

Шпаргалка.

1. Уравнение Эйлера-Пуассона

$$F_y - \frac{d}{dt}F_{y'} + \frac{d^2}{dt^2}F_{y''} + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dt^n}F_{y^{(n)}} = 0$$

2. Для автономной системы $v[y] = \int_a^b F(y, y') dt \rightarrow extr$ уравнение Эйлера приводится к виду $y'F_{y'} - F_y = const$

3. Условие трансверсальности

$$[F - y'F_{y'}]_{t=T} \cdot \Delta T + [F_{y'}]_{t=T} \cdot \Delta y_T = 0$$

4. Условие трансверсальности для задачи Больца

$$\begin{cases} F_{y'}|_{t_0} = G_{y(t_0)} \\ F_{y'}|_{t_1} = -G_{y(t_1)} \end{cases}$$

5. Решение линейных дифференциальных уравнений

(a) Общее решение однородного уравнения $y^{(n)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = 0$

- i. Вещественный корень λ кратности k : $e^{\lambda t}, te^{\lambda t}, t^2e^{\lambda t}, \dots, t^{k-1}e^{\lambda t}$
- ii. Пара комплексных корней $\lambda = a \pm bi$ кратности k :
 $e^{at} \cos(bt), te^{at} \cos(bt), t^2e^{at} \cos(bt), \dots, t^{k-1}e^{at} \cos(bt)$
 $e^{at} \sin(bt), te^{at} \sin(bt), t^2e^{at} \sin(bt), \dots, t^{k-1}e^{at} \sin(bt)$

(b) Частное решение неоднородного уравнения $y^{(n)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = f(t)$

- i. Если $f(t) = e^{at}P_n(t)$, то найдётся решение $y_0(t) = t^k e^{at}R_n(t)$, где k — кратность корня a
- ii. Если $f(t) = e^{at}(P_n(t) \cos(bt) + Q_n(t) \sin(bt))$, то найдётся решение $y_0(t) = t^k e^{at}(R_n(t) \cos(bt) + S_n(t) \sin(bt))$, где k — кратность корня $a + bi$