Tailor

Рассмотрим разные ситуации:

- франты и клерки покупают одинаковые костюмы
- франты и клерки покупают разные костюмы
- франты покупают, а клерки — нет

Таки Вы посмотрите на этот мир, и Вы посмотрите на эти брюки!

- Франты и клерки покупают одинаковые костюмы. Главное чтобы клерки были согласны покупать, т.к. франты готовы платить больше. Чтобы клерки соглашались, костюм качества q будет стоить $p = q$.

Портной максимизирует прибыль:

$$\max q - C(q) = q - q^2$$

Оптимальное предложение Портного: костюмы с $q = 1/2$ стоят $p = 1/2$. Прибыль Портного равна $1/4$.

- Франты покупают, а клерки — нет. Чтобы франты соглашались покупать, костюм качества q будет стоить $p = 2q$.

Портной максимизирует прибыль:

$$\max \lambda(2q - C(q)) = \lambda(2q - q^2)$$

Оптимальное предложение Портного: костюмы с $q = 1$ стоят $p = 2$. Прибыль Портного равна λ.

- Франты и клерки покупают разные костюмы.

Клерки согласны покупать свои костюмы:

$$q_k - p_k \geq 0$$

Клерки не хотят покупать костюмы франтов:

$$q_k - p_k \geq q_f - p_f$$

Франты согласны покупать свои костюмы:

$$2q_f - p_f \geq 0$$

Франты не хотят покупать костюмы клерков:

$$2q_f - p_f \geq 2q_k - p_k$$

Условие (3) следует из (1) и (4), поэтому обойдемся без него.

Портной максимизирует

$$\lambda(p_f - q_f^2) + (1-\lambda)(p_k - q_k^2)$$

Ограничения можно переписать в виде: $p_f - p_k \in [q_f - q_k; 2(q_f - q_k)]$, $q_k \geq p_k$. В частности, отсюда следует, что $q_f \geq q_k$, то есть костюм франтов лучше костюма клерков :)

Представим себе, что Портной обратился к Оптимизатору и узнал оптимальные q_k и q_f и сам думает над оптимальными ценами.

Портной хочет p_f побольше, отсюда $p_f - p_k = 2(q_f - q_k)$, $q_k \geq p_k$, $q_f \geq q_k$.

Портной хочет p_k побольше, отсюда $p_k = q_k$, при этом p_f само собой выходит больше нуля, $p_f = p_k + 2(q_f - q_k) = 2q_f - q_k$.

Получаем упрощенную задачу Портного:

$$\max \lambda(2q_f - q_k - q_f^2) + (1-\lambda)(q_k - q_k^2)$$

при этом осталось одно ограничение $q_f \geq q_k \geq 0$.

Забьем на ограничения и решим задачу оптимизации без ограничений.

