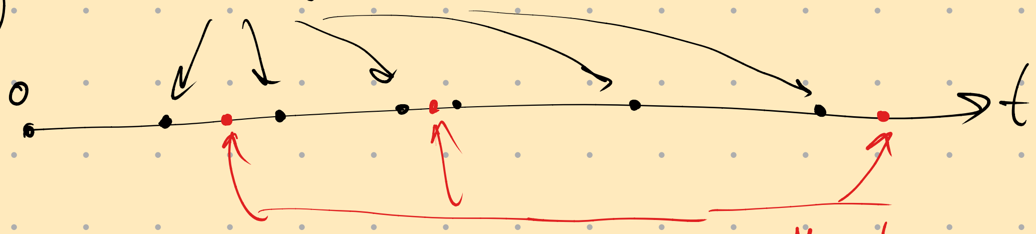
Видно / слышно? :)

Пуасс. поток / процесс.

t [мин]

пуасс. поток №1 $(X_t^S) \sim PP(\lambda^S = 1)$

(13) (13.1)



$(X_t^M) \sim PP(\lambda^M = \frac{1}{10})$

$S_t = X_t^S + X_t^M$

$\boxed{S_t \sim PP(\lambda = 1.1)}$

а) $P(S_8 = 13) \overset{?}{=}$

$S_8 \sim Poiss(8 \cdot 1.1)$

за 8 минут

$E(X_1^S) = 1$

$E(X_1^M) = 1/10$

$E(X_{16}^S - X_6^S) \overset{?}{=} 10 \cdot 1$

$E(X_{16}^M - X_6^M) = 10 \cdot \frac{1}{10} = 1$

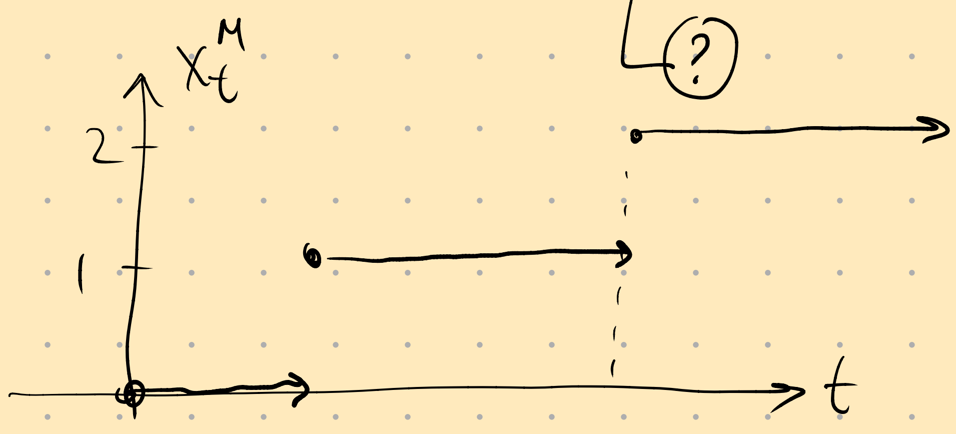
$$P(S_8 = 13) = e^{-8 \cdot 1.1} \cdot \frac{(8 \cdot 1.1)^{13}}{13!}$$

$R \sim Poiss(\lambda)$
$P(R = k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$

$\approx 0{,}046$

$$P(S_{t+1} - S_t = 0 \mid X_t^M = 1 + X_{t-0}^M) =$$

?



