

Эконометрика: доказательства

Борис Демешев

2019-03-12

Оглавление

1	Introduction	5
2	МНК без статистических предпосылок	9

Глава 1

Introduction

Текущий план:

1. Метод главных компонент и кластеризация
2. МНК без статистических предпосылок
3. МНК и дисперсия
4. МНК и нормальные ошибки
5. МНК и большие выборки
6. Гетероскедастичность
7. Эндогенность
8. Метод максимального правдоподобия
9. Логит и пробит
10. Деревья и леса
11. Временные ряды
12. Немного панельных данных

You can label chapter and section titles using `{#label}` after them, e.g., we can reference Chapter 1. If you do not manually label them, there will be automatic labels anyway, e.g., Chapter ??.

Figures and tables with captions will be placed in figure and table environments, respectively.

```
par(mar = c(4, 4, .1, .1))  
plot(pressure, type = 'b', pch = 19)
```

Reference a figure by its code chunk label with the `fig:` prefix, e.g., see Figure 1.1. Similarly, you can reference tables generated from `knitr::kable()`, e.g., see Table 1.1.

```
knitr::kable(  
  head(iris, 20), caption = 'Here is a nice table!',  
  booktabs = TRUE  
)
```

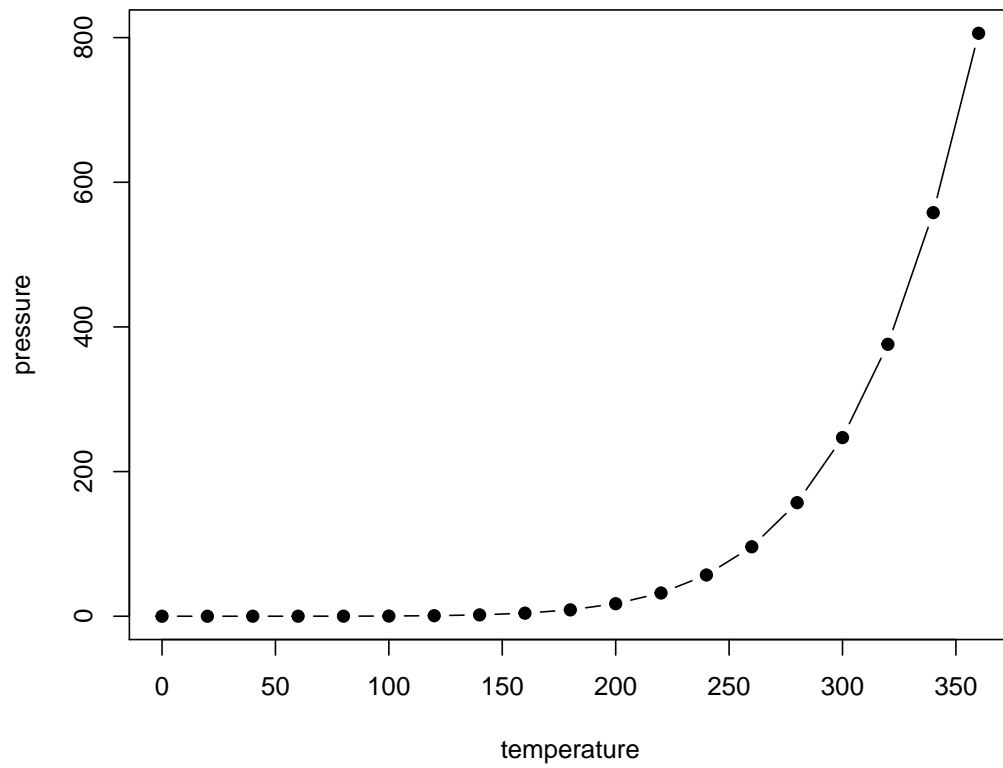


Рис. 1.1: Here is a nice figure!

You can write citations, too. For example, we are using the `bookdown` package (Xie, 2018) in this sample book, which was built on top of R Markdown and `knitr` (Xie, 2015).

Таблица 1.1: Here is a nice table!

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
5.0	3.4	1.5	0.2	setosa
4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
4.9	3.1	1.5	0.1	setosa
5.4	3.7	1.5	0.2	setosa
4.8	3.4	1.6	0.2	setosa
4.8	3.0	1.4	0.1	setosa
4.3	3.0	1.1	0.1	setosa
5.8	4.0	1.2	0.2	setosa
5.7	4.4	1.5	0.4	setosa
5.4	3.9	1.3	0.4	setosa
5.1	3.5	1.4	0.3	setosa
5.7	3.8	1.7	0.3	setosa
5.1	3.8	1.5	0.3	setosa

Глава 2

МНК без статистических предпосылок

Теорема.

Рассмотрим модель $y = X\beta + u$. С помощью МНК мы получаем оценки коэффициентов $\hat{\beta}$, прогнозы \hat{y} и остатки \hat{u} . Выполним кросс-валидацию, то есть по очереди будем оценивать модель без первого наблюдения, потом без второго, потом без третьего и так далее n раз. Каждый раз будем прогнозировать значение зависимой переменной для выкинутого наблюдения и получим вектор кросс-валидационных прогнозов \hat{y}^{CV} и вектор ошибок прогнозов \hat{u}^{CV} .

При этом окажется, что

$$\hat{u}_i = (1 - H_{ii}) \cdot \hat{u}_i^{CV},$$

где H — матрица-шляпница, $H = X(X'X)^{-1}X'$.

Доказательство.

Оценим модель без последнего наблюдения, $\hat{y}^- = X^- \hat{\beta}^-$.

Создадим вектор y^* , который будет отличаться от y только последним, n -м элементом: вместо настоящего y_n там будет стоять прогноз по модели без последнего наблюдения \hat{y}_n^- .

Раз уж мы добавили новую точку лежащую ровно на выборочной регрессии, то при оценки модели $\hat{y}^* = X \hat{\beta}^*$ мы получим в точности старые оценки $\hat{\beta}^* = \hat{\beta}^-$. Следовательно, и прогнозы эти две модели дают одинаковые, $\hat{y}_i^* = \hat{y}_i^-$.

А теперь посмотрим на последний элемент вектора $v = H(y^* - y)$.

С одной стороны, он равен последней строке матрицы H умножить на вектор $(y^* - y)$. В векторе $(y^* - y)$ только последний элемент ненулевой, поэтому $v_n = H_{nn}(\hat{y}_n^- - y_n)$.

С другой стороны, мы можем раскрыть скобки, и заметить, что $v = Hy^* - Hy$. И окажется, что $v_n = \hat{y}_n^* - \hat{y}_n = \hat{y}_n^- - \hat{y}_n$.

Отсюда

$$\hat{y}_n^- - \hat{y}_n = H_{nn}(\hat{y}_n^- - y_n)$$

Приводим подобные слагаемые и добавляем слева и справа y_n , получаем как раз то, что нужно:

$$y_n - \hat{y}_n = (1 - H_{nn})(y_n - \hat{y}_n^-)$$

Литература

Xie, Y. (2015). *Dynamic Documents with R and knitr*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida, 2nd edition. ISBN 978-1498716963.

Xie, Y. (2018). *bookdown: Authoring Books and Technical Documents with R Markdown*. R package version 0.9.