

1. Величина X распределена нормально $\mathcal{N}(0; \sigma^2)$.
 - а) Найдите $\mathbb{E}(|X|)$.
 - б) Найдите функцию плотности $|X|$.
 - в) Представьте себе, что вы видите только значения X , большие 1. Найдите функцию плотности наблюдаемой случайной величины и вычислите её математическое ожидание.
2. Пёс Шарик и Кот Матроскин каждый день в течение месяца покупают молоко в розлив. Цена молока в i -ый день — константа m_i . Средняя цена молока за прошедший месяц оказалась равной 40 рублям. Пёс Шарик каждый день покупал литр молока. Кот Матроскин каждый день покупал молока на 40 рублей.
 - а) Кто больше потратил денег?
 - б) Кто больше молока купил?
3. Кот Матроскин забрасывает удочку 10 раз. Вероятность поймать рыбку при одном забрасывании равна p . Пёс Шарик забрасывает удочку случайное пуассоновское количество раз, N , под настроение. Известно, что $\mathbb{E}(N) = 10$.

У кого шансы поймать хотя бы одну рыбку выше?
4. Случайным образом на сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ равномерно выбирается точка. Её координаты — случайные величины X , Y и Z .
 - а) Найдите функцию плотности величины X .
 - б) Найдите совместную функцию плотности пары величин X и Y .
 - в) Найдите ковариацию величин X и Y .
5. Компания кабельного телевидения НВТ, Новая Вершина Телевидения, анализирует возможность присоединения к своей сети пригородов N-ска. Опросы показали, что в среднем каждые 3 из 12 семей жителей пригородов хотели бы стать абонентами сети. Стоимость работ, необходимых для организации сети в любом пригороде оценивается величиной 2 000 000 у.е. При подключении каждого пригорода НВТ надеется получить 1 000 000 у.е. в год от рекламодателей. Планируемая чистая прибыль от оплаты за кабельное телевидение одной семьей в год равна 120 у.е.

Каким должно быть минимальное количество семей в пригороде для того, чтобы с вероятностью 0.95 расходы на организацию сети в этом пригороде окупились за год?
6. Неправильный кубик выпадает с вероятностью 0.5 шестеркой вверх. Остальные пять граней выпадают равновероятно. Случайная величина X — остаток от деления номера грани на два, Y — остаток от деления номера грани на три.
 - а) Найдите закон распределения $\mathbb{E}(X | Y)$, $\mathbb{E}(Y | X)$.
 - б) Выразите $\mathbb{E}(Y | X)$ через X , а $\mathbb{E}(X | Y)$ через Y .
 - в) Найдите $\text{Cov}(\mathbb{E}(Y | X), \mathbb{E}(X | Y))$, $\text{Cov}(\mathbb{E}(Y | X), X)$, $\text{Cov}(Y, X)$.
7. Величины X_1, \dots, X_n независимы и одинаково распределены с математическим ожиданием 10 и дисперсией 20. Найдите примерный закон распределения величин \bar{X}^2 , $(1 + \bar{X})/(\bar{X}^2 + 5)$ при большом n .

8.



Протрезвел я в цветах, а вокруг уже ночь,
Лепестков облетевших одежда полна.
Вдоль ручья побреду я куда-нибудь прочь,
Где ни птиц, ни людей, только в небе луна.

Ли Бо

Бессмертный гений поэзии Ли Бо очнулся в случайной равномерно распределенной точке круглой поляны радиусом в один ли. В центре поляны находится розовый куст.

- Найдите функцию плотности расстояния от Ли Бо до розового куста в ли.
- Найдите математическое ожидание и дисперсию этого расстояния.