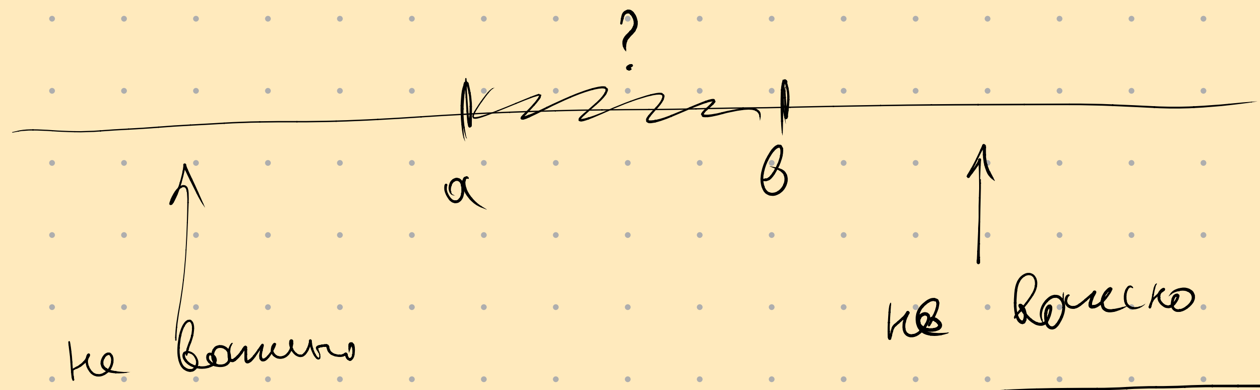
$$X^{M}_{t-0} = \lim_{h\to 0} X^{M}_{t-h}$$

$$X_t = \lim_{h\to 0} X_{t+h}$$

$\boxed{\text{! традиция непр. справа !}}$

(незав. приращ) $= P(\underbrace{S_{t+1} - S_t}_{} = 0) = e^{-1{,}1} \cdot \frac{(1{,}1)^0}{0!} =$

$S_1 \sim Poiss(1{,}1) \qquad = e^{-1{,}1}$



13,2

[час] $\lambda = 1$ [кар/час]

t

[мин] $\lambda = 1/60$ [кар/мин]

$$P(\underbrace{X_{1/2} - X_0}_{} \geq 2)$$

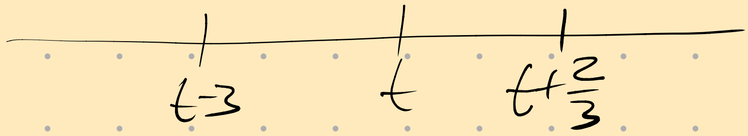
$$X_{1/2} - X_0 \sim Poiss\left(\tfrac{1}{2}\cdot 1\right)$$

$$P(X_{1/2} - X_0 = k) = e^{-\frac{1}{2}\cdot 1} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\cdot 1\right)^k}{k!}$$

$$P(X_{1/2} - X_0 \geq 2) = 1 - P(X_{1/2} - X_0 = 0) - P(X_{1/2} - X_0 = 1) =$$

$$= 1 - e^{-1/2} \cdot \frac{(1/2)^0}{0!} - e^{-1/2} \cdot \frac{(1/2)^1}{1!} \approx 0.09$$

8)



$$P(\underbrace{X_{t+2/3} - X_t = 0}_{\text{следующего ждать более 40 мин}} \mid X_t - X_{t-3} = 0) =$$

