

1. (10 баллов) Рассмотрим  $MA(1)$  процесс  $y_t = 10 + u_t + 3u_{t-1}$ , где величины  $u_t$  независимы и нормально распределены  $\mathcal{N}(0; 4)$ .
  - а) Рассчитайте теоретическую автокорреляционную функцию процесса  $ACF$ ,  $\rho_k$ .
  - б) Рассчитайте первые два значения частной автокорреляционной функции  $PACF$ ,  $\phi_{11}$ ,  $\phi_{22}$ .
  - в) Сгенерируйте траекторию данного процесса длиной 30 наблюдений. Постройте график ряда, график первых десяти значений выборочной  $ACF$  и  $PACF$ .
  - г) Повторите предыдущий пункт для 300 наблюдений. Верно ли, что с ростом числа наблюдений выборочная  $ACF$  сходится к истинной  $ACF$ , а выборочная  $PACF$  к истинной  $PACF$ ?
2. (10 баллов) Рассмотрим случайное блуждание  $y_t = 1 + y_{t-1} + u_t$ , где величины  $u_t$  независимы и нормально распределены  $\mathcal{N}(0; 4)$ , а  $y_0 = 10$ .
  - а) Рассчитайте  $\mathbb{E}(y_t)$ ,  $\text{Var}(y_t)$ ,  $\text{Cov}(y_{10}, y_{20})$ .
  - б) Сравните  $\text{Corr}(y_{10}, y_{20})$  и  $\text{Corr}(y_{110}, y_{120})$ .
  - в) Сгенерируйте траекторию данного процесса длиной 30 наблюдений. Постройте график ряда, график первых десяти значений выборочной  $ACF$  и  $PACF$ .
  - г) Повторите предыдущий пункт для 300 наблюдений. Верно ли, что с ростом числа наблюдений выборочная  $ACF$  сходится к истинной  $ACF$ , а выборочная  $PACF$  к истинной  $PACF$ ?
3. (20 баллов) Возьмите любой несезонный ряд годовой периодичности. Можно взять ряд с <https://fedstat.ru/>, <http://sophist.hse.ru/> или других источников.
  - а) Постройте график ряда, графики выборочных  $ACF$  и  $PACF$ .
  - б) Визуально оцените, есть ли тренд? Похож ли процесс на стационарный?
  - в) Оцените для ряда  $ETS(AAN)$  модель.
  - г) Выпишите полученные уравнение, используя оценённые значения параметров вместо параметров.
  - д) Получите 80%-й доверительный интервал на один и два шага вперёд «руками», исходя из выписанных уравнений.
  - е) Получите 80%-й доверительный интервал на один и два шага вперёд встроенными функциями.
  - ж) Постройте график прогноза и сам ряд.

4. (30 баллов) Возьмите любой сезонный ряд квартальной или месячной периодичности.
- а) Постройте разложение ряда на составляющие, используя  $STL$  алгоритм. Визуализируйте результат для трех разных значений силы сглаживания сезонности. Кратко прокомментируйте.
  - б) Постройте разложение ряда на составляющие, используя  $ETS(AAA)$  модель.
  - в) Разделите данные на обучающую и тестовую выборку, выделив на тестовую выборку два года наблюдений.
  - г) Оцените  $ETS(AAA)$ ,  $ETS(MAM)$ , сезонную наивную модель и примените тета-метод с  $STL$ -разложением по умолчанию и  $ETS(AAA)$  для логарифма ряда.
  - д) Для каждого подхода найдите  $MASE$  на тестовой выборке.
  - е) Постройте прогноз, усредняющий прогнозы двух лидирующих по  $MASE$  подхода. Удалось ли обыграть два усредняемых подхода?

Работу следует представить в виде отчёта в pdf формате. В начале работы должен идти текст с графиками, в конце работы в качестве приложения должен идти код. Общий объем текста (без приложений) должен составлять не более 10 страниц.

Дедлайн сдачи - 28 февраля 2022, 20:59. До указанного времени файл в формате pdf должен быть загружен по ссылке .....