

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Группа _____

Задача 1. Пусть регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, задана в матричной форме при помощи уравнения $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\beta = [\alpha \quad \beta_1 \quad \beta_2]^T$. Известно, что $\mathbb{E}[\varepsilon] = \mathbf{0}$ и $V[\varepsilon] = \sigma^2 I$. Данные о наблюдениях переменных Y и X следующие:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Найдите $TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$.

(b) По формуле $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ найдите МНК-оценку вектора β .

(c) Чему равно $\hat{\beta}_1$?

(d) Найдите $RSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$.

(e) При помощи формулы $\hat{\sigma}^2 = \frac{RSS}{n-k-1}$ найдите оценку параметра σ^2 .

(f) При помощи формулы $\hat{V}[\hat{\beta}] = \hat{\sigma}^2 (X^T X)^{-1}$ найдите оценку ковариационной матрицы вектора МНК-оценок коэффициентов.

(g) Чему равно $\hat{D}[\hat{\beta}_1]$?

(h) Найдите $\hat{D}[\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2]$.

Контрольная работа № 1 по эконометрике–2 [2015–2016]

Задача 2. Оценивается зависимость количества продаваемых чебуреков — qch от цены на чебуреки — pch , цены на шаурму — psh и цены на мороженое — $pmor$ в виде линейной регрессии:

$$qch_i = \alpha + \beta_1 pch_i + \beta_2 psh_i + \beta_3 pmor_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, 21.$$

В программе MS Excel оценена данная регрессия:
ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,92
R-квадрат	0,85
Нормированный R-квадрат	0,82
Стандартная ошибка	19,77
Наблюдения	21,00

Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	3,00	37866,30	12622,10	32,28	0,00
Остаток	17,00	6647,51	391,03		
Итого	20,00	44513,81			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	405,15	101,68	3,98	0,00	190,62	619,67
pch	-6,12	0,70	-8,72	0,00	-7,59	-4,64
psh	4,14	0,72	5,76	0,00	2,63	5,66
pmor	-2,62	2,92	-0,90	0,38	-8,79	3,54

(а) На уровне значимости 5 % протестируйте гипотезу о незначимости переменной «цена на мороженое». Заполните следующую таблицу.

0)	H_0 : H_1 :
1)	Тестовая статистика (формула):
2)	Распределение тестовой статистики:
3)	Наблюдаемое значение тестовой статистики:
4)	Область, в которой H_0 не отвергается:

5) Статистический вывод:

--

(b) На уровне значимости 5 % протестируйте гипотезу: «чем выше цена на шаурму, тем больше в среднем продается чебуреков». Заполните следующую таблицу.

0)	H_0 :	H_1 :
1)	Тестовая статистика (формула):	
2)	Распределение тестовой статистики:	
3)	Наблюдаемое значение тестовой статистики:	
4)	Область, в которой H_0 не отвергается:	
5)	Статистический вывод:	

Контрольная работа № 1 по эконометрике–2 [2015–2016]

Задача 3. Оценивается зависимость количество продаваемых чебуреков — qch в зависимости от цены на чебуреки — pch , цены на шаурму — psh , цены на мороженое — $pmor$ и цены на пончики — $ppon$ в виде линейной регрессии:

$$qch_i = \alpha + \beta_1 pch_i + \beta_2 psh_i + \beta_3 pmor_i + \beta_4 ppon_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, 21.$$

В программе MS Excel оценена данная регрессия, а также несколько вспомогательных регрессий:

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,92
R-квадрат	0,85
Нормированный R-квадрат	0,81
Стандартная ошибка	20,34
Наблюдения	21,00

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	4,00	37892,78	9473,19	22,89	0,00
Остаток	16,00	6621,03	413,81		
Итого	20,00	44513,81			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	386,84	127,19	3,04	0,01	117,21	656,47
pch	-6,10	0,73	-8,40	0,00	-7,63	-4,56
psh	4,05	0,84	4,84	0,00	2,27	5,82
pmor	-3,40	4,31	-0,79	0,44	-12,53	5,73
ppon	1,23	4,86	0,25	0,80	-9,08	11,54

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,41
R-квадрат	0,17
Нормированный R-квадрат	0,07
Стандартная ошибка	45,39
Наблюдения	21,00

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	2,00	7436,17	3718,09	1,81	0,19
Остаток	18,00	37077,64	2059,87		
Итого	20,00	44513,81			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	-206,97	211,95	-0,98	0,34	-652,26	238,32
pmor	-2,16	9,48	-0,23	0,82	-22,08	17,75
ppon	9,53	9,57	1,00	0,33	-10,57	29,64

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,92
R-квадрат	0,84
Нормированный R-квадрат	0,83
Стандартная ошибка	19,67
Наблюдения	21,00

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	2,00	37551,33	18775,67	48,54	0,00
Остаток	18,00	6962,48	386,80		
Итого	20,00	44513,81			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	332,24	60,83	5,46	0,00	204,45	460,04
pch	-6,04	0,69	-8,72	0,00	-7,50	-4,59
psh	3,64	0,45	8,15	0,00	2,70	4,58

Контрольная работа № 1 по эконометрике–2 [2015–2016]

(а) На уровне значимости 5 % протестируйте на значимость регрессию

$$qch_i = \alpha + \beta_1 pch_i + \beta_2 psh_i + \beta_3 pmor_i + \beta_4 ppon_i + \varepsilon_i.$$

Заполните следующую таблицу.

