

## Домашнее задание 4

У этого задания нет дедлайна и за него нет оценки. Если очень хочется что-то куда-то загрузить, то можно отправить своему семинаристу мемасик по теории вероятностей :)

1. Случайная величина  $X$  принимает значения 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0.1, 0.2, 0.3, 0.4.
  - а) Нарисуйте функцию распределения величины  $X$ ,  $F_X(x)$ .
  - б) Какой вероятностный смысл имеет площадь над функцией распределения  $F_X(x)$  на участке  $x \in [0; \infty)$ ?
  - в) Нарисуйте функцию распределения случайной величины  $Y = F_X(X)$ .
2. Функция плотности случайной величины  $Y$  равна  $cy^2$  на отрезке  $[0; 2]$  и нулю иначе.
  - а) Найдите константу  $c$ .
  - б) Найдите функцию распределения  $Y$ .
  - в) Найдите  $\mathbb{P}(Y > 1)$ ,  $\mathbb{P}(Y = 0.75)$ ,  $\mathbb{E}(Y)$ ,  $\mathbb{E}(Y^2)$ .
  - г) Найдите функцию производящую моменты  $Y$ ,  $m_Y(t)$ .
  - д) Найдите  $\mathbb{P}(Y > 1.5 \mid Y > 1)$ ,  $\mathbb{E}(Y \mid Y > 1)$ ,  $\mathbb{E}(Y^2 \mid Y > 1)$ .
  - е) Найдите функцию плотности величины  $W = 1/Y$ .
3. Случайная величина  $U$  равномерна на отрезке  $[0; 10]$ ,  $Y = \min\{U^2, 25\}$ .
  - а) Запишите вероятность  $\mathbb{P}(Y \in [y; y + \Delta])$  с точностью до  $o(\Delta)$ .
  - б) Найдите функцию распределения  $Y$ .
  - в) Найдите  $\mathbb{P}(Y > 10)$ ,  $\mathbb{E}(Y)$ ,  $\mathbb{E}(Y^2)$ .
  - г) Найдите  $\mathbb{P}(Y > 10 \mid Y > 5)$ ,  $\mathbb{E}(Y \mid Y > 5)$ ,  $\mathbb{E}(Y^2 \mid Y > 5)$ .