Вариация 1

1. Пусть $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательность независимых случайных величин, равномерно распределённых на интервале $(0; 2)$. Найдите пределы:

   а) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_n}{n};$$

   б) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{10}}{n};$$

   в) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right)^2;$$

   г) (4 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}{n} - \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right).$$

2. Известно, что кандидата в президенты от оппозиции поддерживает в среднем $p \cdot 100\%$ избирателей. На некотором избирательном участке проголосовало 100 избирателей. По результатам голосований на этом участке была рассчитана выборочная доля проголосовавших за оппозиционного кандидата (от общего числа проголосовавших на участке).

   а) (2 балла) С помощью неравенства Маркова оцените сверху вероятность того, что выборочная доля окажется выше 0.5, если известно, что $p < 0.1$.

   б) (3 балла) С помощью неравенства Чебышева оцените снизу вероятность того, что модуль отклонения выборочной доли от истинной будет меньше 0.1.

   в) (2 балла) С помощью центральной предельной теоремы приближенно найдите вероятность того, что выборочная доля окажется больше 0.3, если известно, что $p = 0.1$.

   г) (3 балла) С помощью неравенства Берри-Эссеена оцените погрешность приближённого значения вероятности из пункта (в).

   д) (5 баллов) С помощью центральной предельной теоремы оцените снизу вероятность из пункта (б) для неизвестной p.

Вариация 2

1. Пусть $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательность независимых случайных величин, равномерно распределённых на интервале $(0; 3)$.

   Найдите пределы:

   а) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_n}{n};$$

   б) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{10}}{n};$$

   в) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right)^2;$$

   г) (4 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}{n} - \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right).$$

2. Известно, что кандидата в президенты от оппозиции поддерживает в среднем $p \cdot 100\%$ избирателей. На некотором избирательном участке проголосовало 100 избирателей. По результатам голосований на этом участке была рассчитана выборочная доля проголосовавших за оппозиционного кандидата (от общего числа проголосовавших на участке).

   а) (2 балла) С помощью неравенства Маркова оцените сверху вероятность того, что выборочная доля окажется выше 0.5, если известно, что $p < 0.15$.

   б) (3 балла) С помощью неравенства Чебышева оцените снизу вероятность того, что модуль отклонения выборочной доли от истинной будет меньше 0.15.

   в) (2 балла) С помощью центральной предельной теоремы приближенно найдите вероятность того, что выборочная доля окажется больше 0.3, если известно, что $p = 0.15$.

   г) (3 балла) С помощью неравенства Берри-Эссеена оцените погрешность приближённого значения вероятности из пункта (в).

   д) (5 баллов) С помощью центральной предельной теоремы оцените снизу вероятность из пункта (б) для неизвестной p.

Вариация 3

1. Пусть $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательность независимых случайных величин, равномерно распределённых на интервале $(0;4)$. Найдите пределы:

   а) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_n}{n};$$

   б) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{10}}{n};$$

   в) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right)^2;$$

   г) (4 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}{n} - \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right).$$

2. Известно, что кандидата в президенты от оппозиции поддерживает в среднем $p \cdot 100\%$ избирателей. На некотором избирательном участке проголосовало 100 избирателей. По результатам голосований на этом участке была рассчитана выборочная доля проголосовавших за оппозиционного кандидата (от общего числа проголосовавших на участке).

   а) (2 балла) С помощью неравенства Маркова оцените сверху вероятность того, что выборочная доля окажется выше 0.5, если известно, что $p < 0.2$.

   б) (3 балла) С помощью неравенства Чебышева оцените снизу вероятность того, что модуль отклонения выборочной доли от истинной будет меньше 0.2.

   в) (2 балла) С помощью центральной предельной теоремы приближенно найдите вероятность того, что выборочная доля окажется больше 0.3, если известно, что $p = 0.2$.

   г) (3 балла) С помощью неравенства Берри-Эссеена оцените погрешность приближённого значения вероятности из пункта (в).

   д) (5 баллов) С помощью центральной предельной теоремы оцените снизу вероятность из пункта (б) для неизвестной p.

Вариация 4

1. Пусть $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ — последовательность независимых случайных величин, равномерно распределённых на интервале $(0; 5)$. Найдите пределы:

   а) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_n}{n};$$

   б) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{10}}{n};$$

   в) (2 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right)^2;$$

   г) (4 балла)
   $$\operatorname*{plim}_{n\to\infty} \left(\frac{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}{n} - \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right).$$

2. Известно, что кандидата в президенты от оппозиции поддерживает в среднем $p \cdot 100\%$ избирателей. На некотором избирательном участке проголосовало 100 избирателей. По результатам голосований на этом участке была рассчитана выборочная доля проголосовавших за оппозиционного кандидата (от общего числа проголосовавших на участке).

   а) (2 балла) С помощью неравенства Маркова оцените сверху вероятность того, что выборочная доля окажется выше 0.5, если известно, что $p < 0.25$.

   б) (3 балла) С помощью неравенства Чебышева оцените снизу вероятность того, что модуль отклонения выборочной доли от истинной будет меньше 0.25.

   в) (2 балла) С помощью центральной предельной теоремы приближенно найдите вероятность того, что выборочная доля окажется больше 0.3, если известно, что $p = 0.25$.

   г) (3 балла) С помощью неравенства Берри-Эссеена оцените погрешность приближённого значения вероятности из пункта (в).

   д) (5 баллов) С помощью центральной предельной теоремы оцените снизу вероятность из пункта (б) для неизвестной p.