0)	$H_0 :$ $H_1 :$
1)	Тестовая статистика (формула):
2)	Распределение тестовой статистики:
3)	Наблюдаемое значение тестовой статистики:
4)	Область, в которой H_0 не отвергается:
5)	Статистический вывод:

Контрольная работа № 1 по эконометрике–2 [2015–2016]

(b) На уровне значимости 5 % протестируйте гипотезу о том, что группа переменных «цена на мороженое» и «цена на пончики» не оказывает влияние на количество продаваемых чебуреков. Заполните следующую таблицу.

0)	H_0 : H_1 :
1)	Тестовая статистика (формула):
2)	Распределение тестовой статистики:
3)	Наблюдаемое значение тестовой статистики:
4)	Область, в которой H_0 не отвергается:
5)	Статистический вывод:

Задача 4. Изучается зависимость уровня годового дохода (переменная $ГД$ в сотнях тыс. руб.) финансового аналитика в зависимости от опыта работы $ОР$ (годы), пола (переменная $Пол$ равная 1 для мужчин и 0 для женщин), владения английским языком (переменная FE равна 1, если аналитик свободно владеет английским языком и 0 в противном случае) и наличия сертификата CFA (переменная CFA равна 1, если сертификат есть). Оцененная модель имеет вид

$\widehat{ГД} = 1200 + 200 \cdot ОР - 10 \cdot ОР^2 + 200 \cdot Пол + 400 \cdot FE + 150 \cdot CFA$. Все параметры модели значимы на 5%.

- (а) Рассчитайте годовой доход мужчины, свободно владеющего английским, со стажем работы 2 года без сертификата CFA.

- (b) При прочих равных условиях на сколько отличаются годовые доходы мужчин и женщин в отрасли?

Задача 5. На основе недельных данных с 4-го мая по 28-ое декабря оценивается уравнение спроса на мороженое

$$q_{mor_t} = \alpha + \beta p_{mor_t} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 35,$$

где p_{mor_t} — цена на мороженое, а q_{mor_t} — количество проданного мороженого.

- (а) На уровне значимости 5 % протестируйте гипотезу о том, что с наступлением осени спрос на мороженое упал. Тестирование проведите с использованием трех регрессий:

$$q_{mor_t} = \alpha' + \beta' p_{mor_t} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 18,$$

$$q_{mor_t} = \alpha'' + \beta'' p_{mor_t} + \varepsilon_t, \quad t = 19, \dots, 35,$$

$$q_{mor_t} = \alpha + \beta p_{mor_t} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 35.$$

Заполните следующую таблицу.

0)	$H_0 :$	$H_1 :$
1)	Тестовая статистика (формула):	
2)	Распределение тестовой статистики:	
3)	Наблюдаемое значение тестовой статистики:	
4)	Область, в которой H_0 не отвергается:	
5)	Статистический вывод:	

Контрольная работа № 1 по эконометрике–2 [2015–2016]

- (b) На том же уровне значимости протестируйте ту же гипотезу, что и в пункте (a), с тем отличием, что в этот раз используйте регрессии:

$$qmor_t = \alpha + \beta pmor_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 35,$$

$$qmor_t = \alpha + \beta pmor_t + \Delta\alpha \cdot d_t + \Delta\beta \cdot d_t pmor_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 35,$$

где $d_t = \begin{cases} 0 & \text{при } t \in \{1, \dots, 18\}, \\ 1 & \text{при } t \in \{19, \dots, 35\}. \end{cases}$

Заполните следующую таблицу.

0)	$H_0 :$	$H_1 :$
1)	Тестовая статистика (формула):	
2)	Распределение тестовой статистики:	
3)	Наблюдаемое значение тестовой статистики:	
4)	Область, в которой H_0 не отвергается:	
5)	Статистический вывод:	

Контрольная работа № 1 по эконометрике–2 [2015–2016]

- (с) Определите оптимальную цену, максимизирующую прибыль монополиста, по наблюдениям $t = 1, \dots, 18$, если известно, что издержки по производству одной пачки мороженого составляют $c = 25$ руб.