День всех влюблённых в тервер

1 Задачи для speed dating

1. Сваха Зинаида готова искать невесту для любого желающего на $\mathbb{P}$(inder) в течение 60 минут (невеста может быть только одна, поток кандидаток равномерен и они не зависят друг от друга). Вероятность нахождения невесты за указанный период равна 0.1. Если Зинаида не смогла найти подходящую невесту в течение первых 50 минут, какова вероятность того, что за последние 10 минут желающий всё же получит невесту?

   Решение: A – невесту нашли на последних 10 минутах, B – невесту не нашли на первых 50 минутах

   $$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{0.1 * 1/6}{(1 - 0.1) + 0.1 * 1/6} = 0,018$$

2. На 14 февраля Ванечка раздавал всем девочкам готовые валентинки, чтобы максимизировать свои шансы на успех. Каждой девочке Ванечка отдал по 3 валентинки, не учитывая их цвет. Валентинки были двух цветов: розовые и красные. В итоге у 17 девочек оказалось не меньше двух красных валентинок, у 16 девочек не меньше двух розовых валентинок, у 13 точно попалась одна красная и одна розовая валентинка. У скольких девочек все три валентинки были одного цвета?

   Решение: 17 + 16 - 13 = 20

3. Каждый ученик группы после занятий точно ходит или в клуб любителей тервера, или в клуб любителей финансов, или в клуб любителей микры, или в несколько клубов сразу. В клуб любителей тервера из группы ходят 15 человек, в клуб любителей финансов из группы ходят 7 человек, в клуб любителей микры ходят 22 человека из группы. Совмещают тервер и микру 12 человек, совмещают тервер и финансы 3 человека, совмещают микру и финансы 3 человека. Самая сильная парочка студентов ходит во все 3 клуба. Сколько всего людей в группе?

   Решение: 15 + 7 + 22 - 12 - 3 - 3 + 2 = 28

4. В вашей группе 30 человек. Сколькими способами можно выбрать из вашей группы четырех человек, чтобы объединить их в команду для Дня влюбленных в тервер?

   Решение: 29 * 28 * 27 * 26 = 570024

5. На Вики-страничке по терверу у Елены и Николая 2024 подписчика. Ровно половина подписчиков смотрит и очень любит лекции Елены. Ровно половина подписчиков смотрит и очень любит семинары Николая. При этом оказалось, что ровно 14 подписчиков смотрят и очень любят и лекции, и семинары. Сколько подписчиков ничего не любят?

   Решение: 14

6. Предположим, что 5 мужчин из 100 и 25 женщин из 1000 не способны понять и полюбить теорию вероятностей. Наугад выбранное лицо не знает формулу вероятности для распределения Пуассона и не видит красоту закона больших чисел и центральной предельной теоремы. Какова вероятность того, что это мужчина?

   Решение:

$$\mathbb{P}(\text{мужчина}|\text{не любит тервер}) = \frac{\mathbb{P}(\text{мужчина} \cap \text{не любит тервер})}{\mathbb{P}(\text{не любит тервер})} = \frac{\frac{5}{100}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{5}{100}\cdot\frac{1}{2}+\frac{25}{1000}\cdot\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

7. Время влюбиться в участника из вашей команды Праздника Влюбленных В Тервер распределено по экспоненциальному закону с параметром равным 0,1.

   Какова вероятность не влюбиться в течение следующих получаса, если прошло уже 15 минут с начала праздника, а Вы еще не влюбились?

   Решение:

$$\mathbb{P}(\text{ X > 45}|\text{ X > 15}) = \frac{\mathbb{P}(\text{X > 45 })}{\mathbb{P}(\text{X > 15})} = \frac{exp^{-0.1*45}}{exp^{-0.1*15}} = \ exp^{-3}$$

8. Время, за которое Вы успеете наесться пиццей на Празднике Влюбленных В Тервер распределено по экспоненциальному закону с параметром равным 0.02. За сколько минут в среднем Вы наедитесь пиццей?

