

$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$X \sim \text{Geom}(p) \quad (2 \text{ расп})$$

$$X \sim N\text{Bin}(r, p)$$

$$X \sim M\text{Geom}(N, K, n)$$

Номер 4

Численное выражение и мат. ожидание

Как выразить число методом $E(\cdot), P(\cdot)$?

Пример

ω	"лево"	"право"	"равно"
$P(\omega)$	$0,2$ $\frac{0,2}{0,2+0,3}$	$0,3$ $\frac{0,3}{0,2+0,3}$	$0,5$
$X(\omega)$	$+12^\circ$	$+7^\circ$	$+5^\circ$
$S(\omega)$	50	60	1

$$E(S) \stackrel{?}{=} \frac{50 \cdot 0,2 + 60 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,5}{0,2+0,3}$$

$$P(X > 6^\circ) ? = 0,5$$

$$P(S < 55) ? = 0,7 \quad \beta = \{\text{недостаток}\}$$

$$\beta = \{a, b\}$$

$$P(X > 6^\circ | B) = 1$$

$$P(V < 55 | B) =$$

$$E(V | B) = 50 \cdot \frac{0,2}{0,2+0,3} + \frac{0,3}{0,2+0,3} \cdot 60 + 1 \cdot 0 = 70 + 36 = 56$$

Случай непрерывен при $P(A)$ и $P(A|B)$

$$E(A) \text{ и } E(X|B)$$

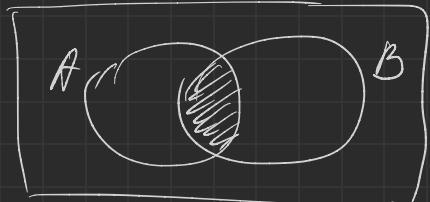
"если", "предположим"

$X - CB$.

① Задумано вероятности невозможных исходов

② Определено условные вероятности отдельных возможных исходов

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$P(U < 55 | B) = \frac{P(U < 55, B)}{P(B)} = \frac{P(a)}{P(a) + P(b)} = \frac{0,2}{0,3 + 0,2} = 0,4$$

$$E(X|B) = \frac{1}{P(B)} \cdot E(X \cdot I(B))$$

Dsp. $I(B)$ - индикатор B -это CB , публик 1, если B произошло и 0 иначе

$$E(X \cdot I(B)) = 12 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0$$

$$E(X \cdot I(B)) \cdot \frac{1}{P(B)}$$

$X - CB$

$Y - CB$

$\{Y=2\}$ - четные

$\{X=1\}$ - нечетные

a, b, c, d, e, f - исходы

		$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$	
		a	b	c	
$X=1$	$Y=1$	$0,1$	$0,1$	$0,3$	
	$Y=2$	$0,2$	$0,2$	$0,1$	f

a) $P(Y=2 | X=1) = \frac{P(Y=2, X=1)}{P(X=1)} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2$ $S = \{a, b, c, e, d, e, f\}$

$$E(Y | X=1) = \frac{1}{P(X=1)} \cdot E(Y \cdot I(X)) = \frac{1}{0,5} \cdot (1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,8)$$

$$= \frac{1,2}{0,5} = 2,4.$$

$$P(A|B) = \text{вероятн} \quad E(X|B) = \text{вероятн}$$

↑ ↑
 вероятн вероятн
 вероятн вероятн

$$P(A|y) \leftarrow CB$$

↑ ↑
 вероятн вероятн
 вероятн CB

$$E(X|y) \leftarrow CB$$

↑ ↑
 CB CB

Если знаем y и не знаем X .

$$A = \{x=1\}$$

$$P(X=1|y) \stackrel{?}{=}$$

$$\stackrel{?}{=} \left(\frac{3}{7} \cdot I(y=3) + \frac{5}{7} I(y \neq 3) \right)$$

CB

$$E(X|y) = \frac{5}{7} \cdot I(y \neq 3) + \frac{5}{7} \cdot I(y=3)$$

видят	могут	$P(X=i y)$	$E(X y)$
α	$y=1$	$\frac{0,1}{0,1+0,2} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{5}{3}$
b	$y=2$	$\frac{0,1}{0,1+0,2} = \frac{1}{3}$	$= \frac{5}{3}$
c	$y=3$	$\frac{0,5}{0,3+0,1} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{5}{4}$
d	$y=1$	$\frac{0,1}{0,1+0,2} = \frac{1}{3}$	$= \frac{5}{3}$
e	$y=2$	$\frac{0,1}{0,1+0,2} = \frac{1}{3}$	$= \frac{5}{3}$
f	$y=3$	$\frac{0,5}{0,3+0,1} = \frac{3}{4}$	$= \frac{5}{4}$

$$\text{Problem: } \left(\frac{\frac{5}{4} - \frac{5}{3}}{2} \right) \left(|y - 1,5|^2 - 2,25 \right) + \frac{5}{4}$$

