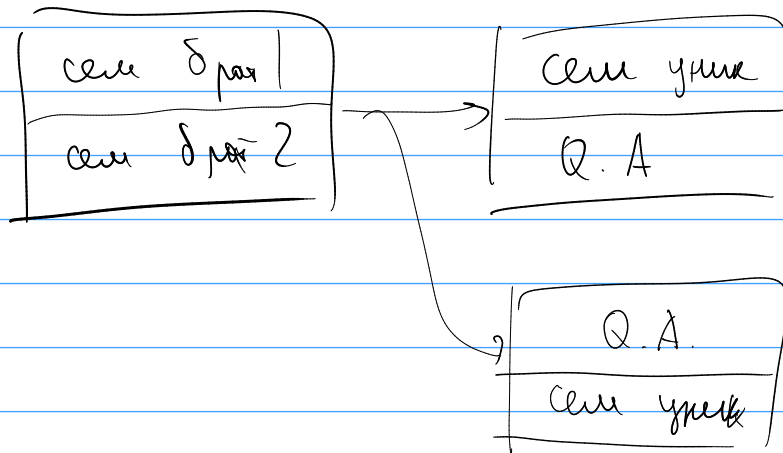


Угел



$$E(Y) = \frac{13}{8}$$

$$E(Y^2) = \frac{2 + 16 + 9}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{27}{8} - \left(\frac{13}{8}\right)^2$$

Пример

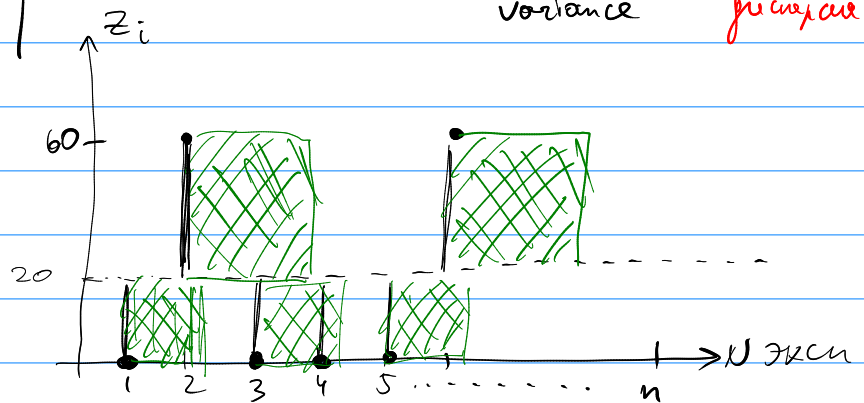
x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

y	0	1	2	3
$P(Y=y)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

z	0	60
$P(Z=z)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$E(Z) = ?$$

дисперсия $\text{Var}(X)$ variance $D(X)$ дисперсия



$\text{Var}(Z)$ дисперсия
оценки Z от
оценки Z .

$$\text{Var}(Z) = E[(Z - E(Z))^2] = \frac{2}{3} \cdot 20^2 + \frac{1}{3} \cdot 60^2 = \frac{800 + 1600}{3} = \frac{2400}{3} = 800$$

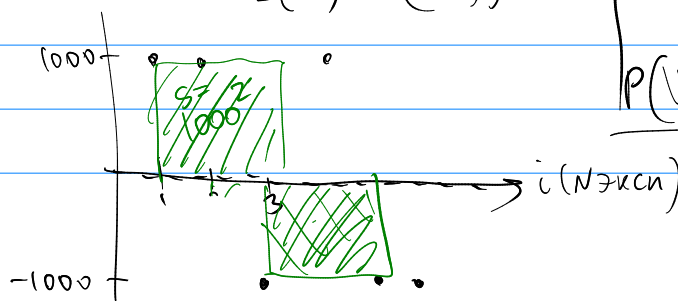
$$= E(Z^2) - (E(Z))^2$$

z^2	0	3600
z	0	60
$P(Z=z)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$E(Z^2) = \frac{2}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 3600 = 1200$$

$$\text{Var}(Z) = 1200 - (20)^2 = 1200 - 400 = 800$$

\uparrow $E(Z^2)$ \uparrow $(E(Z))^2$



w	-1000	+1000
$P(W=w)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\text{Var}(W) = 1000^2$$

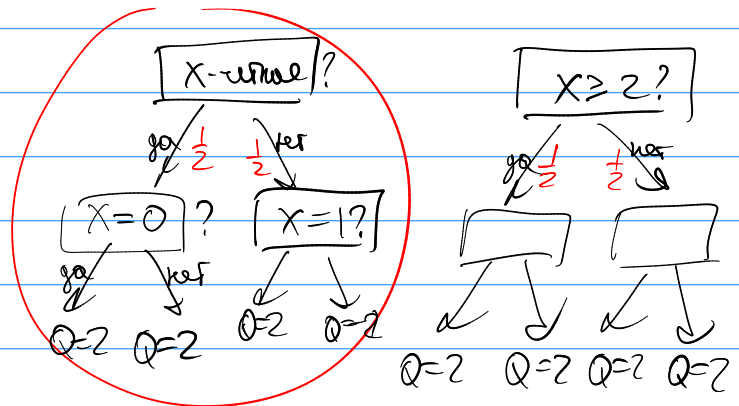
$H(X)$ - энтропия с.б. X кол-во информации (бит) при наблюдении X .

