

Моделирование аукционов. Контрольная работа 2.

1. Можно пользоваться калькулятором. Вопрос в том, нужно ли?
2. Можно решать задачи в любом порядке.
3. С собой можно принести один лист А4, где заранее могут быть написаны (именно написаны, а не напечатаны) любые формулы, теоремы или комментарии.
4. Продолжительность работы 1 час 20 минут.
5. Условия нельзя забрать с собой. Условия и решения открыто доступны на auctiontheory.wordpress.com после окончания контрольной.
6. Обсуждать задачи во время работы нельзя.
7. Человек проводящий контрольную не будет отвечать на вопросы по тексту задач.
8. Скорее всего, в задачах нет опечаток. Если, по твоему мнению, опечатка есть, то ее нужно исправить самому исходя из своего представления о хорошей задаче. При этом нужно четко отразить этот факт перед началом решения. Например, «По-моему, в тексте есть опечатка и вместо ... должно быть ...». Твоя гипотеза об опечатках является личной и не подлежит обсуждению во время работы.
9. Насколько подробно все расписывать — решай сам исходя из конкретной ситуации. Очевидно, что в примере $1+2+3=?$ ответ можно написать сразу, а взятие интеграла $\int x^5 \cos(x) dx$ требует каких-то промежуточных записей.
10. Паниковать на контрольной строжайше запрещено!
11. Для каждой задачи обязательно нужно спрогнозировать свою оценку. Не надо скромничать, лучше попытаться объективно оценить свое решение. За неверное оценивание баллы снижаться не будут, а верное оценивание даст возможность чему-то научиться. Опыт показывает, что оценка своих собственных решений позволяет резко улучшить их качество. Прогноз своей оценки пишем в табличку!
12. Не забудьте подписать свою работу. Пожалуйста!

Имя:

Отчество:

Фамилия:

Группа:

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Итого
Прогноз оценки						
Оценка (от 0 до 5)						

1. Техническая задача.

- (a) Известно, что $f(\vec{x})$ и $g(\vec{x})$ — супермодулярные функции, а $a > 0$ и $b > 0$ — константы. Верно ли, что $af(\vec{x}) + bg(\vec{x})$ — супермодулярная функция?
- (b) Пусть X_1, \dots, X_n независимы и имеют функцию плотности $f(t) = 3t^2$ на $[0; 1]$. Случайные Y_1, \dots, Y_{n-1} — это есть упорядоченные по убыванию случайные величины X_2, \dots, X_n . С помощью о-малых или без нее найдите совместную функцию плотности $f_{Y_5, Y_{10}}(a, b)$.

Следующие две задачи очень похожи, разница в них только в типе аукциона...

- 2. На аукционе первой цены продается участок. Потенциальных покупателей двое. Ценность участка для каждого игрока определяется его площадью. Первый покупатель знает ширину участка X_1 , а второй — длину X_2 . Совместная функция плотности X_1 и X_2 имеет вид $f(x_1, x_2) = \frac{7}{8} + \frac{1}{2}x_1x_2$. Найдите дифференциальное уравнение, которому подчиняется равновесная стратегия игрока.
- 3. На аукционе второй цены продается участок. Потенциальных покупателей двое. Ценность участка для каждого игрока определяется его площадью. Первый покупатель знает ширину участка X_1 , а второй — длину X_2 . Совместная функция плотности X_1 и X_2 имеет вид $f(x_1, x_2) = \frac{7}{8} + \frac{1}{2}x_1x_2$. Найдите равновесие Нэша.
- 4. Найдите равновесие Нэша в случае кнопочного аукциона. Сигналы X_i игроков имеют совместную функцию плотности $f(x_1, x_2, x_3) = 7/8 + x_1x_2x_3$ при $x_1, x_2, x_3 \in [0; 1]$. Ценности определяются по формулам:

$$\begin{aligned} V_1 &= X_1(X_2 + X_3) \\ V_2 &= X_2(X_1 + X_3) \\ V_3 &= X_3(X_1 + X_2) \end{aligned} \tag{1}$$

- 5. Ценности игроков одинаково распределены, независимы, распределение ценностей дискретно: X_i равновероятно принимает натуральное значение от 1 до 100 включительно. Игроки одновременно делают ставки. Разрешаются только целые неотрицательные ставки. Товар достается игроку, сделавшему наивысшую ставку. Если таких игроков несколько, то победитель выбирается из них равновероятно. Победитель платит сделанную им ставку. Найдите хотя бы одно равновесие Нэша в чистых стратегиях, в котором игроки не используют нестрого доминируемых стратегий.

Подсказка: по моим ощущениям 1, 3 и 4-ая задачи легче 2 и 5-ой.