



# Матанализ для физиков

*Дорогой друг!*

*Перед тобой заочная контрольная по курсу “Матанализ для физиков”. Нам было очень приятно работать с тобой — теперь работай без нас :)*

*Никита и Артём.*

1. Найди производные функций  $\sin x^2$ ,  $\tan x$ ,  $e^{x^2}$ ,  $x^2 \sin \cos x^4$ .
2. Найди первообразные функций  $(x - 1)^2$  и  $(2/3)x - 1$ .
3. Прямоугольник  $ABCD$  вписан в окружность радиуса  $R$ . Найди максимальную площадь такого прямоугольника.
4. Через резистор сопротивления  $R$  течёт переменный ток  $I(t) = I_0 \cos \omega t$ . Найди теплоту  $Q$ , выделяющуюся на этом резисторе за полный период  $T = 2\pi/\omega$ .
- 5\*. Камень массы  $m$  бросают вертикально с начальной скоростью  $v_0$ , на камень действует сила тяжести  $mg$  и сила сопротивления воздуха  $\vec{F}(v) = -\gamma \vec{v}$ .
  - (a) Запиши дифференциальное уравнение движения камня в поле тяжести. Найди зависимость  $v(t)$ .
  - (b) Найди, через какое время  $t^*$  после броска скорость камня станет равной нулю? Покажи, что в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  мы имеем  $t^* = v_0/g$ .
  - (c) По имеющейся зависимости  $v(t)$  найди зависимость  $x(t)$ . Найди максимальную высоту  $x(t^*)$ , на которую поднимется камень. Покажи, что в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  мы имеем  $x(t^*) = v_0^2/2g$ .