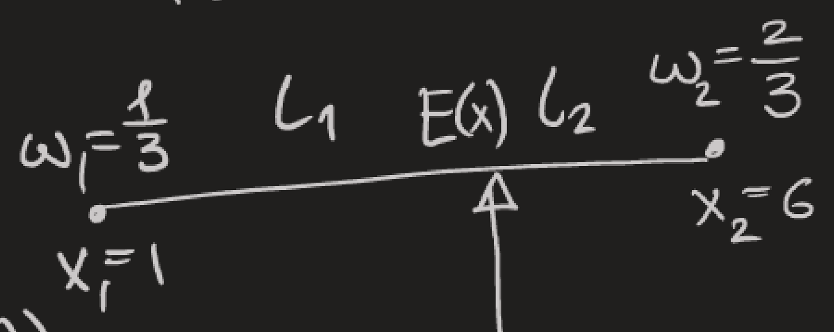
Тервер 2

21 февраля 2025 г. 10:53

Привет Архимеду

Перестановка гирь

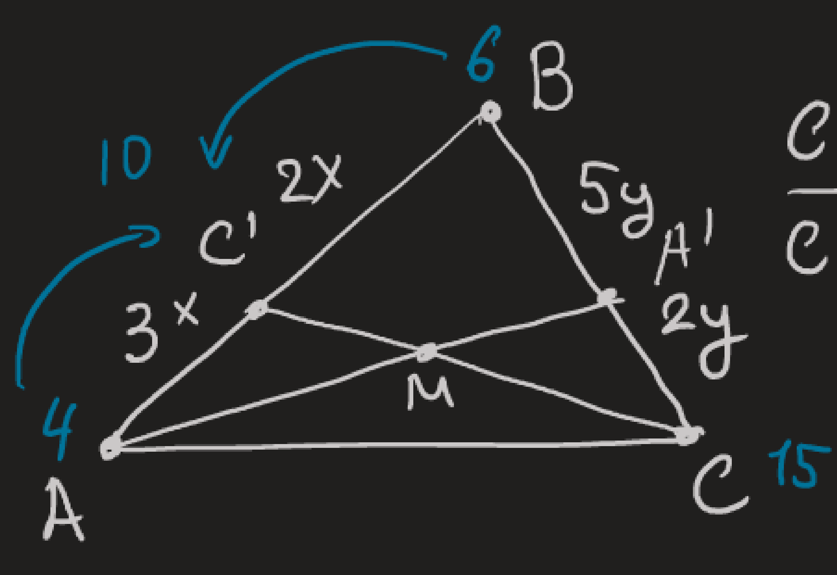
x	1	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$



Идея центр масс $(E(x))$ не изменится, если собрать несколько весов в их центре масс.

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Геометрия



$$\frac{C'M}{CM}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{AM}{MA'}=\frac{21}{4}$$

Метод первого шага

Идея-мо: сделай первый шаг и посмотри, что изменилось.

(П) Монетка несим. $T \to 0{,}3$, $H \to 0{,}7$ ∞ раз.

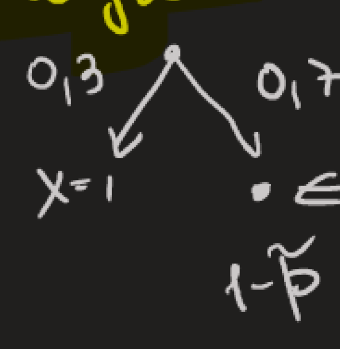
X - число бросков до 1-го орла

$\tilde{p}(X\text{-четное})$ - ?

Метод 1

$\tilde{p}(X\text{- четное}) = P(X=0)+P(X=2)+P(X=4)\ldots = 0+0{,}7\cdot 0{,}3+0{,}7^3\cdot 0{,}3+0{,}7^5\cdot 0{,}3 = \{\text{геом. прогрессия}\} = \frac{0{,}7\cdot 0{,}3}{1-0{,}7^2}=\frac{7}{17}$

Метод 2



← считая отсюда нужно нечетное количество

у-е:

$$\tilde{p}=0{,}7(1-\tilde{p})=0{,}7-0{,}7\tilde{p}$$

$$1{,}7\tilde{p}=0{,}7 \qquad \tilde{p}=7/17$$

$E(x)$ - ?

