

Имя, фамилия и номер группы:

.....

1. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f2. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f3. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f4. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f5. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f6. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f7. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f8. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f9. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f10. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f11. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f12. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f13. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f14. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f15. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f16. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f17. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f18. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f19. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f20. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f21. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f22. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f23. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f24. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f25. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f26. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f27. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐ f

Удачи!

Имя, фамилия и номер группы:

.....

1. По 100 наблюдениям получена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta} = 20$, также известны значения лог-функции правдоподобия $\ell(20) = -10$ и $\ell(0) = -50$.

С помощью критерия отношения правдоподобия, LR , проверьте гипотезу $H_0: \theta = 0$ против $H_0: \theta \neq 0$ на уровне значимости 5%.

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| a) $LR = 60$, H_0 не отвергается | d) нет верного ответа |
| b) $LR = 80$, H_0 отвергается | e) Критерий неприменим |
| c) $LR = 40$, H_0 не отвергается | f) $LR = 40$, H_0 отвергается |

2. Величины X_i независимы и одинаково распределены с математическим ожиданием $\mathbb{E}(X_i) = 5a + 1$.

По выборке из 100 наблюдений оказалось, что $\bar{X} = 16$.

Найдите оценку \hat{a} методом моментов.

- | | | |
|--------|--------|-----------------------|
| a) 3.6 | c) 2.8 | e) 3.4 |
| b) 3.2 | d) 3 | f) нет верного ответа |

3. Оценка \hat{a}_n неизвестного параметра a асимптотически нормальная и несмещённая. По выборке из 200 наблюдений оказалось, что $\hat{a}_n = 3$ с оценкой дисперсии $\widehat{\text{Var}}(\hat{a}_n) = 3$.

Найдите правую границу симметричного двустороннего 95%-го доверительного интервала для параметра a .

- | | | |
|----------|-----------------------|----------|
| a) 9.85 | c) нет верного ответа | e) 15.05 |
| b) 13.32 | d) 16.78 | f) 6.39 |

4. По случайной выборке размером 100 студентов из всех студентов Вышки доля любителей кричать «Халява приди» равна 0.2.

Найдите правую границу 95%-й асимптотического доверительного интервала для вероятности того, что случайно выбираемый студент Вышки любит кричать «Халява приди».

- | | | |
|----------|-----------------------|----------|
| a) 0.358 | c) 0.438 | e) 0.318 |
| b) 0.398 | d) нет верного ответа | f) 0.278 |

5. Исследователь Вовочка при проверке гипотезы о равенстве математического ожидания константе по ошибке вместо t -распределения использует стандартное нормальное.

Как изменяются при этом вероятность ошибки первого рода α и ошибки второго рода β ?

- a) нет верного ответа
- b) α растёт, β падает
- c) α растёт, β растёт
- d) α падает, β падает
- e) α падает, β изменяется непредсказуемо
- f) α падает, β растёт

6. Выберите верное утверждение о связи уровня значимости α и P -значения.

- a) P -значение монотонно падает с ростом α
- b) P -значение монотонно растёт с ростом α
- c) нет верного ответа
- d) α и P -значение не связаны
- e) P -значение случайно, ожидание от него монотонно падает с ростом α
- f) P -значение случайно, ожидание от него монотонно растёт с ростом α

7. Исследователь Винни-Пух приступил к новому исследованию.

Нулевая гипотеза состоит в том, что количество мёда одинаково экспоненциально распределено у всех пчёл с параметром λ . Альтернативная гипотеза состоит в том, что параметр λ отличается у правильных и неправильных пчёл.

Максимум правдоподобия при верной H_0 равен $\exp(-8)$. Максимум правдоподобия без ограничений равен $\exp(-3)$.

Найдите значение статистики отношения правдоподобия.

- a) 11
- b) 14
- c) 8
- d) 10
- e) нет верного ответа
- f) 9

8. Величины X и Y одинаково распределены с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 5. Вектор (X, Y) имеет многомерное нормальное распределение с корреляцией 0.5.

Найдите $\text{Var}(Y \mid X = 3)$.

- a) нет верного ответа
- b) 0.75
- c) 5
- d) 3.75
- e) 0.5
- f) 1.5

9. Величины X_i независимы и равномерны на отрезке $[-a; 2a]$.

Оцените a методом максимального правдоподобия по выборке из трех наблюдений: -5, -3, 13.

- a) 6
- b) 5.5
- c) 7.5
- d) нет верного ответа
- e) 7
- f) 6.5

10. Длины катетов в сантиметрах прямоугольного треугольника являются модулями независимых стандартных нормальных случайных величин.

Какую пороговую длину гипотенузы этого треугольника превышает с вероятностью 0.05?

