- 1. Города А и В соединены железной дорогой длиной 60 км. Поезда в обе стороны отправляются в каждый час одновременно, время в пути 1 час. Стрелочник, живущий около железной дороги, любит подойти к окну, дождаться первого проходящего мимо поезда и записать его направление. Поезда обоих направлений в его записях встречаются одинаково часто.
  - а) На каком расстоянии от ближайшего города он живёт?
  - б) Сколько в среднем он ждёт поезда?
- 2. Аня хватается за верёвку в форме окружности в произвольной точке. Боря берёт мачете и с завязанными глазами разрубает верёвку в двух случайных независимых местах. Аня забирает себе тот кусок, за который держится. Боря забирает оставшийся кусок. Вся верёвка имеет единичную длину.
  - а) Найдите вероятность того, что у Ани верёвка длиннее.
  - б) Чему равен ожидаемый длина куска верёвки, доставшегося Ане?
- 3. Неуловимый Джо подбрасывает правильную монетку бесконечное количество раз.
  - а) Какая комбинация скорее всего выпадет раньше HH или TTT? HTT или TTH?
  - б) Сколько бросков в среднем надо сделать до выпадения HH?
- 4. В ювелирном магазине широко открыта дверь, а на открытой витрине лежат 150 колец и 420 кулончиков. Пока продавщица болтает по телефону проказница-сорока залетает в магазин хватает по одному украшению наугад и относит к себе в гнездо до полного опустошения магазина.
  - Какова вероятность того, что в какой-то момент времени кроме изначального в гнезде сороки колец будет столько же, сколько кулончиков?
- 5. Андрей Абрикосов, Борис Бананов и Вова Виноградов играют одной командой в игру. В комнате три закрытых внешне неотличимых коробки: с абрикосами, бананами и виноградом. Общаться после начала игры они не могут, но могут заранее договориться о стратегии. Они заходят в комнату по очереди. Каждый из них может открыть две коробки по своему выбору. Перед следующим игроком коробки закрываются. Если Андрей откроет коробку абрикосами, Борис с бананами, а Вова с виноградом, то они выигрывают. Если хотя бы один из игроков не найдёт свой фрукт, то их команда проигрывает.

Какова их оптимальная стратегия? А какова их наихудшая стратегия?

6. Злобный Дракон поймал принцесс Настю и Сашу и посадил в разные башни. Перед каждой из принцесс Злобный Дракон подбрасывает один раз правильную монетку. А дальше даёт каждой из них шанс угадать, как выпала монетка у её подруги. Если хотя бы одна из принцесс угадает, то Злобный Дракон отпустит принцесс на волю. Если обе принцессы ошибутся, то они навсегда останутся у него в заточении.

Подобная практика у Злобного Дракона исследователями была отмечена уже давно, поэтому принцессы имели достаточно времени договориться на случай вероятного похищения.

Как следует поступать принцессам при подобных похищениях?

7. Маша и Саша играют в быстрые шахматы. У них одинаковый класс игры и оба предпочитают играть белыми потому, что выигрывают белыми с вероятностью 0.7. В ничью они никогда не играют. Партии играются до 10 побед. Первую партию Маша играет белыми.

Она считает, что в следующей партии белыми должен играть тот, кто выиграл предыдущую партию. Саша считает, что ходить белыми нужно по очереди.

При каком варианте правил у Маши больше шансы выиграть?