Q5. 17 Dec 2014

Q5. Не переворачиваем дерево. Для каждой стратегии второго игрока находим наилучшую стратегию первого:

lL -> DD

lR -> UD

rL -> DU

rR -> UU

Найдём оптимальные ответы второго на действия первого:

UD -> rL

DU -> lR

DD -> lR или rR в зависимости от вер второго в верхнем инфо-множестве

UU -> lL или lR в зависимости от вер второго в нижнем инфо-множестве

Замечаем, что секвенциальных равновесий в чистых стратегиях нет.

Будем искать смешанную поведенческую (mixed behavior) стратегию для каждого игрока.

Пусть второй использует стратегию $al + (1-a)r$ сверху и $bL + (1-b)R$ снизу.

Пусть первый использует стратегию $xU + (1-x)D$ слева и $yU + (1-y)D$ справа.

Веры второго сверху: μ_u, $1-\mu_u$. Снизу: μ_d, $1-\mu_d$.

Шаг 1. Сначала находим условие на веры, при которых второй может смешивать действия.

Второму безразлично как ходить сверху: $0\mu_u + 1(1-\mu_u) = 1\mu_u + 0(1-\mu_u)$, $\mu_u = 0.5$

Второму безразлично как ходить снизу: $0\mu_d + 1(1-\mu_d) = 6\mu_d + 0(1-\mu_d)$, $\mu_d = 1/7$

Шаг 2. Находим стратегии первого игрока, обеспечивающие такие веры.

Будем пока что искать равновесия, где вероятность захода в каждое информационное множество строго больше нуля. В таком случае веры должны считаться по формуле условной вероятности (в знаменателе строго не ноль).

Чтобы обеспечить верхнее равенство вер (второму будет безразлично как ходить сверху):

$$\frac{x \cdot \frac{1}{3}}{y \cdot \frac{2}{3}} = \frac{0.5}{0.5}$$

Или $2y = x$

Чтобы обеспечить нижнее равенство вер (второму будет безразлично как ходить снизу):

$$\frac{(1-x) \cdot \frac{1}{3}}{(1-y) \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1/7}{6/7}$$

Или $3x - y = 2$

Далее есть три варианта. Второй смешивает и сверху, и снизу. Второй смешивает сверху, но играет чистую снизу. Второй играет чистую сверху, но смешивает снизу. Заранее не ясно где повезет.

Рассматриваем вариант: второй смешивает и сверху, и снизу. Тогда оба условия на веры должны быть выполнены, получаем систему, находим, $x = 4/5$, $y = 2/5$.

Шаг 3. Второй уже ведёт себя оптимально и веры у него состоятельны, осталось добиться того, чтобы первому было оптимально использовать смешанную стратегию. Первый должен быть безразличен между чистыми.

Безразличие первого между U и D слева: $2a + 1(1-a) = 3b + 0(1-b)$, $a = 3b - 1$

Безразличие первого между U и D слева: $0a + 2(1-a) = 1b + 1(1-b)$, $a = 1/2$.

Чтобы первому было безразлично везде, $a = 1/2$, $b = 1/2$.

Ура! $a = 1/2$, $b = 1/2$, $x = 4/5$, $y = 2/5$, $\mu_u = 0.5$, $\mu_d = 1/7$.

Примечание: теоретически нам могло бы не повезти, тогда пришлось бы перебирать случаи, где второй сверху или снизу не смешивает. Могло бы не повезти и в этих случаях, тогда пришлось бы пытаться искать особые равновесия, где первый чистую играет UU, а второй — смесь lL и lR (не попадаем в нижнее инфо-множество), или где первый играет чистую DD, а второй смесь lR и rR (не попадаем в верхнее инфо-множество).

Тут для полноты матрица игры (для простоты записи домножена на три), но она не использовалась :)

I/II	lL	lR	rL	rR
UU	2;2	2;2	5;1	5;1
UD	4;2	4;0	3;3	3;1
DU	3;2	0;8	7;0	4;6
DD	5;2	2;6	5;2	2;6