

Фамилия, имя, отчество (печатными буквами):

.....

Фамилия семинариста:

.....

Задача	1	2	3	4	5
--------	---	---	---	---	---

Балл					
------	--	--	--	--	--







Оставь пистолет. Захвати пирожные.

*Марио Пьюзо, Крёстный отец*

1. Вито и Дженко открыли компанию по импорту оливкового масла. Они получили  $X$  литров масла и разливают его поровну по  $N + 1$  вместительным бутылкам. Величины  $X$  и  $N$  независимы,  $X$  имеет экспоненциальное распределение с ожиданием 10 литров, а  $N$  — пуассоновское распределение с ожиданием 9 бутылок.
  - а) [5] Найдите вероятность того, что в каждой бутылке будет меньше либо равно литру масла, если число бутылок  $N + 1$  равно трем.
  - б) [5] Найдите вероятность того, что в каждой бутылке будет меньше либо равно литру масла, если число бутылок  $N + 1$  оказалось не больше трех.
  - в) [5] Найдите  $F(1)$ , если  $F$  — функция распределения количества масла в каждой бутылке.
2. На праздник ровно 5% жён итальянских мафиози получили в подарок цветы. Цветы получают в подарок только от мужа. Также известно, что 0.5% жён получили в подарок пирожные, причём половина жён получила их от мужа, а половина — от брата. Среди жён, получивших пирожные от мужа, 90% получили в подарок цветы. Среди жён, получивших пирожные от брата, 5% получили в подарок цветы.
  - а) [5] Кармела получила в подарок цветы. Какова условная вероятность того, что она получила пирожные в подарок от мужа?
  - б) [10] Талия получила в подарок цветы и пирожные. Какова условная вероятность того, что она получила пирожные в подарок от мужа?
3. В особняке дона Вито Корлеоне собрались в круг  $n > 2$  гостей. У двоих из гостей есть по теннисному мячу. Одновременно и независимо друг от друга эти двое бросают свои мячи случайно выбираемым гостям. Если мячи были брошены одному гостю, то он объявляется преемником Крёстного отца. Если мячи были брошены разным гостям, то новые раунды бросков продолжаются по тем же правилам. Обозначим буквой  $X$  количество раундов, которое потребуется для определения преемника.
  - а) [5] Найдите вероятность  $\mathbb{P}(X = 2)$ .
  - б) [5] Найдите функцию распределения величины  $Y = \min\{X, 3\}$ .
  - в) [5] За сколько раундов в среднем будет определён преемник?

4. Количество глав семей,  $X$ , собранных доном Корлеоне для переговоров, имеет производящую вероятности функцию

$$g(t) = 0.2t + 0.3t^2 + 0.5t^3.$$

- а) [5] Постройте график функции распределения величины  $X$ .
- б) [5] Найдите  $g'(1)$  и объясните, какой смысл имеет величина  $g'(1)$  для произвольной функции производящей вероятности.
5. Чтобы уйти от преследования, консьержи хочет сесть в первый попавшийся автобус. На остановку приходят автобусы трёх маршрутов,  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Интервалы между автобусами каждого маршрута равны ровно пяти минутам. Автобусы разных маршрутов приходят независимо друг от друга. Обозначим буквой  $T$  время ожидания консьержи на остановке в минутах.
- а) [5] Найдите вероятность  $\mathbb{P}(T \leq 1)$ .
- б) [5] Найдите функцию плотности и функцию распределения  $T$ .
- в) [5] Найдите ожидание  $\mathbb{E}(T)$ .