Метод 1

$$E(X)=\sum_{i=1}^{\infty} i\cdot P(X=i)=0{,}3\cdot 1+0{,}7\cdot 0{,}3\cdot 2+0{,}7^2\cdot 0{,}3\cdot 3+\ldots$$

Метод 2

$$E(X)=0{,}3+0{,}7\cdot(1+E(X))=0{,}3+0{,}7+0{,}7E(X)$$

$$0{,}3E(X)=1 \qquad E(X)=\frac{10}{3}$$

(П) Подбр. монетку ∞ кол-во раз (правильное)

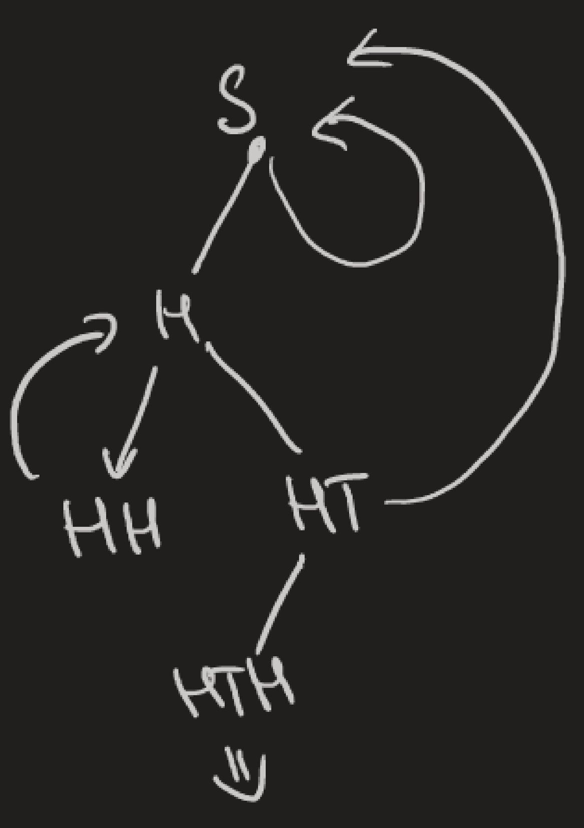
X - первое появление посл. HTH

$E(X)$ - ?

$\mu = E(X) = E(X|S)$ ← где стартую

$\mu_H = E(X|H)$ ← сколько шагов нужно, если стартуем из H

$\mu_{HT} = E(X|HT)$



$$\begin{cases} \mu_S=\frac{1}{2}\cdot(1+\mu_H)+\frac{1}{2}(1+\mu_S) \\ \mu_H=\frac{1}{2}(1+\mu_H)+\frac{1}{2}\cdot(1+\mu_S) \\ \mu_{HT}=\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot(1+\mu_S) \end{cases}$$

$\mu_H=8$

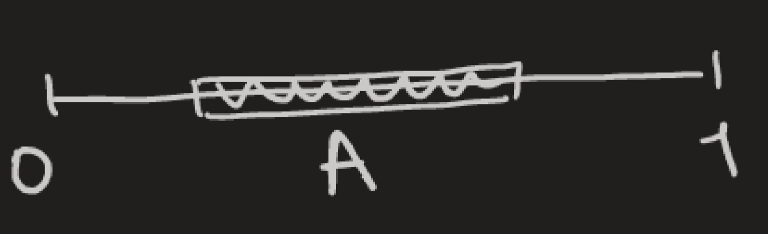
$\mu_{HT}=6$

$\boxed{\mu_S=10}$

↑ искомое.

Равномерное распределение

Опр. Сл. величина X равномерно распределена на отрезке $[0,1]$, если $P(X\in A)$, где $A\subset[0;1]$ это длина A.



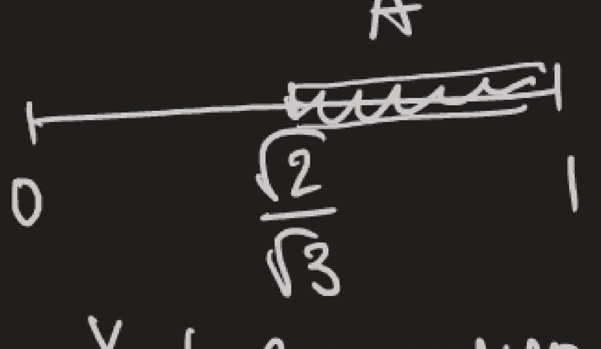
Обозначения:

$X\sim U[0;1]$

$X\sim \mathrm{Unif}[0;1]$

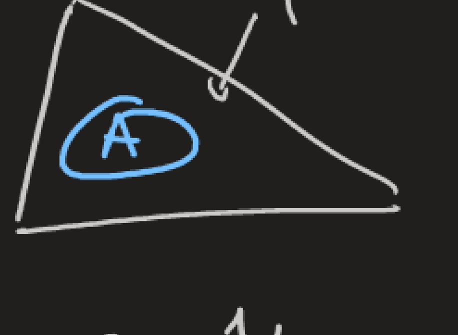
(П) $X\sim U[0;1]$

$$P(\underbrace{3x^2>2}_{1>x>\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}})=1-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$



Опр. Сл. величина X равномерно распределена на отрезке $[a\,b]$, если $P(X\in A)$, где $A\subset[a\,b]$ это $\frac{\text{длина } A}{b-a}$. $a\neq b$

Опр. Сл. величина (вектор) X равномерно распределена на мн-ве $F\subset\mathbb{R}^n$ $X\sim U(F)$, если $P(X\in A)=\frac{S_A}{S_F}$



Теор. Если $X\sim U[0;1]$, то $E(X)=1/2$

$X\sim U[a;b]$, то $E(X)=\frac{b+a}{2}$ ← середина отрезка