

Моделирование аукционов. Контрольная работа 3.

1. Можно пользоваться калькулятором. Вопрос в том, нужно ли?
2. Можно решать задачи в любом порядке.
3. С собой можно принести один лист А4, где заранее могут быть написаны (именно написаны, а не напечатаны) любые формулы, теоремы или комментарии.
4. Продолжительность работы 1 час 20 минут.
5. Условия нельзя забрать с собой. Условия и решения открыто доступны на auctiontheory.wordpress.com после окончания контрольной.
6. Обсуждать задачи во время работы нельзя.
7. Человек проводящий контрольную не будет отвечать на вопросы по тексту задач.
8. Скорее всего, в задачах нет опечаток. Если, по твоему мнению, опечатка есть, то ее нужно исправить самому исходя из своего представления о хорошей задаче. При этом нужно четко отразить этот факт перед началом решения. Например, «По-моему, в тексте есть опечатка и вместо ... должно быть ...». Твоя гипотеза об опечатках является личной и не подлежит обсуждению во время работы.
9. Насколько подробно все расписывать — решай сам исходя из конкретной ситуации. Очевидно, что в примере $1+2+3=?$ ответ можно написать сразу, а взятие интеграла $\int x^5 \cos(x) dx$ требует каких-то промежуточных записей.
10. Паниковать на контрольной строжайше запрещено!
11. Для каждой задачи обязательно нужно спрогнозировать свою оценку. Не надо скромничать, лучше попытаться объективно оценить свое решение. За неверное оценивание баллы снижаться не будут, а верное оценивание даст возможность чему-то научиться. Опыт показывает, что оценка своих собственных решений позволяет резко улучшить их качество. Прогноз своей оценки пишем в табличку!
12. Не забудьте подписать свою работу. Пожалуйста!

Имя:

Отчество:

Фамилия:

Группа:

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Итого
Прогноз оценки						
Оценка (от 0 до 5)						

1. Пусть V — общая ценность товара для двух игроков, равномерна на $[0; 1]$. Величины R_1 и R_2 — независимы между собой и с V и равномерны на $[0.5; 1.5]$. Игроки получают сигналы $X_i = V \cdot R_i$.
 - (а) Найдите совместную функцию плотности X_1 и X_2 . Верно ли, что X_1 и X_2 аффилированы?
 - (б) Найдите $v(x, y) = E(V|X_1 = x, Y_1 = y)$
 - (с) Найдите совместную функцию плотности X_1 и Y_1 , $g(x, y)$

2. На аукционе продается картина, которая равновероятно является «Джокондой» Леонардо да Винчи или ее подделкой. За нее торгуются n покупателей. Ценность картины для всех покупателей одинакова, $V_1 = V_2 = \dots = V_n = V$ и равна 1, если это оригинал и 0, если подделка.

Если $V = 0$, то сигналы X_i условно независимы и равномерны на $[0; 1]$. Если $V = 1$, то сигналы X_i условно независимы и имеют функцию плотности $f(x|V = 1) = 2x$ при $x \in [0; 1]$

 - (а) Найдите совместную функцию плотности всех X_i . Верно ли, что все X_i аффилированы?
 - (б) Найдите $v(x, y) = E(V|X_1 = x, Y_1 = y)$
 - (с) Найдите совместную функцию плотности X_1 и Y_1 , $g(x, y)$

3. На аукционе второй цены присутствуют n покупателей. Ценности совпадают с сигналами, $V_i = X_i$; сигналы X_i независимы и равномерны на $[0; 1]$. На аукционе продается k одинаковых чудо-швабр, $1 < k < n$. Каждому покупателю нужна только одна чудо-швабра. Покупатели одновременно делают свои ставки. Чудо-швабры достаются по одной каждому из k покупателей с самыми высокими ставками. Каждый из k победителей платит организатору наибольшую проигравшую ставку.

Найдите равновесие Нэша.

4. На аукционе первой цены присутствуют n покупателей. Ценности совпадают с сигналами, $V_i = X_i$; сигналы X_i независимы и равномерны на $[0; 1]$. На аукционе продается k одинаковых чудо-швабр, $1 < k < n$. Каждому покупателю нужна только одна чудо-швабра. Покупатели одновременно делают свои ставки. Чудо-швабры достаются по одной каждому из k покупателей с самыми высокими ставками. Эти k победителей платят свои ставки организатору.

Найдите дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет равновесная стратегия.

Hint: Когда продавался один товар, то условие победы первого игрока — $Y_1 < a$, а если продается k товаров, то условие победы первого игрока $Y_? < a$.

5. Существуют ли неаффилированные случайные величины X_1 и X_2 такие, что $Cov(X_1, X_2) > 0$?

Подсказка: по-моему, задача 2 дольше задачи 1, задача 4 дольше задачи 3.