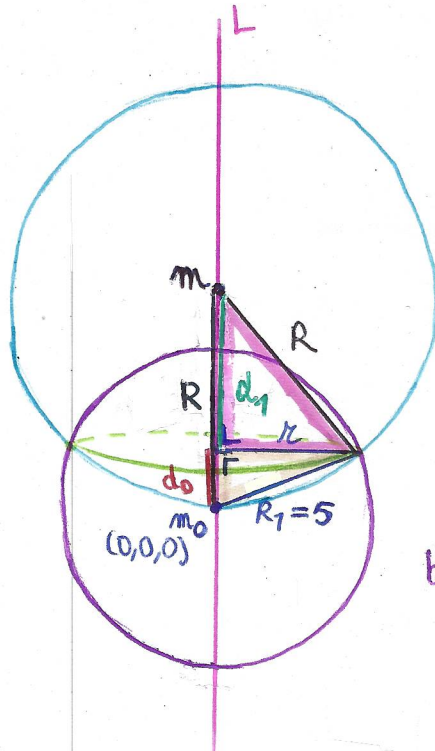


- (23) Stel de vergelijking op van de bol die door de conusprong gaat
 alsook door $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}$.



$\alpha: 2x - y + z - 6 = 0$
 $\rightarrow \vec{n}_\alpha = (2, -1, 1)$

Gevraagd: vergelijking van boloppervlak die door de conusprong $m_0(0,0,0)$ gaat en door de cirkel.
 \rightarrow bol heeft middelpunt m en straal R . ! bepalen: m en R^2

cirkel: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 2x - y + z - 6 = 0 \end{cases}$
 \rightarrow heeft straal r

boloppervlak: $x^2 + y^2 + z^2 = 25$
 heeft middelpunt $m_0(0,0,0)$ en straal $R_1 = 5$.

STAP 1: De vergelijking van rechte L bepalen, zodat $m_0 \in L$ en $L \perp \alpha$
 $L: \begin{cases} x = 2k \\ y = -k \\ z = k \end{cases}$! $m \in L: m(2k, -k, k)$ $m_0(0,0,0)$ $(\vec{v}_L \parallel \vec{n}_\alpha)$

STAP 2: De straal r van de cirkel bepalen

STAP 2a: $d_0 = d(m_0, \alpha) = \frac{|-6|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Rightarrow d_0 = \sqrt{6}$

STAP 2b: Stelling van Pythagoras toepassen in \triangle :

$r = \sqrt{R_1^2 - d_0^2} = \sqrt{25 - 6} = \sqrt{19} \Rightarrow r = \sqrt{19}$

STAP 3: De waarde van k bepalen voor het middelpunt $m(2k, -k, k)$

STAP 3a: $d_1 = d(m, \alpha) = \frac{|4k + k + k - 6|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{16k - 6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \cdot |k - 1|$

$\Rightarrow d_1^2 = 6 \cdot [(k-1)]^2 = 6(k^2 - 2k + 1) = 6k^2 - 12k + 6$

STAP 3b: Stelling van Pythagoras toepassen in \triangle :

$R = \sqrt{r^2 + d_1^2} = \sqrt{19 + (6k^2 - 12k + 6)} \Rightarrow R^2 = 6k^2 - 12k + 25$

STAP 3c: $R = d(m, m_0) = \sqrt{4k^2 + k^2 + k^2} = \sqrt{6k^2} \Rightarrow R^2 = 6k^2$

\Rightarrow STAP 3d: uit STAP 3b en STAP 3c: $R^2 = 6k^2 - 12k + 25 = 6k^2$

$\Rightarrow -12k + 25 = 0 \Rightarrow k = \frac{25}{12} \Rightarrow m(\frac{25}{6}, -\frac{25}{12}, \frac{25}{12})$ en $R^2 = 6 \cdot \frac{25^2}{12^2}$

STAP 4: De vergelijking van de blauwe bol

$(x - \frac{25}{6})^2 + (y + \frac{25}{12})^2 + (z - \frac{25}{12})^2 = 6 \cdot \frac{25^2}{12^2}$

$x^2 - 2 \cdot \frac{25}{6}x + \frac{25^2}{6^2} + y^2 + 2 \cdot \frac{25}{12}y + \frac{25^2}{12^2} + z^2 - 2 \cdot \frac{25}{12}z + \frac{25^2}{12^2} = 6 \cdot \frac{25^2}{12^2}$

\Rightarrow bol: $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{25}{3}x + \frac{25}{6}y - \frac{25}{6}z = 0$