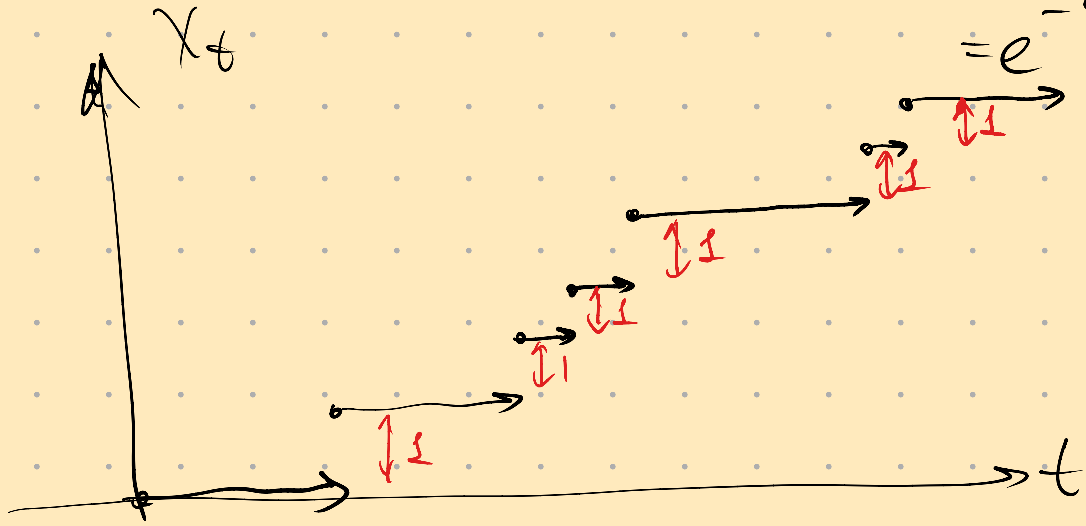
$$= P(X_{t+2/3} - X_t = 0)$$

$$X_{t+2/3} - X_t \sim Pois\left(\tfrac{2}{3} \cdot 1\right)$$

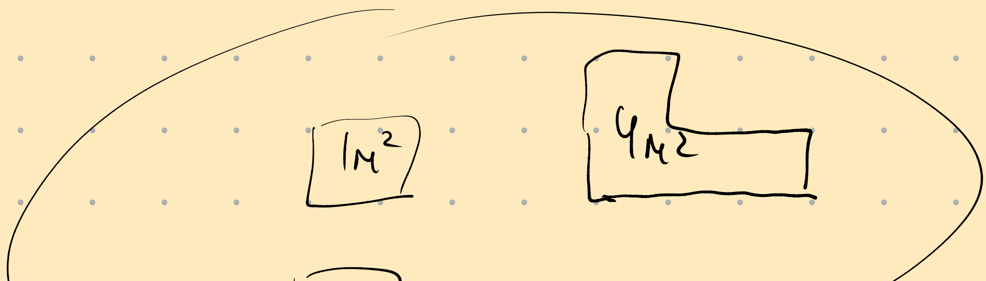
$$P(X_{t+2/3} - X_t = k) = e^{-\frac{2}{3} \cdot 1} \cdot \frac{\left(\frac{2}{3} \cdot 1\right)^k}{k!}$$

$$P(X_{t+2/3} - X_t = 0) = e^{-2/3} \cdot \frac{(2/3)^0}{0!} =$$

$$= e^{-2/3} \approx 0.51$$



13.4



$S=a^2$

$N[1м^2] \sim Poiss(3)$

$N[4м^2] \sim Poiss(12)$

$p_1+p_2+p_3+\ldots$

$= P(N[Sм^2] \geq 1) = 0{,}8 = 1-p_0$

$N[Sм^2] \sim Poiss(3S)$

$$\boxed{P(N[Sм^2]=k) = e^{-3S}\cdot\frac{(3S)^k}{k!}}$$

$P(N[Sм^2]=0)=0{,}2$

$e^{-3S}\cdot\frac{(3S)^0}{0!}=0{,}2$

$e^{-3S}=0{,}2$

$-3S=\ln 0{,}2$ $\qquad S=\frac{\ln 0{,}2}{-3}$

$a^2=S=\frac{\ln 5}{3}$

$a=\sqrt{\ln 5/3}\approx 0{,}73$

$\boxed{13.5}$

$\boxed{К1}$ $\qquad$ $\boxed{К2}$

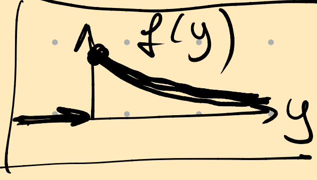
$Y^З \sim Expo(5)$ $\qquad$ $Y^М \sim Expo(7)$

$\boxed{\text{неделя}}$

$$\boxed{Y\sim Expo \qquad f(y)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda y}, & y\geq 0\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}}$$

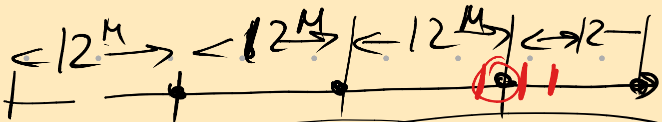
$E(Y)=1/\lambda$

$Var(Y)=1/\lambda^2$



a) $P(Y^3 < Y^M)$?

