

Формат

В контрольной будет 6 задач. Задачи имеют равный вес. Продолжительность работы 120 минут. Можно будет использовать в качестве разрешенной шпаргалки один лист А4 со всех шести его сторон.

Вариант «Гоген»

1. Величины (X_i) независимы и равномерно распределены на отрезке $[0, a]$, где $a > 0$. Я наблюдаю величину X_i , если $X_i > a/2$ и 0, если $X_i \leq a/2$.
 - а) Постройте оценку максимального правдоподобия, если я пронаблюдал значения 5, 6, 0.
 - б) Постройте оценку максимального правдоподобия для произвольной выборки y_1, y_2, \dots, y_n .
2. Величины (X_i) независимы и равномерно распределены на отрезке $[0, a]$, где $a > 0$. Я наблюдаю величину X_i , если $X_i > a/2$ и 0, если $X_i \leq a/2$.
 - а) Постройте оценку метода моментов, если я пронаблюдал значения 5, 6, 0.
 - б) Постройте оценку метода моментов для произвольной выборки y_1, y_2, \dots, y_n .

3. Величины (X_i) независимы и одинаково распределены с ожиданием a , дисперсией $2a$ и конечными остальными моментами.

Рассмотрим оценку неизвестного a :

$$\hat{a} = ((X_1 - X_2)^2 + (X_2 - X_3)^2 + \dots + (X_{n-1} - X_n)^2) / 4n.$$

- а) Является ли оценка несмещённой?
 - б) Является ли оценка состоятельной?
4. Величины (X_i) независимы и одинаково распределены с ожиданием a и дисперсией $2a$. Известно, что оценка $\hat{b} = (1 + \bar{X}) / (2 + \bar{X})$ является состоятельной для параметра b . По выборке из 1000 наблюдений оказалось, что $\bar{X} = 2$.
 - а) Найдите стандартную ошибку $se(\hat{b})$ с помощью дельта-метода.
 - б) Постройте 95% асимптотический доверительный интервал для b .
 5. Илон Маск оценивает два параметра, a и b , методом максимального правдоподобия. По выборке из 1000 наблюдений оказалось, что $\hat{a} = 2$, $\hat{b} = 3$. Матрица Гессе в точке максимума равна $H = \begin{pmatrix} -100 & 2 \\ 2 & -400 \end{pmatrix}$.
 - а) Оцените информацию Фишера.
 - б) Постройте 95% асимптотический доверительный интервал для a .
 - в) Постройте 95% асимптотический доверительный интервал для $a - b$.
 6. Среди 500 рептилоидов 200 любят вышки 5G. Среди 700 жителей Нибиру вышки 5G любят 300 жителей.

Постройте 99%-й доверительный интервал для разницы долей рептилоидов и нибирутян, любящих вышки 5G.