

1. (10 баллов) Рассмотрим $MA(1)$ процесс $y_t = 10 + u_t + 3u_{t-1}$, где величины u_t независимы и нормально распределены $\mathcal{N}(0; 4)$.
 - а) Рассчитайте теоретическую автокорреляционную функцию процесса ACF , ρ_k .
 - б) Рассчитайте первые два значения частной автокорреляционной функции $PACF$, ϕ_{11} , ϕ_{22} .
 - в) Сгенерируйте траекторию данного процесса длиной 30 наблюдений. Постройте график ряда, график первых десяти значений выборочной ACF и $PACF$.
 - г) Повторите предыдущий пункт для 300 наблюдений. Верно ли, что с ростом числа наблюдений выборочная ACF сходится к истинной ACF , а выборочная $PACF$ к истинной $PACF$?
2. (10 баллов) Рассмотрим случайное блуждание $y_t = 1 + y_{t-1} + u_t$, где величины u_t независимы и нормально распределены $\mathcal{N}(0; 4)$, а $y_0 = 10$.
 - а) Рассчитайте $\mathbb{E}(y_t)$, $\text{Var}(y_t)$, $\text{Cov}(y_{10}, y_{20})$.
 - б) Сравните $\text{Corr}(y_{10}, y_{20})$ и $\text{Corr}(y_{110}, y_{120})$.
 - в) Сгенерируйте траекторию данного процесса длиной 30 наблюдений. Постройте график ряда, график первых десяти значений выборочной ACF и $PACF$.
 - г) Повторите предыдущий пункт для 300 наблюдений. Верно ли, что с ростом числа наблюдений выборочная ACF сходится к истинной ACF , а выборочная $PACF$ к истинной $PACF$?
3. (20 баллов) Возьмите любой несезонный ряд годовой периодичности. Можно взять ряд с <https://fedstat.ru/>, <http://sophist.hse.ru/> или других источников.
 - а) Постройте график ряда, графики выборочных ACF и $PACF$.
 - б) Визуально оцените, есть ли тренд? Похож ли процесс на стационарный?
 - в) Оцените для ряда $ETS(AAN)$ модель.
 - г) Выпишите полученные уравнение, используя оценённые значения параметров вместо параметров.
 - д) Получите 80%-й доверительный интервал на один и два шага вперёд «руками», исходя из выписанных уравнений.
 - е) Получите 80%-й доверительный интервал на один и два шага вперёд встроенными функциями.
 - ж) Постройте график прогноза и сам ряд.

4. (30 баллов) Возьмите любой сезонный ряд квартальной или месячной периодичности.
- а) Постройте разложение ряда на составляющие, используя STL алгоритм. Визуализируйте результат для трех разных значений силы сглаживания сезонности. Кратко прокомментируйте.
 - б) Постройте разложение ряда на составляющие, используя $ETS(AAA)$ модель.
 - в) Разделите данные на обучающую и тестовую выборку, выделив на тестовую выборку два года наблюдений.
 - г) Оцените $ETS(AAA)$, $ETS(MAM)$, сезонную наивную модель и примените тета-метод с STL -разложением по умолчанию и $ETS(AAA)$ для логарифма ряда.
 - д) Для каждого подхода найдите $MASE$ на тестовой выборке.
 - е) Постройте прогноз, усредняющий прогнозы двух лидирующих по $MASE$ подхода. Удалось ли обыграть два усредняемых подхода?

Работу следует представить в виде отчёта в pdf формате. В начале работы должен идти текст с графиками, в конце работы в качестве приложения должен идти код. Общий объем текста (без приложений) должен составлять не более 10 страниц.

Дедлайн сдачи - 28 февраля 2022, 20:59. До указанного времени файл в формате pdf должен быть загружен по ссылке <https://www.dropbox.com/sh/2xnk6666rvc8t19/AABSvRhRL34ZoIDVXM6qolsza?dl=0>.