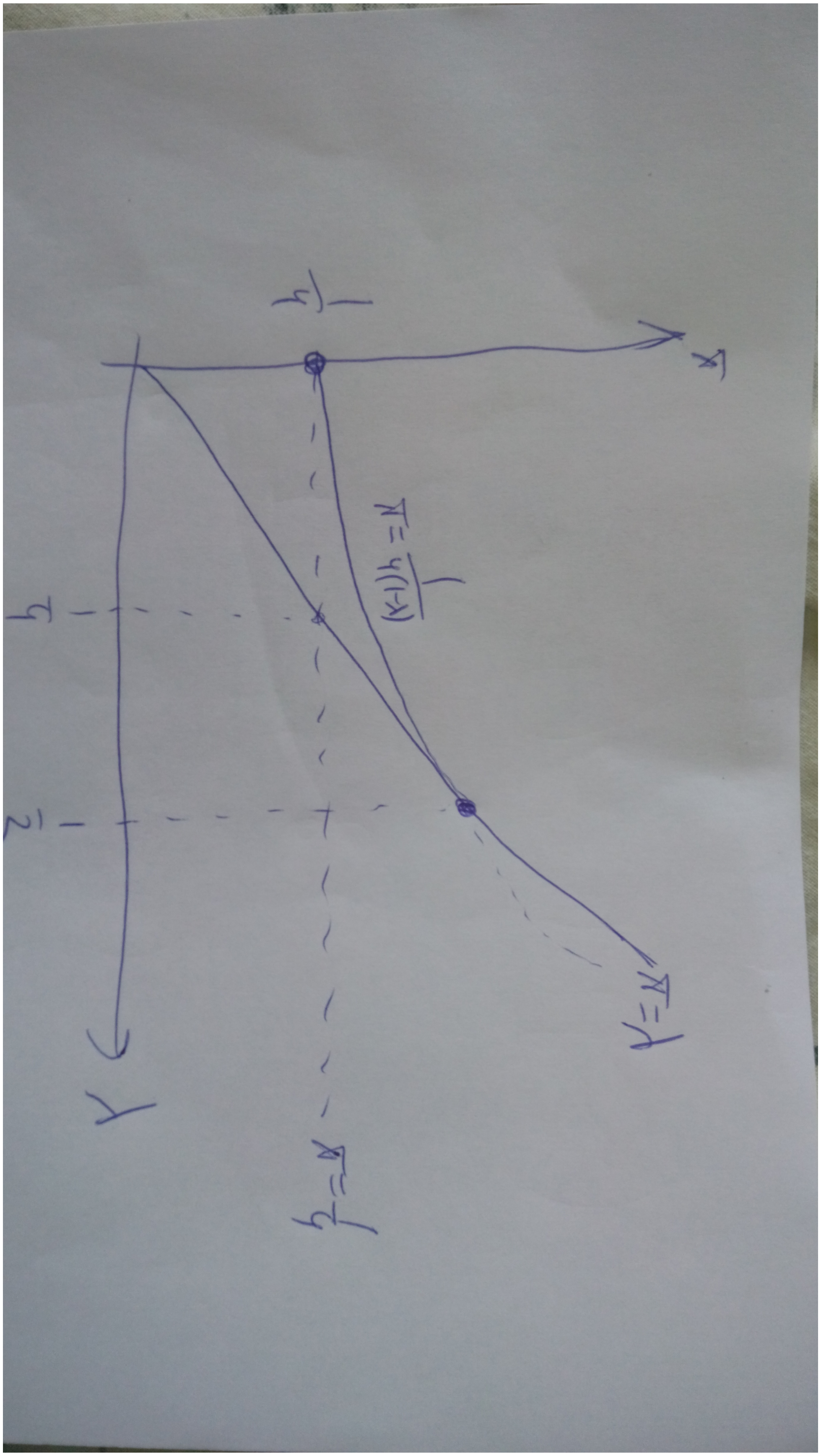
Получаем $q_f = 1$, $q_k = (1-2\lambda)/(2-2\lambda)$.

Значит, если $\lambda < 1/2$, то всё само собой ок и $q_f = 1$, $q_k = (1-2\lambda)/(2-2\lambda)$.

Если $\lambda \geq 1/2$, то $q_f = 1$, $q_k = 0$, то есть костюмы продаются только франтам, а мы ищем другой тип равновесия.

Находим прибыль Портного, получаем, что используя разделяющее равновесие, при $\lambda < 1/2$ можно добиться прибыли $\frac{1}{4(1-\lambda)}$.

Рисуем картинку:


$\bar{\pi}$
λ
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$
$\bar{\pi} = \frac{1}{4(1-\lambda)}$
$\bar{\pi} = \lambda$
$\bar{\pi} = \frac{1}{4}$

По картинке ищем максимум прибыли при разных λ:

При $\lambda < 1/2$ оптимален разделяющий контракт: $q_f = 1$, $q_k = \frac{1-2\lambda}{2-2\lambda}$, $p_k = q_k = \frac{1-2\lambda}{2-2\lambda}$, $p_f = 2q_f - q_k = 2 - q_k = \frac{3-2\lambda}{2-2\lambda}$.

При $\lambda > 1/2$ оптимально продавать только франтам, $p_f = 1$, $q_f = 2$.

При $\lambda = 1/2$ две найденные опции приносят одинаковую прибыль Портному.