Содержание

1. Quick start

Определение 1.1 (Случайная величина) *Случайная величина — это функция из множества исходов эксперимента Ω в множество действительных чисел $\mathbb{R}$.*

По европейской традиции случайные величины обычно обозначают с помощью заглавных букв, в российской традиции обычно используют греческие буквы.

Если случайная величина моделирует время наступления какого-то события, то с помощью особого значения $+\infty$ описывают сценарий, в котором событие не наступило. В этом случае множеством значений случайной величины может быть $\{1, 2, 3, \ldots\} \cup \{\infty\}$.

Теорема 1.2 (Критерий независимости) *Случайные величины X и Y независимы, если и только если события $A = \{X \leq x\}$ и $B = \{Y \leq y\}$ независимы для любых действительных чисел x и y.*

Теорема 1.3 (Критерий независимости) *Случайные величины X и Y независимы, если и только если для любых[1] действительных функций f и g*

$$\mathbb{E}(f(X) \cdot g(Y)) = \mathbb{E}(f(X)) \cdot \mathbb{E}(g(Y)).$$

[1] Для которых левая и правая части формулы определены.

В частности, из критерия следует, что для независимых случайных величин X и Y верно равенство $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\,\mathbb{E}(Y)$.

Теорема 1.4 (Критерий независимости дискретных величин) *Дискретные случайные величины X и Y независимы, если и только если события $A = \{X = x\}$ и $B = \{Y = y\}$ независимы для любых действительных чисел x и y.*

Метатеорема 1.1 (О доказательствах про дискретные величины.) *Все доказательства утверждений о дискретных случайных величинах доказываются перегруппировкой слагаемых.*

Определение 1.5 *Монета выпадает решкой с вероятностью p при каждом броске независимо от других бросков. Мы подбрасываем монету n раз.*

Случайная величина X имеет биномиальное распределение *с параметрами n и p, если она равна количеству решек, выпавших в этом эксперименте.*

Биномиальное распределение, $X \sim \mathrm{Bin}(n, p)$

Определение 1.6 *У нас есть монета, выпадающая решкой с вероятностью p при каждом броске независимо от других. Мы подбрасываем монету до выпадения r орлов.*

Случайная количество выпавших решек X имеет отрицательное биномиальное распределение *с параметрами r и p.*

Отрицательное биномиальное распределение, $X \sim \mathrm{NBin}(r, p)$