

SiSy: Wiskunde - zittijd 1 – Reeks B

/4

- 1) Bepaal het convergentiegebied van de functiereeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{(3n^2+n+1)2^n}$
Wees volledig!

/4

2) Gegeven: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Bereken indien mogelijk en vereenvoudig het resultaat. Leg kort uit indien niet mogelijk.

a) $\Delta(e^{r^2})$

b) $\operatorname{div}(\sin(r))$

/4

- 3) Bepaal a zodat het vectorveld $\vec{F} = \{ e^{xy}(a + xy), x^2 e^{xy} \}$ conservatief is. Bereken daarna de arbeid geleverd door \vec{F} bij een verplaatsing van $p(-1,0)$ naar $q(0,-2)$.

- 4) Gegeven de functie $f(x)$ over $\left[\frac{\pi}{2}, 3\pi\right]$, gedefinieerd door $f(x) = \begin{cases} \cos(2x) & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \\ x - \pi & \pi < x \leq 3\pi \end{cases}$

a) **Defineer** de uitbreiding $f_{\text{uitbr}}(x)$ van $f(x)$, over $[-3\pi, 3\pi]$ zodat deze uitbreiding aanleiding heeft tot een fourier-**sinus** reeks.

b) Stel de meest eenvoudige integralen op om de coëfficiënten a_0 , a_k en b_k te berekenen van $\sum f_{\text{uitbr}}(x)$ (Enkel opstellen, niet berekenen)

/3

5) Bepaal een benadering, op 0,0001 nauwkeurig, van $\int_0^{\frac{1}{10}} e^{-x^2} dx$

FORMULARIUM

Mc-Laurinreeksen van enkele functies met hun convergentieinterval

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \quad] - \infty, +\infty[$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad] - \infty, +\infty[$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad] - \infty, +\infty[$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad] -1, 1]$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots + (-1)^n x^n + \dots \quad] -1, 1[$$

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{m^{(n)}}{n!} x^n + \dots \quad \begin{array}{l} m > 0 : \quad [-1, 1] \\ -1 < m < 0 : \quad] -1, 1] \end{array}$$

$$m^{(n)} = m(m-1)(m-2) \cdots (m-n+1), \quad m \in \mathbf{Q} \quad m \leq -1 : \quad] -1, 1[$$

Fourierreeksen en coëfficiënten

$$\sum(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k\pi x}{L} + b_k \sin \frac{k\pi x}{L} \right)$$
$$a_k = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) \cos \frac{k\pi x}{L} dx \quad \text{en} \quad b_k = \frac{1}{L} \int_a^b f(x) \sin \frac{k\pi x}{L} dx$$