

1. Предположим, что  $A$  — матрица констант, а  $X$  — матрица переменных, найдите  $d(XAX)$ . Как упростится ответ, если  $AX = XA$ ?
2. Задана зависимость  $y_i = \beta x_i + u_i$ , ошибки  $u_i$  нормальны  $\mathcal{N}(0; 1)$ . Исследователь Василий использует следующий способ построения прогнозов:  $\hat{y}_f = \gamma \cdot \hat{\beta} x_f$ , где  $\hat{\beta}$  — это оценка МНК, а  $\gamma$  — некоторая константа. При каком  $\gamma$  ожидаемый квадрат ошибки прогноза будет минимальным? Как на практике подобрать такое  $\gamma$ ?
3. Как изменится энтропия дискретной величины  $X$ , если величину домножить на 20? А если у величины  $X$  есть функция плотности?
4. Постройте классификационное дерево для прогнозирования  $y$  с помощью  $x$  и  $z$  на обучающей выборке:

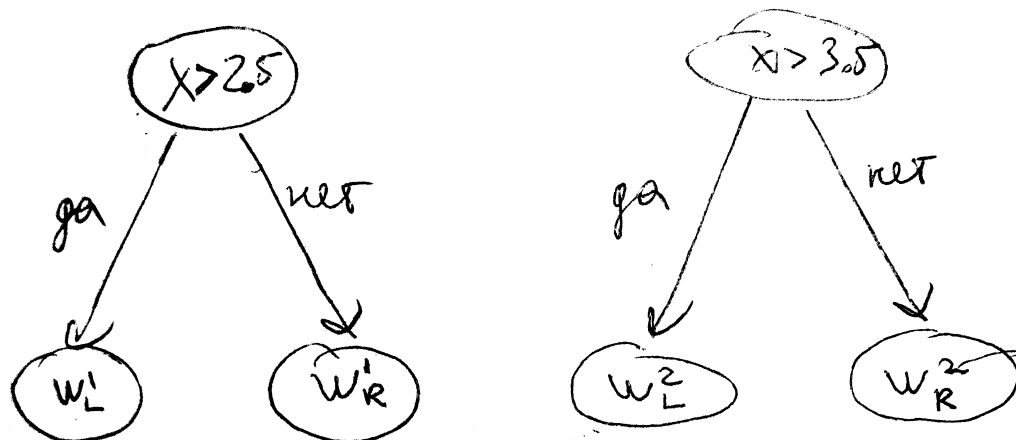
$x_i$	0	0	0	1	1
$z_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	0	1	1	0	0

Критерий деления узла на два — минимизация индекса Джини. Дерево строится до идеальной классификации.

5. На плоскости расположены колонии рыжих и чёрных муравьёв. Рыжих колоний три и они имеют координаты  $(-1, 1)$ ,  $(1, -1)$  и  $(1, 1)$ . Чёрных колоний одна и она имеет координаты  $(0, 0)$ .
  - а) Поделите плоскость на «зоны влияния» рыжих и чёрных используя метод одного и трёх ближайших соседей.
  - б) С помощью кросс-валидации с выкидыванием отдельных наблюдений выберите оптимальное число соседей  $k$  перебрав  $k \in \{1, 3\}$ . Целевой функцией является количество несовпадающих прогнозов.
6. Машин-лёрнер Василий лично раздобыл выборку из четырёх наблюдений.

$x_i$	1	2	3	4
$y_i$	6	6	12	18

Два готовых дерева для бустинга Василий подглядел у соседа:



Василий решил использовать бустинг с темпом обучения  $\eta$ . Прогнозы в каждом листе конкретного дерева Василий строит минимизируя функцию:

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \lambda \sum_{j=1}^T w_j^2,$$

где  $y_i$  — прогнозируемое значение для  $i$ -го наблюдения,  $n$  — количество наблюдений,  $w_j$  — прогноз в  $j$ -ом листе,  $T$  — количество листов на дереве.

Какие прогнозы внутри обучающей выборки получит Василий при  $\eta = 1$  и  $\lambda = 0.5$ ?