

Во всех задачах можно использовать python/R/julia/C++ или любой другой язык программирования с открытыми исходниками. Вполне могут возникать уравнения или оптимизационные задачи, которые решаются только численно. Если при решении задачи использовался код, то его нужно привести. Можно использовать chatgpt с указанием полного диалога в решении. Решение нужно прислать в виде **одного pdf файла**.

- 10 С помощью chatgpt решите любую задачу из нашего курса теории вероятностей и статистики. Можно брать задачи из прошлых контрольных, лекций, семинаров и даже этого домашнего задания. В качестве ответа приведите полный диалог с chatgpt.

Простой диалог в виде двух реплик условия и ответа chatgpt даёт 6 баллов. Сложный диалог с наводками, указанием chatgpt на ошибки и их исправлением — 10 баллов.

Пример инструкции как запергаться, <https://journal.tinkoff.ru/chatgpt-in-russia/>.

1. Однажды в Самарканде турист заказывал Яндекс-такси. На десятом заказе приехал таксист, который уже раньше приезжал. Для упрощения предположим, что все n таксистов Самарканда всегда на работе и приезжают равновероятно.

5 Постройте график функции правдоподобия как функции от общего количества такси n . Найдите оценку числа n методом максимального правдоподобия.

5 Постройте график математического ожидания номера заказа, на котором происходит первый повторный приезда, как функции от общего количества такси n . Найдите оценку числа n методом моментов.

- 10 Предположим, что настоящее n равно 100. Проведя 10000 симуляций, рассчитайте 10000 оценок метода моментов и 10000 оценок методом максимального правдоподобия. Постройте гистограммы для оценок двух методов. Оцените смещение, дисперсию и среднеквадратичную ошибку двух методов.

При симуляциях всегда добивайтесь воспроизводимости, <https://builtin.com/data-science/numpy-random>.

2. Иноагент Иннокентий по 20 наблюдениям строит 95%-й доверительный интервал для математического ожидания несколькими способами: классический асимптотический нормальный интервал, с помощью наивного бутстрэпа, с помощью бутстрэпа t -статистики.

Для каждого способа оцените вероятности событий:

5 Доверительный интервал покрывает 1, если наблюдения распределены экспоненциально с интенсивностью 1.

5 Доверительный интервал покрывает 0, если наблюдения имеют распределение Стюдента с тремя степенями свободы.

5 Доверительный интервал покрывает 0, если наблюдения имеют распределение Стюдента с одной степенью свободы.

Для каждого способа и каждого распределения проведите 10000 симуляций. Кратко прокомментируйте, почему фактическая вероятность накрытия оказалась близка или далека от 95%.

Про бутстрэп и перестановочные тесты можно и нужно почитать <https://arxiv.org/abs/1411.5279>.

Для следующих задач потребуется данные по результатам экзамена по теории вероятностей этого года по 30-балльной шкале. Их можно найти на вики-страничке курса.

3. Проверьте гипотезу о том, что ожидаемые результаты тех, у кого фамилия начинается с гласной буквы и с согласной буквы, равны. В качестве альтернативной гипотезы возьмите гипотезу о неравенстве.

- 5 Используйте тест Уэлча.
- 5 Используйте наивный бутстрэп.
- 5 Используйте бутстрэп t -статистики.
- 5 Используйте перестановочный тест.

В каждом случае укажите точное P -значение и статистический вывод для уровня значимости 5%.

4. Иноагент Иннокентий Вероятностно-Статистический считает, что длина фамилии положительно влияет на результат экзамена. А именно, он предполагает, что ожидаемый результат за экзамен прямо пропорционален длине фамилии, $\mathbb{E}(Y_i) = \beta F_i$, где Y_i — результат за экзамен по 30-балльной шкале, F_i — количество букв в фамилии.

- 5 Оцените β методом моментов.
 - 5 С помощью перестановочного теста найдите P -значение и формально протестируйте гипотезу о том, что $\beta = 0$.
- 5 Укажите любой источник по теории вероятностей или статистике, который вам оказался полезен в течение года. Это может быть статья, видео, задача, всё что угодно. Объясните, с чем конкретно этот источник помог разобраться. Лучше привести в пример внешний источник, не упомянутый на вики курса, но если что-то