

Борис Берисовец Демешев.

$$\text{формула} = 0,1 \cdot \text{бс}e \cdot DP + 0,25 \cdot KP_1 + 0,25 \cdot KP_2 + 0,4 \cdot \text{зк}$$

\rightarrow boris.demeshev@gmail.com

Лекции Геометрия вероятностей.

[однородность]

Ω - множество исходов эксперимента

Пример: эксперимент подброс монетки 2 раза.

$$\Omega = \{ HH, HT, TH, TT \}.$$

H = Head = решка

T = tail = орёл

Эксперимент Монограндование монетку go 1-20
раза

$$\Omega = \{ T, HT, HHT, HHHT, \dots \}$$

Эксперимент Спрятано лицо раки
на окружности $x^2 + y^2 = 1$

$$\Omega = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x^2 + y^2 = 1; x, y \in \mathbb{R} \right\}.$$

Ω не ограничено множеством всех/каких-либо
выс.

Оп.* Событие A - это подмножество Ω
* такое модифицируемое/уточняемое определение.

Пример: (1) $\Omega = \{ HH, HT, TH, TT \}$.

$A = \{ \text{результат бросков одинаковое} \} =$
 $= \{ HH, TT \}$.

$B = \{ \text{6 нечетких раз один} \} = \{ TH, TT \}$.

Пример (2)

$C = \{ \text{эксперимент даёт одинаково } n$
 $\text{разное число бросков} \} =$
 $= \{ HT, HHT, H^5T, H^7T \dots \}$.

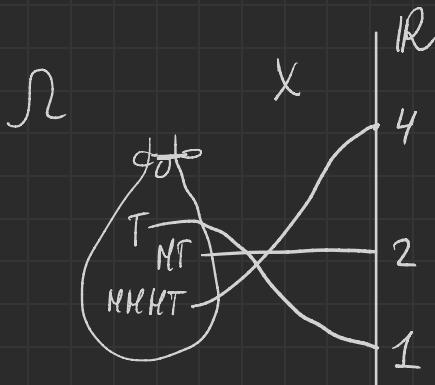
Составил сочленение сформулирование
одинаково наравне для каждого.

Оп.* Случайная величина X - функция из
 Ω в \mathbb{R}

Пример 2. X - число орлов

$$X(T) = 1$$

$$X(MMT) = 3$$



Пример 1 $S = \{TT, TM, MT, MM\}$.

Y -число выпавших орлов

$$Y(MT) = 1$$

$$Y(TM) = 1$$

$$Y(TT) = 2$$

$$Y(MM) = 0$$

Традиция: Спиритуалные величины

- английские буквы получены
из римского языка (не всегда заглавные)
- греческие буквы

Y, Σ

Пример

$$\Omega = \{ HH, HT, TH, TT \}.$$

нечёткая вероятность $P(HH) = 3,2$



$$P(HT) = -2,5$$

$$P(TH) = 8$$

$$P(TT) = \sqrt{3}$$

Стратичные вероятности



$$P(HH) = 0,01$$

$$P(HT) = P(TH) = 0,09$$

$$P(TT) = 0,81$$

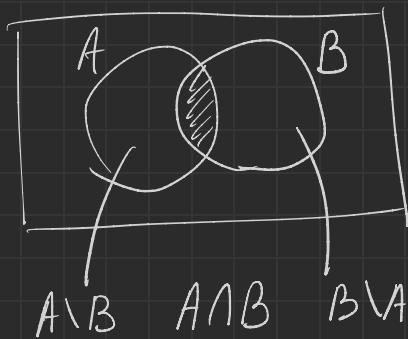
Def^{*} вероятность P - это функция, которая
помимо каждого состояния назначает число и
записывает её значение:

$$1. \forall A \subseteq \Omega \quad P(A) \in [0, 1]$$

2. Если состояния $A_1, A_2, A_3 \dots$ не пересекаются
($A_i \cap A_j = \emptyset$ при $i \neq j$), то

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

$$3. P(\Omega) = 1$$



доказательство:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

□ по 2 н.: $P((A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)) = P(A \cup B)$

$$\begin{aligned} & \underbrace{P(A \setminus B) + P(A \cap B)}_{\text{по 2 н.}} + \underbrace{P(B \setminus A)}_{+} \\ & + \underbrace{P(A \cap B)}_{-} - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - \\ & - P(A \cap B) \quad \blacksquare \end{aligned}$$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$\phi \vee \phi = \phi \quad P(\phi) + P(\phi) = P(\phi)$$

Опн* Математическое описание СВ X

[под конечного или бесконечного набора значений X]

$$E(X)$$

$$\text{супр } M(x)$$

математич.: среднее значение по результатам большого (беско-
нечного) повторениях эксперимента.

