Привет !!

№5*

$$f(x,y)=\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}$$ $y\in(1;2)$ $x\to 0+$

Саша, пои ты? !!

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}=\frac{\ln y}{\ln(y^2)}=\frac{\ln y}{2\ln y}=\frac{1}{2}$$

$$\underset{x\to 0}{\mathrm{unif}\lim}\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}\overset{?}{=}\frac{1}{2}$$ $f_n\to f$

„Равномерная сходимость" $f_n\rightrightarrows f$

1. Хороший парень: x цель $\left|\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}-\frac{1}{2}\right|<\varepsilon$

2. Bad guy: y цель $\left|\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}-\frac{1}{2}\right|>\varepsilon$.

$y\in(1;2)$

$y\in(0;\infty)$ $y=2x$ $\left|\frac{\ln(3x)}{\ln(5x^2)}-\frac{1}{2}\right|$

Если для $\forall\varepsilon$ выигр хор. парень, то

$$\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}\xrightarrow[x\to 0]{\mathrm{unif}}\frac{1}{2}$$

$\ln(1+x)=x+o(x)$

$\ln(1+x^2)=x^2+o(x^2)$

$$\lim_{y\to 1+}\left|\frac{\ln(x+y)}{\ln(x^2+y^2)}-\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{\ln(x+1)}{\ln(1+x^2)}-\frac{1}{2}\right|=$$

$$=\left|\frac{x+o(x)}{x^2+o(x^2)}-\frac{1}{2}\right|$$

Принцип

$$\lim_{x \to 0} f(x, y)$$

1. Хор. пар: x цель: $|f(x,y) - 0| < \varepsilon$
2. Bad guy: y цель $|f(x,y) - 0| > \varepsilon$.

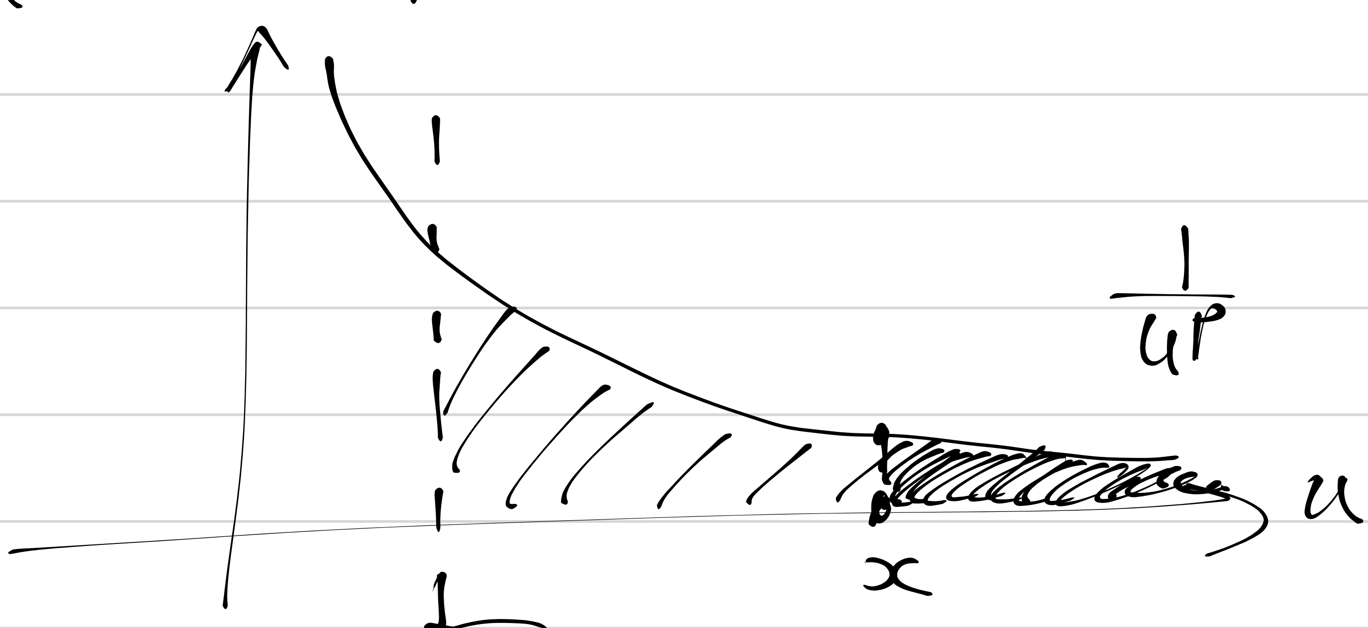
$f \underset{x \to 0}{\rightrightarrows} 0$ при любых ε выигрывает хороший.

№7

$$\int_1^\infty \frac{du}{u^p} = \int_1^\infty \frac{dx}{x^p}$$

p_0

$p \in (1.01; +\infty)$



$$\text{хвост}(x, p) = \int_x^\infty \frac{du}{u^p} = \frac{u^{-p+1}}{-p+1}\Big|_{u=x}^{u=+\infty} = \frac{x^{1-p}}{p-1}$$

$$\text{хвост}(x, p) \xrightarrow{x\to\infty} 0 \quad \text{равномерно?}$$

№7 $p \in [1.01; \infty)$

№8 $\boxed{p \in (1; \infty)}$

1. Хороший : x

2. Bad guy : p

$$\left|\frac{x^{1-p}}{p-1}\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{x^{1-p}}{p-1}\right| > \varepsilon.$$

$x = 777$

$x = 7777$

$x = 77777$

нет равном.

