

Задача. Пусть задана модель линейной регрессии $Y_t = \beta \cdot t + \varepsilon_t$, $t = 1, \dots, n$, где $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$, $D(\varepsilon_t) = t^4 \sigma^2$ и $\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0$ при $s \neq t$. Найдите наиболее эффективную оценку и вычислите её дисперсию.

Ответы:

$$(a) \hat{\beta}_{\text{WLS}} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{Y_t}{t^3}}{\sum_{t=1}^n \frac{1}{t^2}},$$

$$(b) D(\hat{\beta}_{\text{WLS}}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{t=1}^n \frac{1}{t^2}}.$$