

Задача ??. Пусть $Y_t = \beta t + \varepsilon_t$, $t = 1, \dots, 6$, $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$, $D(\varepsilon_t) = \sigma^2$, $\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0$, $s \neq t$.

(a) Является ли оценка $\hat{\beta} = \frac{1 \cdot Y_1 + 2 \cdot Y_2 + 3 \cdot Y_3}{1^2 + 2^2 + 3^2}$ линейной по вектору $Y = (Y_1, \dots, Y_6)^T$ и

несмещенной оценкой неизвестного параметра β ?

(b) Является ли оценка $\check{\beta} = \frac{4 \cdot Y_4 + 5 \cdot Y_5 + 6 \cdot Y_6}{4^2 + 5^2 + 6^2}$ линейной по вектору $Y = (Y_1, \dots, Y_6)^T$ и

несмещенной оценкой неизвестного параметра β ?

(c) Является ли оценка $\tilde{\beta} = \frac{1}{2} \hat{\beta} + \frac{1}{2} \check{\beta}$ линейной по вектору $Y = (Y_1, \dots, Y_6)^T$ и

несмещенной оценкой неизвестного параметра β ?

(d) Сравните по степени эффективности оценки $\hat{\beta}$, $\check{\beta}$ и $\tilde{\beta}$.

Приведите формулу наиболее эффективной оценки для неизвестного параметра β в классе линейных по вектору $Y = (Y_1, \dots, Y_6)^T$ и несмещенных оценок параметра β .