

Домашнее задание 1

Дедлайн: 2024-09-24, 21:00.

1. Вася решает три задачи по теории вероятностей. Вероятности решить каждую задачу по отдельности равны 0.1, 0.2 и 0.5. Решения задач никак не связаны между собой, знание ни одной из задач не помогает решить ни одну другую. Обозначим буквой N общее количество решенных задач.

- а) Найдите все значения N и их вероятности.
- б) Найдите $\mathbb{P}(N \leq 2)$, $\mathbb{E}(N)$ и $\mathbb{E}(N^2)$.

2. За работу Вася получает случайное целое количество ξ баллов, равновероятно распределённое от 1 до n .

Найдите $\mathbb{E}(\xi)$, $\mathbb{E}(\xi^2)$, $\mathbb{E}(\xi^3)$.

3. Берём набор данных по ссылке

https://github.com/bdemeshev/hse_knad_probability_2024_2025/raw/main/home_assignments/ha01_data.csv.

Здесь две переменных: y_i — количество просмотренных Машей рилзов в день i и бинарная переменная x_i ($x_i = A$ — обычный день, $x_i = B$ — день дедлайна по теории вероятностей).

Рассмотрим две гипотезы. Нулевая гипотеза H_0 : приближение дедлайна по вероятностям никак не влияет на количество просмотренных рилзов. Альтернативная гипотеза H_1 : приближение дедлайна в среднем снижает количество просмотренных рилзов.

- а) Посчитайте фактическое значение статистики $S = \bar{y}_B - \bar{y}_A$.
- б) Предполагая, что H_0 верна, сгенерируйте 10000 случайных перестановок меток x и для каждой перестановки посчитайте значение статистики $S^{\text{new}} = \bar{y}_B^{\text{new}} - \bar{y}_A^{\text{new}}$.
- в) Оцените p -значение, в данном случае p -значение — это вероятность $\mathbb{P}(S^{\text{new}} \leq S \mid S, H_0)$.
- г) Для принятия решения, отвергать или нет H_0 , мы используем уровень значимости $\alpha = 0.05$. Отвергаем ли мы H_0 ?

Домашнее задание 2

Дедлайн: 2024-10-01, 21:00.

1. Монетка выпадает орлом T с вероятностью 0.2 и решкой H — с вероятностью 0.8. Илон Маск подбрасывает её 100 раз. За каждую выпавшую комбинацию THT он получает 1\$, а за каждую комбинацию $HHHHHH$ — платит 1\$.

Чему равен ожидаемый выигрыш Маска в эту игру?

Уточнение: комбинации могут пересекаться, например, за $THTHT$ Маск получит 2\$.

2. Бармен Огненной Зебры разбавляет каждую кружку пива независимо от других с общеизвестной вероятностью $p \in (0; 1)$. Ковбой Джо заходит в бар и первым делом сразу заказывает три кружки пива и выпивает их. Затем Джо заказывает по две кружки пива за один раз.

После 3-й, 5-й, 7-й, 9-й, 11-й и далее через каждые две кружки Джо прислушивается к своим ощущениям. Если не менее двух кружек пива из последних трёх кружек разбавлены, то Джо разносит бар к чертям собачьим.

- а) Сколько кружек пива в среднем успеет выпить Джо прежде чем разнесёт Огненную Зебру?
 - б) Если все три последние кружки пива разбавлены, то Джо разносит не только Огненную Зебру, но и всю прилежащую улицу. Какова вероятность данного сценария?
3. Камала Харрис подбрасывает кубик до первого выпадения восьмёрки. Все грани кубика выпадают равновероятно, однако на его шести гранях написаны числа 3, 4, 5, 6, 7, 8. Дональд Трамп подбрасывает правильный октаэдр до выпадения восьмёрки. На гранях октаэдра написаны числа от 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
- а) Постройте гистограмму числа бросков кубика по $B = 10000$ экспериментов.
 - б) Оцените безусловное математическое ожидание числа бросков кубика.
 - в) Оцените безусловную вероятность окончания игры быстрее, чем за 5 бросков кубика.
 - г) Постройте условную гистограмму числа бросков октаэдра, если известно что грани 1 и 2 не выпадали. Общее количество экспериментов здесь должно быть таким, чтобы число число экспериментов, где не выпадали грани 1 и 2 оказалось равным $B = 10000$.
 - д) Оцените условное ожидание числа бросков октаэдра, если грани 1 и 2 не выпадали.
 - е) Оцените условную вероятность окончания игры быстрее, чем за 5 бросков октаэдра, если грани 1 и 2 не выпадали.
-