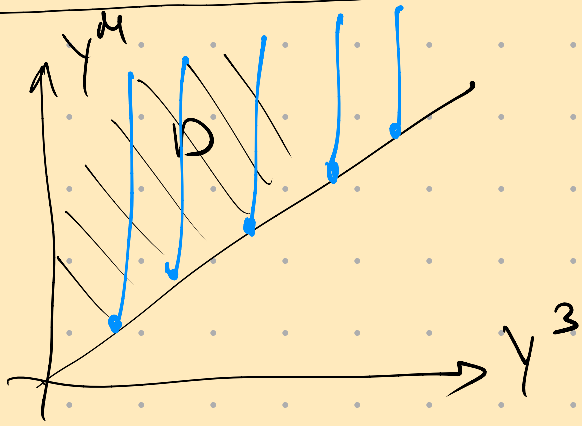
интуит: $P(\quad) < \frac{1}{2}$



не пуассов. поток.

→ интегрирование в лоб (проще понять)

→ от аксиом. (красивей)



$$P(Y^3 < Y^M) = \iint\limits_D f(z,m)\, dz\, dm =$$

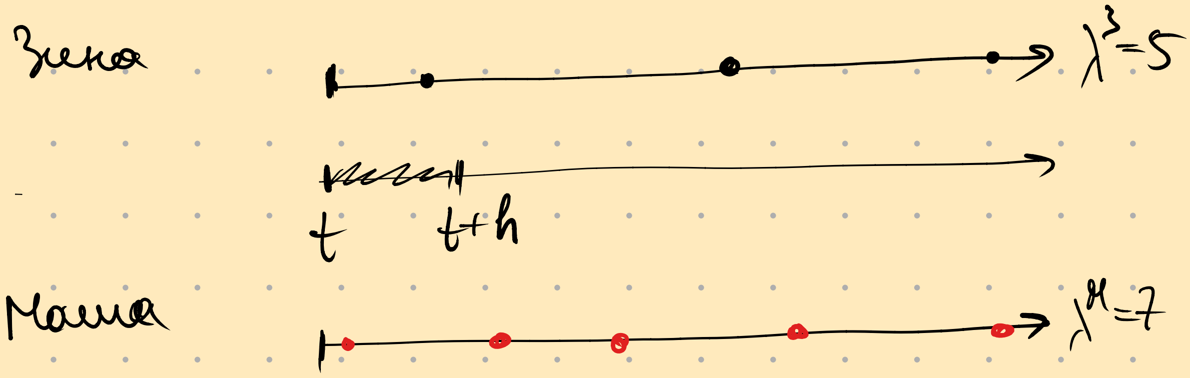
$$= \int\limits_{z=0}^{\infty} \int\limits_{m=z}^{\infty} f(z,m)\, dm\, dz$$

Y^3 и Y^M незав $\quad f(z,m) = \underline{f_{Y^3}(z)} \cdot \underline{f_{Y^M}(m)} =$

$$= 5 \cdot e^{-5z} \cdot 7 \cdot e^{-7m}$$

$$P(Y^3 < Y^M) = \int\limits_{z=0}^{\infty} \boxed{\int\limits_{m=z}^{\infty} 5e^{-5z} \cdot 7e^{-7m}\, dm}\, dz$$

$$= (\text{берётся}) = \ldots = \frac{5}{12}$$



Зена:0 Маша:0 $\to$ $(1-\lambda^{З}\cdot h)\cdot(1-\lambda^{М}\cdot h)+o(h)$

Зена:+1 Маша:0 $\to$ $\lambda^{З}h\cdot(1-\lambda^{М}h)+o(h)$

З:0 М:+1 $\to$ $(1-\lambda^{З}h)\cdot\lambda^{М}h+o(h)$

З:+1 М:+1 $\to$ $\lambda^{З}h\cdot\lambda^{М}h=o(h)$

другие $\to$ $o(h)$

$\boxed{h\to 0}$

$1-\lambda^{З}h-\lambda^{М}h+o(h)$

Зено:+1 Маша:0 $\to$ $\lambda^{З}h+o(h)$

Зено:0 Маша:+1 $\to$ $\lambda^{М}\cdot h+o(h)$

ост. $\to$ $o(h)$

$$P(Y^{З}<Y^{М})=\boxed{\lambda^{З}\cdot h+o(h)}+(1-\lambda^{З}h-\lambda^{М}h+o(h))\cdot P(Y^{З}<Y^{М})+o(h)$$

