

Фамилия, имя, отчество (печатными буквами):						
.....	Задача	1	2	3	4	5
Фамилия семинариста:						Балл
.....						







И Ленский пешкою ладью  
Берет в рассеянье свою.

*Александр Пушкин, Евгений Онегин*

1. В течении 10 ночей снится чудный сон Татьяне. Ей снится будто бы она идёт по снеговой поляне, печальной мглой окружена, а из сугроба является большой взъерошенный медведь. Размеры медведей  $X_i$  независимы и имеют функцию плотности

$$f(x) = \begin{cases} (\theta + x)/(\theta + 1.5), & \text{если } x \in [1; 2], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Помогите Татьяне оценить интенсивность хандры суженого  $\theta$  с помощью метода моментов.

2. Служанки со всего двора используют метод максимального правдоподобия для гадания про своих барышень. Количества мурчаний кота в очередной день марта,  $X_i$  — независимые случайные величины с распределением заданным формулой  $\mathbb{P}(X_i = k) = (1 - p)^{k-1}p$ , где  $p$  — вероятность того, что муж окажется богатым.

Оцените вероятность того, что муж окажется богатым, если за март было 10 дней, в которые кот мурлыкнул ровно 1 раз, 15 дней, в которые кот мурлыкнул ровно 2 раза, и 5 дней, в которые кот мурлыкнул *не менее* 3-х раз.

3. Какое минимальное количество робертов нужно сыграть игроку, чтобы с вероятностью не менее 80% быть уверенным, что доля выигранных партий в выборке отличается от его истинной вероятности выиграть не более, чем на 0.01?
4. Евгений каждый свой вечер проводит у Лариных  $X_i$  минут. Величины  $X_i$  независимы и одинаково распределены.

Евгений использует необычную оценку

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n + 1}$$

для неизвестного параметра  $\mu = \mathbb{E}(X_i)$ .

- а) Является ли эта оценка несмещённой? состоятельной?
- б) При каком условии на  $\mu$  и  $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$  эта необычная оценка будет иметь среднеквадратичную ошибку  $MSE = \mathbb{E}((\hat{\mu} - \mu)^2)$  меньше, чем у классической  $\hat{\mu} = \bar{X}$ ?
5. Евгений опросил жителей Москвы и Санкт-Петербурга, какой из трёх видов отдыха они предпочитают: прогулки, чтение, сон глубокий. Из 300 опрошенных москвичей прогулки предпочитают 100 человек, чтение — 50 и сон глубокий — 150 человек. Из 200 опрошенных санкт-петербуржцев прогулки предпочитают 80 человек, чтение — 70 и сон глубокий — 50 человек.
- а) Постройте 95% асимптотический доверительный интервал для доли москвичей, предпочитающих прогулки.
- б) Постройте 95% асимптотический доверительный интервал для разницы доли москвичей и доли петербуржцев, предпочитающих прогулки.
- в) (\*) Постройте 95% асимптотический доверительный интервал для разницы доли москвичей, предпочитающих прогулки, и доли москвичей, предпочитающих сон глубокий.