

Моделирование аукционов. Домашняя работа - 3.

1. Можно решать задачи в любом порядке.
2. При подозрении на опечатку — спрашивайте в блоге!
3. Насколько подробно все расписывать — решай сам исходя из конкретной ситуации. Очевидно, что в примере $1+2+3=?$ ответ можно написать сразу, а взятие интеграла $\int x^5 \cos(x) dx$ требует каких-то промежуточных записей.
4. Паниковать при решении домашки строжайше запрещено!
5. Для каждой задачи обязательно нужно спрогнозировать свою оценку. Не надо скромничать, лучше попытаться объективно оценить свое решение. За неверное оценивание баллы снижаться не будут, а верное оценивание даст возможность чему-то научиться. Опыт показывает, что оценка своих собственных решений позволяет резко улучшить их качество. Прогноз своей оценки пишем в табличку!
6. Не забудь подписать свою работу. Пожалуйста!

Имя:

Отчество:

Фамилия:

Группа:

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Итого
Прогноз оценки						
Оценка (от 0 до 5)						

1. Техническая задача.

- (a) Выразите $(a + c) \vee (b + c)$ через $a \vee b$. Выразите $(a + c) \wedge (b + c)$ через $a \wedge b$.
- (b) Случайные величины Z_1, \dots, Z_n аффилированы между собой. Случайные величины W_1, \dots, W_k — аффилированы между собой. Набор случайных величин Z_1, \dots, Z_n не зависит от набора W_1, \dots, W_k . Верно ли, что набор случайных величин $Z_1, \dots, Z_n, W_1, \dots, W_k$ аффилирован?

2. Пусть V — общая ценность товара для двух игроков, равномерна на $[1; 2]$. Величины R_1 и R_2 — независимы между собой и с V и равномерны на $[-0.5; 0.5]$. По смыслу: R_1 и R_2 — это ошибки игроков при подсчете ценности товара V . Игроки получают сигналы $X_i = V + R_i$, т.е. игроки знают ценность V с ошибкой.

- (a) Найдите совместную функцию плотности X_1 и X_2 . Верно ли, что X_1 и X_2 аффилированы?
- (b) Найдите $v(x, y) = E(V|X_1 = x, Y_1 = y)$. Найдите равновесие Нэша на аукционе второй цены.
- (c) Найдите совместную функцию плотности X_1 и Y_1 , $g(x, y)$

Hint: В решении контрольной есть похожая задача. А $g(x, y)$ можно неплохо упростить пользуясь предыдущей задачей.

3. Пусть R_1, R_2 и S — равномерны на $[0; 1]$ и независимы. Ценность товара для первого игрока, $V_1 = 0.8X_1 + 0.2X_2$ и для второго — $V_2 = 0.8X_2 + 0.2X_1$. Первый игрок получает сигнал $X_1 = S + R_1$. Второй игрок получает сигнал $X_2 = S + R_2$.

- (a) Найдите $g(x, y)$, $R(y|x)$ и $v(x, y) = E(V|X_1 = x, Y_1 = y)$
- (b) Используя предыдущие функции найдите равновесие Нэша на аукционе второй цены, первой цены и кнопочном аукционе

4. Продолжение задачи 2 с контрольной (можно использовать все полученные в ней результаты). На аукционе продается картина, которая равновероятно является «Джокондой» Леонардо да Винчи или ее подделкой. За нее торгуются n покупателей. Ценность картины для всех покупателей одинакова, $V_1 = V_2 = \dots = V_n = V$ и равна 1, если это оригинал и 0, если подделка.

Если $V = 0$, то сигналы X_i условно независимы и равномерны на $[0; 1]$. Если $V = 1$, то сигналы X_i условно независимы и имеют функцию плотности $f(x|V = 1) = 2x$ при $x \in [0; 1]$

- (a) Найдите равновесие Нэша на аукционе второй цены
- (b) Найдите $E(V|X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3 \dots X_n = x_n)$
- (c) С помощью предыдущего пункта найдите функции $b^n(x)$, $b^{n-1}(x, p_n)$ и $b^{n-2}(x, p_{n-1}, p_n)$ в равновесии Нэша на кнопочном аукционе

5. Лекция 3 получилась трудной технически. Помогите будущим студентам ее понять! Придумайте задачу на тему лекции 3. Решите придуманную задачу. Можно пойти по простому пути — взять уже имеющуюся задачу и поменять в ней что-нибудь. Можно попытаться придумать что-то своё, оригинальное. Оригинальные и красивые задачи с решениями могут получить оценку существенно выше 5 баллов.