- 5/8

- a) 0.8 c) 0.85 e) 0.9
b) 0.95 d) нет верного ответа f) 0.75

17. Выберите верное утверждение о предпосылках теста Стьюдента на равенство математического ожидания величин X_1, \dots, X_n некоторой константе μ_0 .

- a) нет верного ответа
b) величины X_i могут быть распределены произвольно, но величина \bar{X} должна быть нормально распределённой
c) величины X_i могут быть распределены произвольно, но должны быть независимы
d) константа μ_0 должна быть больше нуля
e) количество наблюдений должно быть больше 30
f) величины X_i должны быть нормально распределёнными

18. Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет.

По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

	Кухарка заходит	Кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- a) 79 c) 39 e) нет верного ответа
b) 179 d) 100 f) 139

19. Отличница Машенька получает только 8, 9 или 10. За все годы обучения Маша получила 60 восьмёрок, 10 девяток и 40 десятков.

Найдите значение статистики Пирсона для проверки гипотезы о том, все отличные оценки имеют равную вероятность.

- a) 54.55 c) 84.55 e) нет верного ответа
b) 34.55 d) 64.55 f) 44.55

20. Пусть X_1, \dots, X_n — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием.

Выберите несмещенную и состоятельную оценку математического ожидания.

- a) $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$ c) $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$ e) $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \dots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
b) $\frac{X_1 + X_2}{2}$ d) $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ f) нет верного ответа

21. Исследователи Машенька и Вовочка, не зная друг о друге, каждый день по всем правилам статистики строят 95%-й доверительные интервалы для математического ожидания μ .

Выборка у них общая на двоих, и каждый день — новая. При этом Машенька знает истинную дисперсию, а Вовочка — нет. Все наблюдения одинаково нормально распределены и независимы.

Выберите верное утверждение.

- a) Машенькины интервалы всегда уже Вовочкиных
- b) нет верного ответа
- c) Машенькины интервалы всегда шире Вовочкиных
- d) Машенькины интервалы всегда правее Вовочкиных
- e) Машенькины интервалы бывают как шире, так и уже Вовочкиных
- f) Машенькины интервалы всегда левее Вовочкиных

22. Величины X_i независимы и распределены по Пуассону с параметром интенсивности λ .

Выберите несмещённую оценку для $\mathbb{E}(X_i)$.

- a) $\sum_{i=1}^n X_i / (n - 1)$
- c) $\sum_{i=1}^n X_i^2 / n$
- e) нет верного ответа
- b) $\sum_{i=1}^n X_i / (n + 1)$
- d) $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1)$
- f) $\sum_{i=1}^n X_i^2 / (n - 1)$

23. Известно, что величины X_1, \dots, X_{600} независимы и имеют экспоненциальное распределение с интенсивностью λ , и $\ln L(\lambda)$ — логарифмическая функция правдоподобия.

Найдите $\mathbb{E} \left(\frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda} \right)$.

- a) $600\lambda^2$
- c) 600λ
- e) $600/\lambda^2$
- b) $600/\lambda$
- d) 0
- f) нет верного ответа

24. Величина X имеет t -распределение с 6 степенями свободы.

Какое распределение имеет величина $Y = X^2$?

- a) $F_{6,1}$
- c) t_{36}
- e) нет верного ответа
- b) $F_{6,6}$
- d) $F_{1,6}$
- f) χ_6^2

25. Величины X и Y одинаково распределены с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 7. Вектор (X, Y) имеет многомерное нормальное распределение с корреляцией 0.5.

Найдите $\mathbb{E}(Y \mid X = 2)$.

- a) 0.75
- c) 5.25
- e) 0.5
- b) 1
- d) нет верного ответа
- f) 0

26. Пусть X_1, \dots, X_n — случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \text{при } x \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0 \end{cases},$$

где $\theta > 0$ — неизвестный параметр распределения.

Найдите информацию Фишера о параметре θ , заключенную в трёх наблюдениях случайной выборки.

- | | | |
|-----------------|-----------------------|---------------|
| a) $\theta^2/3$ | c) θ | e) θ^2 |
| b) $3/\theta^2$ | d) нет верного ответа | f) $1/\theta$ |

27. Известно, что $\mathbb{E}(\hat{a}) = 0.6a + 3$, функция правдоподобия регулярна и информация Фишера равна $I_F(a) = 1/a^2$.

Найдите теоретическую нижнюю границу $\text{Var}(\hat{a})$.

- | | | |
|-----------|-------------|-----------------------|
| a) $9a^2$ | c) a^2 | e) $0.36a^2$ |
| b) $3a^2$ | d) $0.6a^2$ | f) нет верного ответа |