1. Все величины (u_t), $v(0)$, $v(1)$, $v(2)$ независимы, одинаково распределены и равновероятно принимают значения $+1$ и (-1). Рассмотрим процесс

$$\begin{cases} r_t = t \bmod 3, \text{ (остаток от деления } t \text{ на 3)} \\ y_t = 100v(r_t) + u_t + 0.5u_{t-1}. \end{cases}$$

   (a) [2] Нарисуйте пару «типичных» траекторий процесса (y_t).

   (b) [3] Является ли процесс (y_t) слабо стационарным?

   (c) [3] Представим ли данный процесс в виде $MA(\infty)$ процесса?

   (d) [2] Правда ли, что

$$\operatorname{plim} \sum_{t=2}^{T} y_t y_{t-1}/T = \mathbb{C}\mathrm{ov}(y_1, y_2)?$$

2. Динамика количества ежей в лесу (y_t) описывается полугодовым $ETS(AAdA)$ процессом:

$$\begin{cases} u_t \sim \mathcal{N}(0, 9) \\ s_t = s_{t-2} + 0.1u_t \\ b_t = 0.9b_{t-1} + 0.1u_t \\ \ell_t = \ell_{t-1} + 0.9b_{t-1} + 0.2u_t \\ y_t = \ell_{t-1} + 0.9b_{t-1} + s_{t-2} + u_t \end{cases}$$

   Известно, что $s_{100} = 2$, $s_{99} = -3$, $\ell_{100} = 200$, $b_{100} = 1$.

   (a) [6] Постройте 95%-й предиктивный интервал количества ежей y_{102} через год.

   (b) [4] Запишите эту модель в виде $A(L)y_t = B(L)u_t$, где $A(L)$ и $B(L)$ взаимно-простые лаговые многочлены.