

1. [10] Монетка выпадает буквой T с вероятностью 0.2 и буквой H — с вероятностью 0.8. Илон Маск подбрасывает монетку 100 раз. За каждую выпавшую комбинацию THT он получает 1\$, а за каждую комбинацию HHH — платит 1\$. Комбинации могут пересекаться, например, за $THTHT$ Маск получит 2\$. Чему равен ожидаемый выигрыш Маска в эту игру?
2. Бармен Огненной Зебры разбавляет каждую кружку пива независимо от других с общеизвестной вероятностью $p \in (0; 1)$. Ковбой Джо заходит в бар и первым делом сразу заказывает три кружки пива и выпивает их. Затем Джо заказывает по две кружки пива за один раз.
После третьей, пятой, седьмой и далее через каждые две кружки Джо прислушивается к своим ощущениям. Если больше половины из последних трёх кружек разбавлены, то Джо разносит бар к чертям собачьим.
 - а) [5] Сколько кружек пива в среднем успеет выпить Джо прежде чем разнесёт Огненную Зебру?
 - б) [5] Если все три последние кружки пива разбавлены, то Джо разносит к чертям собачьим не только Огненную Зебру, но и всю прилегающую улицу. Какова вероятность данного сценария?
3. В анкету включён вопрос, на который респонденты опасаются отвечать правдиво. Например, «Употребляете ли Вы наркотики?» Чтобы стимулировать респондентов отвечать правдиво, используют следующий прием. Перед ответом на вопрос респондент в тайне от анкетирующего подкидывает один раз специальную монетку. На аверсе монетки написано «Да = А, Нет = Б», на реверсе — «Да = Б, Нет = А». Ответ «Да» на нескромный вопрос является верным для доли p всех людей. Монетка неправильная и выпадает стороной «Да = А, Нет = Б» с вероятностью 0.7.
 - а) [5] Какова вероятность того, что ответ «Да» для данного индивида верен, если он написал «А» и следовал указаниям монетки?
 - б) [5] Какова вероятность того, что ответ «Да» для данного индивида верен, если он подбрасывал монету два раза, следовал каждый раз предлагаемой кодировке и написал «А», «А»?
4. Случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = 3x(2 - x)/4$ на отрезке $[0, 2]$.
 - а) [2+2+2+2] Найдите $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X^3)$, $\mathbb{P}(X < 1/2)$ и $\mathbb{E}(X \mid X < 1/2)$.
 - б) [2] Найдите функцию плотности величины $W = \sqrt{X}$.
5. На плоскости отмечены четыре точки, $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 0)$ и $D = (2, 2)$. Я случайно выбираю одну из точек, координаты выбранной точки обозначим вектором (X, Y) . Вероятности выбора равны $p_A = p_B = 0.3$, $p_C = p_D = 0.2$.
 - а) [1+1+1+2] Найдите $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(Y)$, $\mathbb{E}(X^2)$ и $\mathbb{E}(XY)$.
 - б) [3] Найдите $\text{Var}(X)$, $\text{Cov}(X, Y)$ и наилучшее линейное приближение $\text{BestLin}(Y \mid X)$.
 - в) [2] Найдите $\mathbb{E}(Y \mid X)$.
6. На плоскости отмечены четыре точки, $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 0)$ и $D = (2, 2)$. Я случайно выбираю точку равномерно внутри четырёхугольника $ABCD$, координаты выбранной точки обозначим вектором (X, Y) .
 - а) [2+2] Найдите $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{P}(X < 1)$.
 - б) [4] Найдите $\mathbb{E}(Y \mid X)$.
 - в) [2] Найдите функцию плотности $f(x)$ случайной величины X и нарисуйте её.

1. [10] Монетка выпадает буквой T с вероятностью 0.2 и буквой H — с вероятностью 0.8. Илон Маск подбрасывает монетку 100 раз. За каждую выпавшую комбинацию THT он получает 1\$, а за каждую комбинацию HHH — платит 1\$. Комбинации могут пересекаться, например, за $THTHT$ Маск получит 2\$. Чему равен ожидаемый выигрыш Маска в эту игру?
2. Бармен Огненной Зебры разбавляет каждую кружку пива независимо от других с общеизвестной вероятностью $p \in (0; 1)$. Ковбой Джо заходит в бар и первым делом сразу заказывает три кружки пива и выпивает их. Затем Джо заказывает по две кружки пива за один раз.
После третьей, пятой, седьмой и далее через каждые две кружки Джо прислушивается к своим ощущениям. Если больше половины из последних трёх кружек разбавлены, то Джо разносит бар к чертям собачьим.
 - а) [5] Сколько кружек пива в среднем успеет выпить Джо прежде чем разнесёт Огненную Зебру?
 - б) [5] Если все три последние кружки пива разбавлены, то Джо разносит к чертям собачьим не только Огненную Зебру, но и всю прилегающую улицу. Какова вероятность данного сценария?
3. В анкету включён вопрос, на который респонденты опасаются отвечать правдиво. Например, «Употребляете ли Вы наркотики?» Чтобы стимулировать респондентов отвечать правдиво, используют следующий прием. Перед ответом на вопрос респондент в тайне от анкетирующего подкидывает один раз специальную монетку. На аверсе монетки написано «Да = А, Нет = Б», на реверсе — «Да = Б, Нет = А». Ответ «Да» на нескромный вопрос является верным для доли p всех людей. Монетка неправильная и выпадает стороной «Да = А, Нет = Б» с вероятностью 0.7.
 - а) [5] Какова вероятность того, что ответ «Да» для данного индивида верен, если он написал «А» и следовал указаниям монетки?
 - б) [5] Какова вероятность того, что ответ «Да» для данного индивида верен, если он подбрасывал монету два раза, следовал каждый раз предлагаемой кодировке и написал «А», «А»?
4. Случайная величина X имеет функцию плотности $f(x) = 3x(2 - x)/4$ на отрезке $[0, 2]$.
 - а) [2+2+2+2] Найдите $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X^3)$, $\mathbb{P}(X < 1/2)$ и $\mathbb{E}(X \mid X < 1/2)$.
 - б) [2] Найдите функцию плотности величины $W = \sqrt{X}$.
5. На плоскости отмечены четыре точки, $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 0)$ и $D = (2, 2)$. Я случайно выбираю одну из точек, координаты выбранной точки обозначим вектором (X, Y) . Вероятности выбора равны $p_A = p_B = 0.3$, $p_C = p_D = 0.2$.
 - а) [1+1+1+2] Найдите $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(Y)$, $\mathbb{E}(X^2)$ и $\mathbb{E}(XY)$.
 - б) [3] Найдите $\text{Var}(X)$, $\text{Cov}(X, Y)$ и наилучшее линейное приближение $\text{BestLin}(Y \mid X)$.
 - в) [2] Найдите $\mathbb{E}(Y \mid X)$.
6. На плоскости отмечены четыре точки, $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (1, 0)$ и $D = (2, 2)$. Я случайно выбираю точку равномерно внутри четырёхугольника $ABCD$, координаты выбранной точки обозначим вектором (X, Y) .
 - а) [2+2] Найдите $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{P}(X < 1)$.
 - б) [4] Найдите $\mathbb{E}(Y \mid X)$.
 - в) [2] Найдите функцию плотности $f(x)$ случайной величины X и нарисуйте её.