1 Байесовские сети

2 Марковские цепи

1. Шахматный конь начинает в клетке A1. Каждый свой ход он выбирает равновероятно из возможных. Какова вероятность того, что через много-много ходов он окажется в клетке H8? Сколько в среднем длится путь от клетки A1 до клетки A1?

3 Простые байесовские задачи

1. Случайные величины X_i независимы и одинаково распределены с табличкой

X	1	2	6
$\mathbb{P}()$	β	2β	$1-3\beta$

   Известно, что $X_1 = 1$, $X_2 = 2$, $X_3 = 2$, $X_4 = 4$.

   (a) Найдите оценку $\hat{\beta}$ методом моментов

   (b) Найдите оценку $\hat{\beta}$ методом максимального правдоподобия

   (c) Предположим, что β равномерно на отрезке $[0; 1/3]$. Найдите апостериорную условную функцию плотности β с учётом полученных наблюдений. С какой функцией она совпадает?

   (d) Предположим, что β имеет функцию плотности $f(t) = 18t$ на отрезке $[0; 1/3]$. Найдите апостериорную функцию плотности β.

4 Компьютерные

1. Макар-Лиманов
2. Своя собственная регрессия
3. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для биномиального распределения $Bin(n, p)$ из равновероятного на множестве $\{0, 1, 2, \ldots, n\}$
4. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для биномиального распределения $Bin(n, p)$ из симметричного случайного блуждания на $\mathbb{Z}$
5. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для геометрического распределения $Geom(p)$ из симметричного случайного блуждания на $\mathbb{Z}$
6. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для пуассоновского распределения $Pois(\lambda)$ из симметричного случайного блуждания на $\mathbb{Z}$
7. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для функции плотности $\pi(x) \sim \exp(-x^2)(3 + x^2 + \cos x)$ из нормального $N(0, 1)$. Из нормального $N(0, \sigma^2)$
8. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для функции плотности $\pi(x) \sim \exp(-x^2)(3 + x^2 + \cos x)$ из случайного блуждания $X_{t+1} = X_t + \varepsilon_t$, где $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$. Вариант с $N(0, \sigma^2)$
9. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для стандартного нормального распределения $N(0, 1)$ из случайного блуждания $X_{t+1} = X_t + \varepsilon_t$, где $\varepsilon_t \sim U[-1, 1]$
10. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для двумерного нормального распределения $N(0, A)$, $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ из случайного блуждания $X_{t+1,i} = X_{t,i} + \varepsilon_{t,i}$, где $\varepsilon_{t,i} \sim U[-1, 1]$.
11. Используя алгоритм Метрополиса-Хастингса сгенерите выборку для двумерного распределения с функцией плотности $p(x, y) = \exp(-4x^2 - 6y^2 + 2x - y + xy)$, $x > 0$, $y > 0$ из случайного блуждания $X_{t+1,i} = X_{t,i} + \varepsilon_{t,i}$, где $\varepsilon_{t,i} \sim U[-1, 1]$.