[~~дискрет.~~ -спр. опис - не кол-во вопросов, чтобы угадать X при известной опт-ной стратегии и известном законе распределения]

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Q - кол-во вопросов

$$H(X) = 2 = E(Q_x)$$



w	-1000	1000
$P(W=w)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$H(W) = 1 = E(Q_w)$$

Q - кол-во вопросов.

y	0	1	2	3
$P(Y=y)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
q_y	3	2	1	3

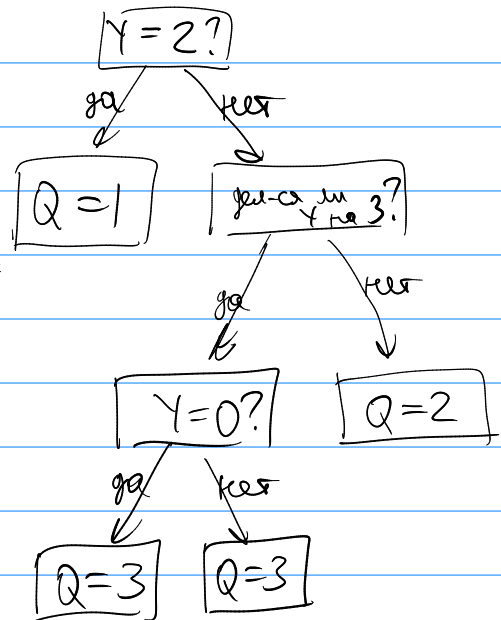
$$H(Y) = E(Q_y) = \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{8} \cdot 3 =$$

$$p(y) = P(Y=y) \quad H(Y) = E(\log_{1/2} P(Y)) = \frac{14}{8} = \frac{7}{4} = 1.75$$

s	777
$P(S=s)$	1

$$\text{Var}(S) = 0$$

$$H(S) = 0$$



$$H(Y) = - \sum_{-\infty}^{\infty} f(y) \cdot \log_2 f(y) \log_2$$

$$\text{def } H(Y) = E(\log_{1/2} P(Y)) \text{ где } p(y) = P(Y=y)$$

$$= \sum_y P(Y=y) \cdot \log_{1/2} P(Y=y) = - \sum_y P(Y=y) \cdot \log_2 P(Y=y)$$

z	0	60
$P(Z=z)$	$2/3$	$1/3$
$P(R=z)$	$1/8$	$7/8$

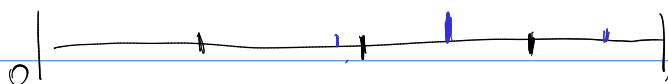
$$H(Z) = \frac{2}{3} \cdot \log_{1/2} \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \log_{1/2} \frac{1}{3} = 0,91$$

$$H(R) < H(Z)$$

$$P(z_1=0, z_2=0) = \frac{1}{9} \approx 0,11$$

$$z_1=0, z_2=0 \text{ или}$$

$$z_1=60, z_2=0, z_3=0$$



$$x \cdot y = 0$$

$$x \cdot y = 0$$

	$Y=0$	$Y=2$
$X=0$	0,1	0,2
$X=1$	0,3	0,4

$$E(X \cdot Y) = 0,1 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0 + 0,3 \cdot 0 + 0,4 \cdot 2 = 0,8$$

$$XY = 2$$

$$E(X) = 0,1 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0 + 0,3 \cdot 1 + 0,4 \cdot 1 = 0,7$$

$$E(Y) = \dots = 1,2$$

$$\text{Cov}(X, Y) = ?$$

"мера" зависимости между X и Y

① знак?

$$\text{Cov}(X, Y) = -3 \Rightarrow \text{зависимы } X \text{ и } Y$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} X \text{ и } Y \text{ зависимы} \\ X \text{ и } Y \text{ независимы} \end{matrix}$$

② свойства?
тожд

$$\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$$

$$\text{Cov}(X+Z, Y) = \text{Cov}(X, Y) + \text{Cov}(Z, Y)$$

$$\boxed{\text{def}} \quad \text{Cov}(X, Y) = E[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))]$$

$$= E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y) = 0,8 - 1,2 \cdot 0,7 =$$

$$= 0,8 - 0,84 = -0,04$$

X и Y зависимы.

$$\frac{5/8}{6/3+1/8} = 7$$

$$\text{Var}, H.$$

$$a = \dots$$

$$b = \dots$$

$$c = \dots$$

$$\text{обор: } \frac{a+b}{c}$$