Dsp

$$P(A|X) = I(X = u_1) \cdot P(A|X = u_1) + I(X = u_2) \cdot P(A|X = u_2)$$

$$P(A|X) = \sum_u I(X = u) \cdot P(A|X = u)$$

$$P(A|X) = CB$$

\uparrow \uparrow
 const CB

$$E(Y|X) = CB$$

\uparrow \uparrow
 CB CB

Dsp

$$E(Y|X) = \sum_u \underbrace{I(X = u)}_{\text{rechteckig}} \cdot \underbrace{E(Y|X = u)}_{\substack{\text{rechts} \\ \text{eine Zahl}}} = CB$$

rechteckig
 rechts
 eine Zahl

Зад.

	$y=1$	$y=2$	$y=3$	$y=4$
$x=1$	0,1	0,1	0,1	0,1
$x=2$	0,1	0,1	0,1	
$x=3$	0,1	0,1		
$x=4$	0,1			

$$A = \{x \leq 2\} \quad B = \{x = 2\}$$

0,7 0,3

a) $P(A)$, $P(B)$

5) $E(X) = 0,4 \cdot 1 + 0,3 \cdot 2 + 0,2 \cdot 3 + 0,1 \cdot 4 = 2$. $E(y) = 2$

$$E(X \cdot y) = 1 \cdot 0,7 + 2 \cdot 0,1 \cdot 2 + \dots = 3,5.$$

6) $P(A|B) = 1$

$$P(B|A) = \frac{3}{7}$$

7) $E(X|A) = \frac{0,1 \cdot 4 + 0,1 \cdot 3}{0,7} = \frac{10}{7}$

$$E(y|A) = \frac{0,2 + 0,4 + 0,6 + 0,4}{0,7} = \frac{16}{7}$$

g) $P(A|x)$

$$P(A|x=1) = 1 \quad P(A|x=2) = 1$$

$P(A)$ - вероятность
$P(x)$ - вероятность
$P(A x)$ - вероятность
$P(x A)$ - вероятность

$$P(A | X=3) = 0 \quad P(A | X=4) = 0$$

$$P(A | X) = I(X \leq 2)$$

$$P(A | Y)$$

$$P(A | Y=1) = 0,5 \quad P(A | Y=2) = \frac{2}{3}$$

$$P(A | Y=3) = 1 \quad P(A | Y=4) = 1$$

$$P(A | Y) = 0,5 I(Y=1) + \frac{2}{3} I(Y=2) + I(Y \geq 3)$$

τ	1	0,5	$\frac{2}{3}$
$P(R=\tau)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$

$$e) \quad E(X|Y) \quad E(Y|X)$$

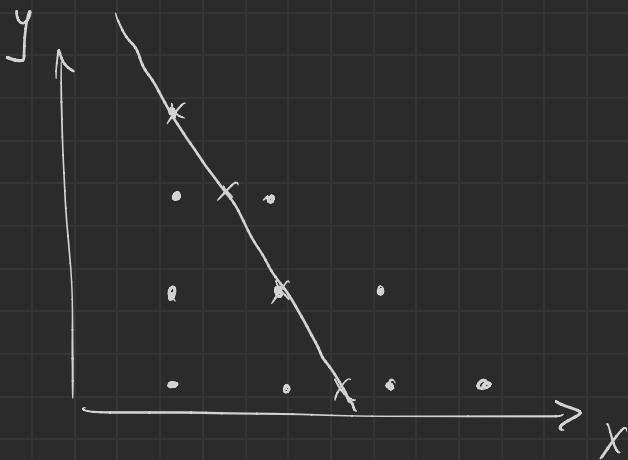
$$E(X | Y=1) = \underbrace{0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 2 + 0,1 \cdot 3 + 0,1 \cdot 4}_{0,1 \cdot 4} = 2,5$$

$$E(X | Y=2) = \frac{0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 2 + 0,1 \cdot 3}{0,1 \cdot 3} = 2$$

$$E(X | Y=3) = \frac{0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot 2}{0,1 \cdot 2} = \frac{3}{2}$$

$$E(X | y=1) = \frac{0,7 \cdot 1}{0,7} = 1$$

$$E(X|y) = 2,5 I(y=1) + 2 I(y=2) + 1,5 I(y=3) + \\ + I(y=4) = 3 - \frac{y}{2}$$



$$E(X|y) = 3 - \frac{y}{2}$$

Upp. $E(7|x) = 7$

$$E(X|x) = X$$

$$E(X^2|x) = X^2$$

Оп. cos A и cos B независимы

$$P(A) = P(A|B) \text{ или } P(B) = P(B|A)$$

изотония \uparrow (и) изотония \uparrow

$$P(A) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow [P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)] \leftarrow \text{однозначно}$$

