

Содержание

1	Посади дерево!	1
2	К чёрту условности!	2
3	Не комплексуй без комплексных чисел	2
4	У нас много комплексов	3
5	Ноль без палочки	3
6	Сферическая блоха. Ой, сфера Блоха	3
7	Вентиль Адамара	3
8	Возможные действия	3
9	Алгоритм Дойча	3
10	Два кубита — два весёлых друга	3
11	Действия на паре кубитов	4
12	Алгоритм Гровера: 2 кубита	4
13	Алгоритм Гровера: 3 кубита	4
14	Алгоритм Саймона: 2 кубита	4
15	Решения	4

Цель

Рассказать про квантовые вычисления девятиклассникам. Дойти до алгоритма Гровера с нуля, включая рассказ про вероятности и комплексные числа.

Спорные моменты:

- полный отказ от матриц, только обозначения Дирака;
- что делать с экспонентой e ?

1. Посади дерево!

- 1.1 В вазе пять неотличимых с виду конфет. Две без ореха и три — с орехом. Маша ест конфеты выбирая их наугад до тех пор, пока не съест первую конфету с орехом. Обозначим X — число съеденных конфет. Найди вероятности $\mathbb{P}(X = 2)$, $\mathbb{P}(X > 1)$ и ожидание $\mathbb{E}(X)$.
- 1.2 В коробке находится четыре внешне одинаковые лампочки, две из них исправны. Лампочки извлекают из коробки по одной до тех пор, пока не будут извлечены обе исправные.

1. Какова вероятность того, что опыт закончится извлечением трёх лампочек?
2. Каково ожидаемое количество извлеченных лампочек?

1.3 Маша подкидывает монетку. Если она выпадает орлом, то Маша подкидывает монетку ещё один раз, если решкой — то ещё два раза. После этого Маша идёт в кино! Пусть X — количество выпавших орлов.

Найди вероятности $\mathbb{P}(X = 0)$, $\mathbb{P}(X = 1)$ и ожидание $\mathbb{E}(X)$.

1.4 Две команды равной силы играют в волейбол до трёх побед одной из них, не обязательно подряд. Ничья невозможна. Из-за равенства сил будем считать, что вероятность победы каждой равна 0.5. Величина N — количество сыгранных партий.

Составьте табличку возможных значений N с их вероятностями.

Найди вероятность $\mathbb{P}(N - \text{чётное})$ и ожидание $\mathbb{E}(N)$.

2. К чёрту условности!

Определение 1. Условная вероятность события A при условии, что событие B произошло,

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

3. Не комплексуй без комплексных чисел

Определение 2. Комплексное число — это вектор на плоскости.

Страшные слова:

1. Длина вектора — модуль комплексного числа, $|z|$.
2. Угол между вектором и горизонтальной осью — аргумента комплексного числа, $\text{Arg } z$.
3. Горизонтальная составляющая вектора — действительная часть, $\text{Re } z$.
4. Вертикальная составляющая вектора — мнимая часть, $\text{Im } z$.

Действия:

1. Сложение комплексных чисел — сложение векторов.
2. Умножение комплексных чисел — длины векторов умножаются, аргументы складываются.

- 3.1
1. У комплексного числа $w = 3 + 4i$ найди $|w|$, $|w|^2$, $\text{Arg } w$, $\text{Re } w$.
 2. Найди из геометрического определения i^2 , $(1 + i)^2$, $(1 + i)/(1 - i)$, $(3 + 5i) \cdot (3 + 3i)$;
 3. Найди $(1 + i)^{43}$, $(1 - i)^{2018}$;

3.2 Реши уравнения $z^2 + 6z + 10 = 0$, $z^6 = 64$, $(z - 1)/(z + 1) = 1 + 3i$.

4. У нас много комплексов

5. Ноль без палочки



6. Сферическая блоха. Ой, сфера Блоха

7. Вентиль Адамара

Вентиль Адамара.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|)$$

8. Возможные действия

9. Алгоритм Дойча



10. Два кубита — два весёлых друга

10.1 Алиса посылает Бобу пару кубитов в состоянии¹

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle + \frac{1}{2} |10\rangle + \frac{1}{2} |11\rangle$$

1. Если Боб измерит сразу оба кубита, то каковы будут вероятности каждого состояния?
2. Боб решил измерить только первый кубит. Каковы вероятности измерить $|0\rangle$ и $|1\rangle$? В каких состояниях при этом окажется второй кубит?
3. Боб решил измерить только второй кубит. Каковы вероятности измерить $|0\rangle$ и $|1\rangle$? В каких состояниях при этом окажется первый кубит?

¹Конечно, это состояние кубитов, а не Алисы!

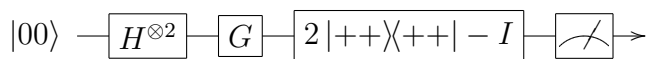
11. Действия на паре кубитов

11.1 Что получит Алиса, если применит действие $H^{\otimes 2}$ к паре кубит

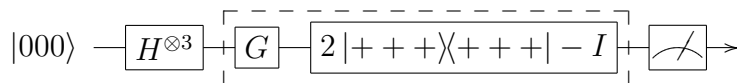
$$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$$

11.2 Приведи пример действия A на паре кубит, которое невозможно представить в виде тензорного произведения действий. То есть невозможно придумать такие однокубитные действия B и C , что $A = B \otimes C$.

12. Алгоритм Гровера: 2 кубита



13. Алгоритм Гровера: 3 кубита



14. Алгоритм Саймона: 2 кубита

15. Решения

1.1. $\mathbb{P}(X = 1) = 3/5, \mathbb{P}(X = 2) = 3/10, \mathbb{P}(X = 3) = 1/10, \mathbb{E}(X) = 1.5$

1.2.

1.3.

1.4. N 3 4 5

2/8 3/8 3/8

3.1.

3.2.

10.1.

11.1.

11.2. Например, $CNOT = |00\rangle\langle 00| + |01\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 11| + |11\rangle\langle 10|$.