0.2$. /3

$$3x - y - 2 \text{ is } N\left(3 \cdot 2 - 4 - 2, \sqrt{(3)^2 \cdot 2 + (\sqrt{7})^2}\right) = N(0, 5)$$

$$\Rightarrow \frac{3x-y-2}{5} \text{ is } N(0,1) \text{ en } \frac{\frac{3x-y-2}{5}}{\sqrt{\frac{z}{9}}} = \frac{3}{5}\,\frac{3x-y-2}{\sqrt{z}} \text{ is } t(9\,df)$$

$$P(3x - y - 2 > \alpha\sqrt{z}) = 0.2 \iff P\left(\frac{3x-y-2}{\sqrt{z}}\right) = 0.2$$

$$\iff P\Big(\underbrace{\frac{3}{5}\,\frac{3x-y-2}{\sqrt{z}}}_{t(9\,df)} > \alpha\frac{3}{5}\Big) = 0.2$$



$$\frac{3}{5}\alpha = t_{0.8}(9\,df)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{3}{5}\alpha = 0.883 \iff \alpha = 1.472$$