Q4. 17 Dec 2014

Q4. У первого игрока m_1 доступных действий, обозначенных множеством $\bar{A}_1$. У второго игрока m_2 доступных действий, обозначенных множеством $\bar{A}_2$.

1. Если игроки ходят одновременно, то у первого игрока m_1 стратегий, у второго игрока — m_2 стратегий.

2. Если сначала ходит первый игрок, а второй — после первого и видит его выбор a_1, то у первого игрока m_1 стратегий, а у второго — $m_2^{m_1}$ стратегий. Стратегия второго игрока должна говорить ему, что делать при каждом выборе первого игрока, у первого игрока m_1 вариантов выбора, значит можно для удобства считать, что стратегия второго игрока — это слово в котором m_1 букв, а для каждой буквы есть m_2 вариантов.

3. В двухшаговой игре стратегия второго игрока предписывает ему, что делать в зависимости от хода первого игрока. Про платежи известно, что при $a_2 \neq a_2'$ оказывается, что $u_2(a_1, a_2) \neq u_2(a_1, a_2')$. Это означает, что на каждое действие a_1 первого игрока у второго игрока есть единственный наилучший ответ (из нескольких разных чисел всегда можно выбрать ровно одно наибольшее). Следовательно, в любом равновесии совершенном в подыграх (SPE) стратегия второго игрока одна и та же. Эта оптимальная стратегия, в частности, в ответ на ход a_1^* предписывает второму выбирать a_2^*. Итак, стратегия второго игрока фиксирована. Если первый пойдёт a_1^*, он получит выигрыш π_1. Раз есть ход, котором первый может гарантировать себе выигрыш π_1, то меньшим его выигрыш быть в равновесии не может.

4. Пример игры, где первый в двухшаговой игре в SPE получает меньше, чем в статической в NE:

Статическая:

I/II	c	d
a	(1;0)	(0;1)
b	(-1;0)	(1;0)

В статической игре — единственное равновесие NE — это (b,d), дающее первому игроку выигрыш $\pi_1 = 1$.

Если же эта игра, является двухшаговой (второй ходит после первого, зная его ход), то можно найти два SPE: (a-dc) и (b-dd). В (a-dc) первый получает 0, то есть меньше, чем в равновесии Нэша в статической игре.