$$\boxed{P(Y^{З}<Y^{М})\cdot(\lambda^{З}h+\lambda^{М}\cdot h)=\lambda^{З}\cdot h+o(h)}$$

$$\boxed{P(Y^{З}<Y^{М})=\frac{\lambda^{З}}{\lambda^{З}+\lambda^{М}}+\frac{o(h)}{\lambda^{З}h+\lambda^{М}\cdot h}}$$

от h не зав

$$P(Y^З < Y^М) = \frac{\lambda^З}{\lambda^З+\lambda^М} = \frac{5}{5+7} = \frac{5}{12}$$

хочу $f_{Y_1}(t) \leftarrow P(Y_1 \le t) \longleftrightarrow P(Y_1 > t)$

δ) $Y_1 = \min\{Y^З, Y^М\}$

→ интегралы/вер-сти: $P(Y > t) = P(Y^З > t, Y^М > t) =$

$$= P(Y^З > t)\cdot P(Y^М > t) =$$

$$= \int_t^\infty f(z)\,dz \cdot \int_t^\infty f(m)\,dm$$

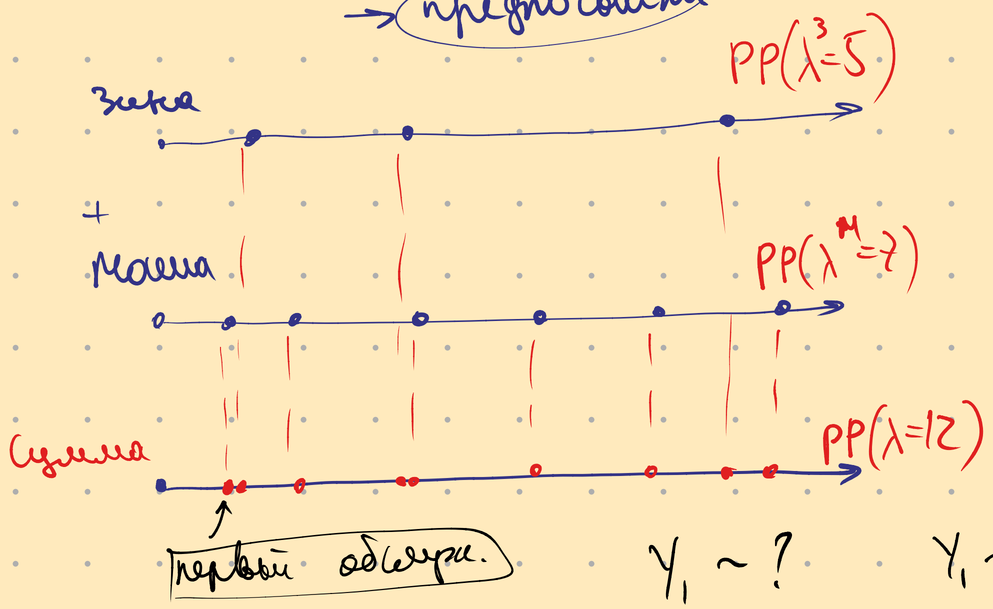
$$= \int_t^\infty 5e^{-5z}\,dz \int_t^\infty 7e^{-7m}\,dm$$

$$= \dots = e^{-12t}$$

$$F(t) = P(Y \le t) = P(Y^З \le t) + P(Y^З > t)\cdot P(Y^М \le t) = \dots = 1 - e^{-12t}$$

$$\boxed{f(t) = 12e^{-12t}}$$

→ предпосылки



$Y_1 \sim ?$ $Y_1 \sim Expo(12)$

$$f(y_1) = \begin{cases} 12e^{-12y_1}, & y_1 \ge 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$