

Во всех задачах, где требуется найти вероятности, связанные с нормальным распределением, можно оставлять ответ со стандартной нормальной функцией распределения.

1. Компания проводит АБ-тестирование, чтобы определить наилучший дизайн сайта. Каждый пользователь с вероятностью 40% попадает в А-группу и видит старый дизайн сайта, а с вероятностью 60% попадает в В-группу и видит новый дизайн сайта. Среди А-группы 70% процентов одобряют дизайн, среди В-группы дизайн одобряют 80%.
  - а) Какова вероятность того, что случайно выбранный пользователь окажется в В-группе и одобрит при этом дизайн?
  - б) Известно, что Вася одобряет дизайн сайта. Какова вероятность того, что он из А-группы?

2. Дана совместная функция плотности пары величин  $X, Y$ :

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{при } x \in [0; 1], y \in [0; 1]; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найдите  $E(Y^2)$ ,  $\mathbb{P}(X > 0.5 \mid Y > 0.5)$ .

3. Срок службы холодильника имеет экспоненциальное распределение. В среднем один холодильник бесперебойно работает 5 лет. Завод предоставляет гарантию 3 лет на свои изделия. Примерно 80% потребителей аккуратно хранят все бумаги, необходимые, чтобы воспользоваться гарантией.
  - а) Какой процент потребителей в среднем обращается за гарантийным ремонтом?
  - б) Какова вероятность того, что из 1000 потребителей за гарантийным ремонтом обратится более 35% покупателей?
4. Случайный вектор  $(X, Y)^T$  имеет двумерное нормальное распределение с математическим ожиданием  $(0, 0)^T$  и ковариационной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятности  $\mathbb{P}(2X + 3Y > 1)$  и  $\mathbb{P}(2X + 3Y > 1 \mid X = 0)$ .

5. Каждую весну дед Мазай плавая на лодке спасает в среднем 9 зайцев, дисперсия количества спасённых зайцев за одну весну равна 12. Точный закон распределения числа зайцев неизвестен.  
В каких пределах лежит вероятность того, что за одну весну дед Мазай спасёт более 11 зайцев?
6. Известно, что последовательность величин  $R_n$  сходится по вероятности к константе  $1/2$ . Например, можно представить себе, что  $R_n$  — доля орлов при  $n$  бросках монетки.  
Найдите предел по вероятности последовательности  $Q_n$ , где

$$Q_n = \frac{2(R_n - 0.5)^2}{R_n \ln(2R_n) + (1 - R_n) \ln(2(1 - R_n))}.$$