Оп.* CB X и CB Y независимы, если
независимы любые * подмножества $A = \{X \in M_x\}$

$$\text{и } B = \{Y \in M_y\} \quad M_x \subseteq \mathbb{R}, M_y \subseteq \mathbb{R}$$

$$A = \{x \in M_x\}$$

M_x

 $\longrightarrow \mathbb{R}$

$$B = \{y \in M_y\}$$

M_y

 $\longrightarrow \mathbb{R}$

Пример: X и Y независимы

$$A = \{X \leq 3\} \quad B = \{Y \in [5, 17]\}$$

Далее определим $P(A)$ и $P(B)$ соответственно.

Пример:

		$y=1$	$y=2$	$P(X \leq 1,5) = 0,2$
		$x=1$	$0,1$	$P(y \leq 1,5) = 0,5$
$x=2$		$0,4$	$0,4$	$P(X \leq 1,5, Y \leq 1,5) = 0,1 =$
				$= 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$

$$M_x = (-\infty, 1,5].$$

$$M_y = (-\infty, 1,5]$$

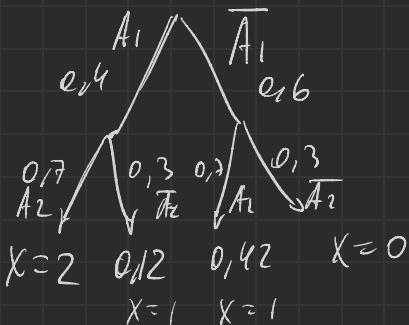
Теорема Если X и Y непрерывные случайные величины с плотностью вероятности, то для изучения совместной X и Y необходимо изучить совместность

$$A = \{X = x\} \cup B = \{Y = y\} \text{ где } x, y$$

(7.2) а) $1 - 0,28 - 0,18 = 0,54$ $A_1 = \{\text{непр. } ox - \text{к нанан}\}$
 $\underline{0,46}$ $A_2 = \{\text{бетон} ox - \text{к нанан}\}$

X - нан-бо нане в
грунте

$$a) P(X=1) = P(A_1 \cap \overline{A}_2) + P(A_2 \cap \overline{A}_1)$$



$$\text{d}) P(A_1 | X=1) = \frac{P(A_1, X=1)}{P(X=1)} = \frac{0.12}{0.24} = \frac{12}{24} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

$$P(A_1 | X)$$

$$P(A_1 | X=0) = \frac{P(A_1, X=0)}{P(X=0)} = 0$$

$$P(A_1, X=2) = \frac{P(A_1, X=2)}{P(X=2)} = \frac{0.28}{0.28} = 1$$

$$P(A_1 | X) = I(X=2) + \frac{2}{9} I(X=1)$$

$P(X|A_1)$ - mygtas ir spelyb

(7.4)

a) Q - non-ho Tygaf.

$$P(Q \geq 2 | Q \geq 1) = ?$$

$$P(Q \geq 2 | Q \geq 1) = \frac{P(Q \geq 2)}{P(Q \geq 1)} \approx 0,37$$

$$P(Q=1) = \frac{C_4^1 C_{48}^{12}}{C_{52}^{13}} \quad P(Q \geq 2) = 1 - \frac{C_{48}^{13}}{C_{52}^{13}} - \frac{4 C_{48}^{12}}{C_{52}^{13}}$$

$$P(Q=2) = \frac{C_4^2 C_{48}^{11}}{C_{52}^{13}} \quad P(Q \geq 1) = 1 - \frac{C_{48}^{13}}{C_{52}^{13}}$$

$$P(Q=3) = \frac{C_4^3 C_{48}^{10}}{C_{52}^{13}}$$

$$P(Q=4) = \frac{C_4^4 C_{48}^9}{C_{52}^{13}}$$

$$P(Q=0) = \frac{C_{48}^{13}}{C_{52}^{13}}$$

$$\text{of } P(Q \geq 1 | B) = \frac{P(Q \geq 2, B)}{P(B)}$$

B = "es ist Tag nun"

