

## Формат

В контрольной будет 6 задач. Задачи имеют равный вес. Продолжительность работы 120 минут. Можно будет использовать в качестве разрешенной шпаргалки один лист А4 со всех шести его сторон.

### Вариант «Васко да Гама»

- В пруду встречаются караси, щуки и налимы. Вид каждой выловленной рыбы не зависит от других выловленных рыб. Кот Матроскин поймал 200 рыб: 50 карасей, 70 щук и 80 налимов.
  - С помощью критерия хи-квадрат Пирсона на уровне значимости 5% проверьте гипотезу о том, что вероятности равны 0.2, 0.4 и 0.4, соответственно, против альтернативной гипотезы о том, что хотя бы одна из вероятностей отлична от предлагаемых.
  - Укажите  $p$ -значение для теста из пункта (а).
- Дональд Трамп проверяет 100 нулевых гипотез против 100 альтернативных гипотез с помощью подсчёта  $p$ -значений. Все нулевые гипотезы верны. Предположим, что  $p$ -значения независимы. Дональд отвергает очередную  $H_0$ , если её  $p$ -значение меньше 0.02.
  - Какова вероятность того, что Дональд ошибочно отвергнет хотя бы одну нулевую гипотезу?
  - Какова вероятность того, что Дональд ошибочно отвергнет ровно 2 нулевых гипотезы?
  - Сколько в среднем нулевых гипотез отвергает Дональд?
- Наблюдаемая величина  $X$  распределена равномерно на отрезке  $[0, a]$ , где  $a$  — неизвестный параметр.

Постройте 95%-й интервал вида  $[0, kX]$  для 80%-го квантиля величины  $X$ .
- Величины  $(x_i)$  независимы и одинаково распределены с неизвестным ожиданием  $\mu$  и конечной дисперсией. По выборке размера  $n = 1000$  оказалось, что выборочное среднее равно 20, а несмещённая оценка дисперсии  $x_i$  равна 500.

Винни-Пух хочет протестировать гипотезу  $H_0: \mu = 15$  против альтернативы  $H_1: \mu > 15$  на уровне значимости 5%.

  - Проведите данный тест с помощью сравнения критического и наблюдаемого значения классической статистики.
  - Укажите  $p$ -значение для теста из пункта (а).
- Известны результаты шести студентов по первой контрольной работе  $x = (43, 56, 59, 48, 29, 63)$  и результаты тех же студентов по второй работе  $y = (48, 50, 66, 40, 39, 59)$ .

Предположим, что разницы результатов независимы и одинаково непрерывно симметрично распределены с ожиданием  $\mu$ .

С помощью теста знаковых рангов Уилкоксона проверьте гипотезу  $\mu = 0$  против альтернативы  $\mu \neq 0$  на уровне значимости 5%.
- Априорное распределение параметра  $a$  является равномерным на отрезке  $[0, 10]$ . Ненаблюдаемая величина  $Y$  равномерно распределены на отрезке  $[0, 20]$ . Известно, что  $Y$  оказалось больше  $a$ .

- а) Найдите апостериорное распределение параметра  $a$ .
- б) Найдите апостериорное ожидание и медиану параметра  $a$ .
- в) Постройте любой 94% апостериорный интервал для  $a$ .