№8 при любом x найдется такое p, что $|\,\text{хв}\,| > \varepsilon$.

№7 самое злобное действие bad guy: $p = 1.01$

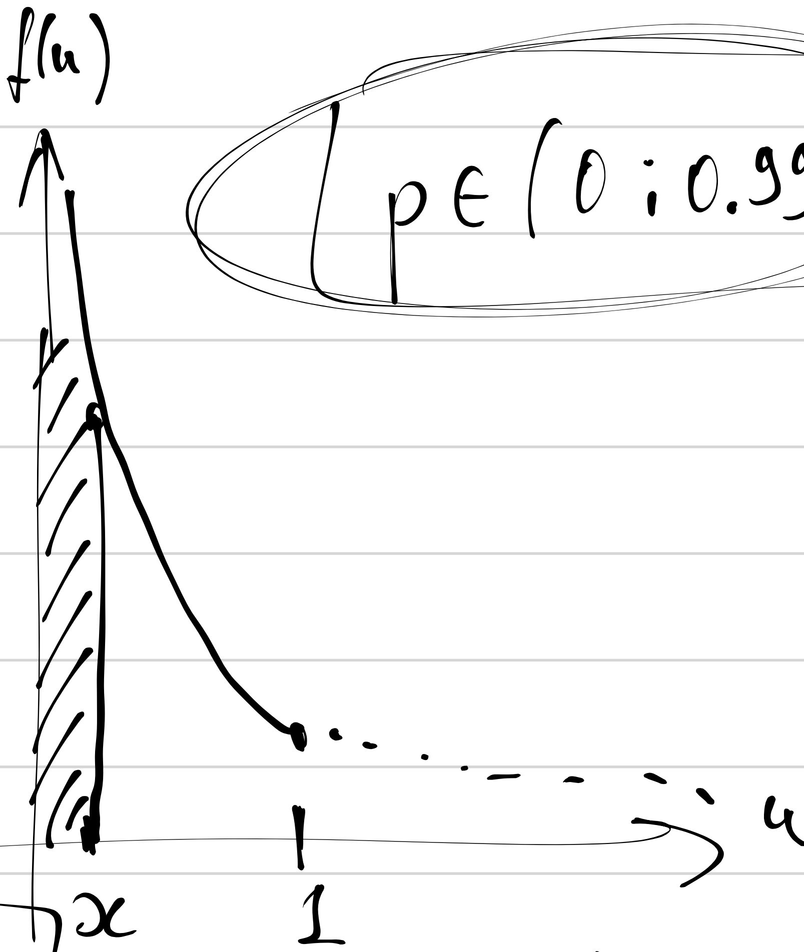
$$\frac{x^{1-1.01}}{1.01-1} = \frac{x^{-0.01}}{0.01} = 100 \cdot x^{-0.01}$$

$$x = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{100}$$

$$x^{-0.01} = \varepsilon$$

g^*

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^p} = \int_0^1 \frac{du}{u^p}$$



$$\boxed{p \in (0 ; 0.99)}$$

$$\boxed{\text{хвост}(x,p) = \int_0^x \frac{du}{u^p}} = \left.\frac{u^{-p+1}}{-p+1}\right|_{u=0}^{u=x} = \frac{x^{-p+1}}{-p+1} - 0$$

? $\boxed{\text{хвост}(x,p) \xrightarrow{x \to 0} 0 \quad \text{равном}}$?

1. хор. парень x $\qquad \left|\frac{x^{-p+1}}{-p+1}\right| < \varepsilon$

$p \in (0;0,99)$ 2. Bad guy p $\qquad \left|\frac{x^{-p+1}}{-p+1}\right| > \varepsilon.$

$x = 0,777$

Злобное $p^* = 0,99$

$$\frac{x^{+0.01}}{0.01} = 100\varepsilon.$$

$$x = (\varepsilon)^{100}$$

13

$$\int_0^\infty e^{-px}\cdot\cos(2x)\,dx$$

Хвост$(x,p) = \int_x^\infty e^{-pu}|\cos(2u)|\,du$

Хвост $= \int_x^\infty e^{-pu}\cdot 1\,du$

$$p\in[0.01;+\infty)$$

ср 1 — взять интеграл: по частям 2 раза.

братец косинус, есть сестрица синус рядом

$$\left(\alpha e^{-px}\cos(2x)+\beta\cdot e^{-px}\sin(2x)\right)'_x = 1\cdot e^{-px}\cdot\cos(2x) =$$

$$\alpha\cdot(-p)\cdot e^{-px}\cdot\cos 2x + \alpha\cdot e^{-px}\cdot(-2)\sin 2x + \beta\cdot(-p)e^{-px}\sin 2x + \beta\cdot e^{-px}\cdot 2\cos 2x$$

$e^{-px}\cos 2x$	$1 = -p\alpha + 2\beta$		α?
$e^{-px}\sin 2x$	$0 = -2\alpha - p\beta$		β?

$$\text{хвост}(x,p) = \int_x^\infty e^{-pu}\,du = \left.\frac{e^{-pu}}{-p}\right|_{u=x}^{u=+\infty} = \frac{e^{-px}}{+p}$$

$p^* = 0.01$

1. хор. выбираем x
2. Весь ряд $p\in[0.01;+\infty)$