TA x 1

TMN x 3

MT x 48

$$P_1 = P(B) = \frac{C_{51}^{12}}{C_{52}^{13}}$$

$$P_2 = P(Q=1, B) = \frac{C_3^1 C_{48}^{11}}{C_{52}^{13}}$$

$$= P(Q=2, B) = \frac{C_3^2 C_{48}^{10}}{C_{52}^{13}}$$

$$= P(Q=3, B) = \frac{C_{48}^9}{C_{52}^{13}}$$

$$\textcircled{c} \quad \frac{C_3^1 C_{48}^{11} + C_3^2 C_{48}^{10} + C_{48}^9}{C_{51}^{12}}$$

(7.12) I Manu 2 getest.

$P_M = \frac{1}{2}$ - Leistungsfähigkeit manuelle und erg. Reduktion

$$P_A = \frac{1}{2}$$

X - число малярных

A - есть более 2 маляров

$$P(A | X \geq 1)$$

$$P(X=1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(M\bar{M}) + P(\bar{M}M)$$

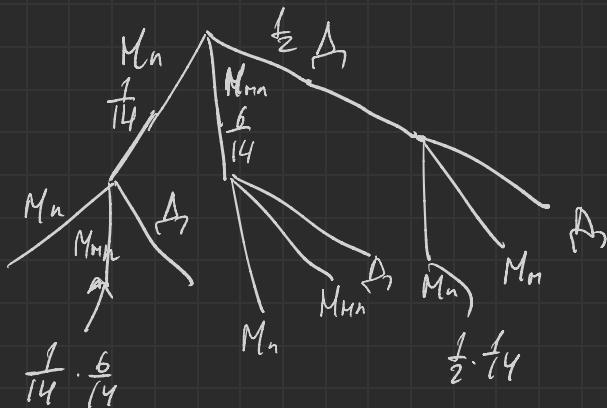
$$P(X=2) = P(MM) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(A | X \geq 1) = \frac{P(A, X \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

б) C - спаринг передачи маляров

$$P(A | C) = \frac{P(A, C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

в)



$$2) P(A|\Theta) = \frac{P(A \cap \Theta)}{P(\Theta)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{14} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{14}{27}$$

Θ - event X and Y are open maximum measurements.

$$\textcircled{7.17} \quad P(A \cap A) = P(A) \cdot P(A)$$

$$P(A) = P(A) \cdot P(A)$$

$$P(A) = 0 \quad \text{and} \quad P(A) = 1$$

$$\textcircled{7.11} \quad P(A) = 0,3$$

$$P(B) = 0,4$$

$$P(C) = 0,5$$

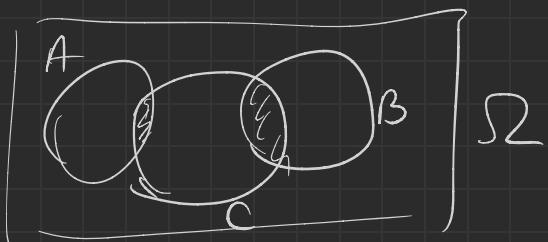
$$P(A|B) = 0 \leftarrow A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(B) = 0,15$$

$$P(B|C) = 0,1 \quad 0,1$$

$$P(A \cup B \cup C) \rightarrow ? \quad \textcircled{?}$$

$$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = 0,5$$

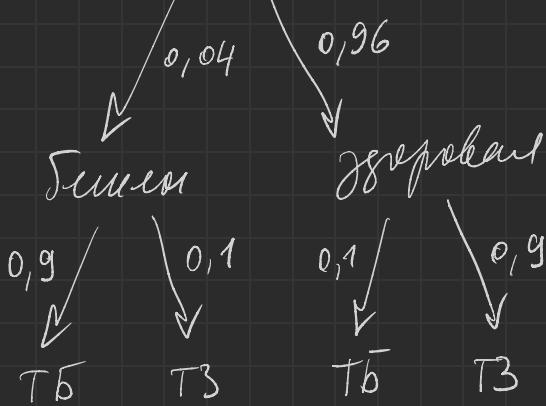


$$P(B \cap C) = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05$$

$$\textcircled{?} \quad 0,3 + 0,4 + 0,5 - 0,05 - 0,15 = 1$$

7.7

Коробка



$$P(\text{Гумки} | \text{ТБ}) = \frac{P(\text{Гумки}, \text{ТБ})}{P(\text{ТБ})} = \frac{0,9 \cdot 0,04}{0,9 \cdot 0,04 + 0,96 \cdot 0,1} = \frac{3}{11}$$