Канонизац. $E(X) = \sum_x x \cdot P(X=x)^*$

Эксперимент 1

$$\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}.$$

Всего возможных исходов $P(T) = 0,3$

$$P(TT) = 0,09$$

$$P(HT) = P(TH) = 0,21$$

$$P(HH) = 0,49$$

X - число正品

$$E(X) \stackrel{?}{=} \frac{+2 \cdot 0,09 \cdot 10^6 + 1 \cdot 0,42 \cdot 10^6 + 0,49 \cdot 10^6}{10^6} =$$

$$n_{exp} = 10^6$$

$$^{*} \underline{M-p}: E(X) = 0 \cdot P(X=0) + 1 \cdot P(X=1) + 2 \cdot P(X=2)$$

Если результат не является от первого слоника

$$\text{Пример } \Sigma = \{T, HT, MHT, \dots\}.$$

безразличного исхода в орг. группе 0,3

$$P(T) = 0,3 \quad P(HT) = 0,21 \quad P(MHT) = 0,7^2 \cdot 0,3$$

$$P(M^k T) = 0,7^k \cdot 0,3$$

X - некий вопрос

$$E(X) = 1 \cdot P(X=1) + 2 \cdot P(X=2) + 3 \cdot P(X=3) + \dots$$

$$E(X) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3 + \dots =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 0,7^{n-1} \cdot 0,3$$

$$1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3 \dots$$

$$\left(\frac{0,1}{1-0,7} \right)$$

$$1 = \frac{0,1 \cdot 3}{1-0,7} = 0,3 \quad 0,7 \cdot 0,3 \quad 0,7^2 \cdot 0,3 \quad 0,7^3 \cdot 0,3 \dots$$

$$0,7 = \frac{0,3 \cdot 0,7}{1-0,7} = 0,7 \cdot 0,3 \quad 0,7^2 \cdot 0,3 \quad 0,7^3 \cdot 0,3 \dots$$

$$0,7^2 = \frac{0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3}{1-0,7} = 0,7^2 \cdot 0,3 \quad 0,7^3 \cdot 0,3 \dots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\text{Ут20} \quad E(X) = \frac{1}{1-0,7} = \frac{10}{3}$$

$$S = 0,3 + (2 \cdot 0,7 \cdot 0,3) + (3 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3) + 4 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3 + \dots$$

$$- 0,7 S = (0,7 \cdot 0,3) + (2 \cdot 0,7^2) 0,3 + 3 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,7^4 \cdot 0,3 + \dots$$

$$0,3 S = 0,3 + 0,7 \cdot 0,3 + 0,7^2 \cdot 0,3 + 0,7^3 \cdot 0,3 + \dots$$

$$S = 1 + 0,7 + 0,7^2 + 0,7^3 + \dots$$

$$S = 1 + 0,7 + 0,7^2 + 0,7^3 + 0,7^4 + 0,7^5 + \dots$$

$$0,7S = 0,7 + 0,7^2 + 0,7^3 + 0,7^4 + 0,7^5 + \dots$$

$$0,7S = 1$$

$$S = \frac{10}{7}$$

Beispiel

Nummer $\Omega = \{a, b, c\}$

$w \in \Omega$

↑ obenAy uckord

$P(w)$	0,2	0,5	0,3
w	a	b	c
$X(w)$	50	0	0
$Y(w)$	50	0	200
$S(w)$	100	0	200
	10	10	10

$$E(X) = 0,2 \cdot 50 + 0,5 \cdot 0 + 0,3 \cdot 0 = 10$$

$$E(Y) = 0,2 \cdot 50 + 0,5 \cdot 0 + 0,3 \cdot 200 = 70$$

$$E(S) = E(X) + E(Y)$$

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

$$E(\kappa \cdot X) = \kappa \cdot E(X)$$

$\kappa = \text{const}$

$$E(\kappa) = \kappa$$