   Решение:

$$E(x) = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ минут}$$

9. В вашей команде на Празднике Влюбленных В Тервер помимо вас участвуют два Иннокентия, два Ипполита, Кассандра и Кассиопея. Все вместе Вы сели за круглый стол произвольно. Какова вероятность, что Вы окажетесь между двумя тёзками?

   Решение:

   Слева может сидеть Ипполит1, справа Ипполит2. Или слева Ипполит2, справа Ипполит1. Аналогично с Иннокентиями. Итого нам подходят 4 варианта рассадки тезок, и 4! рассадки всех остальных. Вероятность = $\frac{4*4!}{6!}$

10. Земфира и Земфир договорились о свидании. Земфира обычно не опаздывает на такие встречи, время её опоздания распределено нормально с нулевым средним и ст. отклонением 3 минуты. Земфир каждый день решает задачи по терверу и немного увлекается, поэтому время его опоздания распределено нормально, но с со средним 10 минут и ст. отклонением 10 минут. Так как Земфира и Земфир могут переписываться, время опозданий имеет корреляцию 0.2.

    Найдите вероятность того, что их суммарное время опоздания не больше нуля.

    Решение:

    $\mathbb{E}(X+Y) = 0 + 10 = 10$

    $\mathbb{V}\text{ar}(X+Y) = \mathbb{V}\text{ar}(X) + \mathbb{V}\text{ar}(Y) + 2\,\mathbb{C}\text{ov}(X,Y) = 9 + 100 + 2\cdot 3\cdot 10\cdot 0.2 = 121$

    $\mathbb{P}(X+Y \le 0) = \Phi(\frac{0-10}{\sqrt{121}}) = \Phi(-10/11) \approx 0.18$

11. Студентка Анфиса готовится к завтрашнему свиданию со своим крашем. Она знает, что с вероятностью равной 0.5 в Москве будет сильный мороз и снегопад. В таком случае ей придется надеть подштанники. Однако, ее краш написал ей эсэмэску о том, что завтра будет хорошая погода, поэтому она поменяла свое мнение.

    Посчитайте, с какой вероятностью Анфиса наденет подштанники на свидание, если, с ее точки зрения, краш говорит правду в 70% ситуаций.

    Решение:

12. Длина speed datinga для Амфилохия – случайная величина с функцией плотности

$$f_T(t) = \begin{cases} IQ \cdot t^2 & \text{если } 0 < t < 0.3 \text{ часа} \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

    Найдите IQ Амфилохия.

    Решение:
    $\int_0^{0.3} IQ \cdot t^2 dt = IQ \cdot \frac{0.3^3}{3} = 1, IQ = 111.(1)$

13. Лучшие моменты в жизни — проведенные с близкими тебе людьми... (c) Джейсон Стейтем. Жизнь Стейтема — непрерывная случайная величина с функцией плотности

$$f_X(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & \text{если } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

    Найдите второй лучший момент в жизни Стейтема.

    Решение: $\mathbb{E}(X^2) = \int_0^1 x^2(x + \frac{1}{2})dx = (\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{6}x^3)|_0^1 = \frac{5}{12} \approx 0.42$

2 Задачи для ужина

14. Преподавательница Ульяна Филиппкина оценивает навыки программирования студентов на языке Gadyuka по шкале от 1 до 6, выставляя каждую оценку равновероятно и независимо от других.

    а) Рассчитайте вероятность того, что хотя бы один студент из четырех получит максимальную оценку 6.

    б) Рассчитайте вероятность того, что на занятии, во время которого 48 студентов сидят за партами по двое, хотя бы за одной из парт оба студента получат оценку 6.

    в) Кем в прошлой жизни была Ульяна Филиппкина?

    Решение: Первый случай:

$$\mathbb{P}(\text{хотя бы один получит 6}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.5177$$

    Второй случай:

$$\mathbb{P}(\text{хотя бы один раз два человека получат 6}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 0.4941$$

    Первый случай более вероятен.

15. Случайные величины ξ_1 и ξ_2 описывают силу любви Нюши и Черного Ловеласа и наоборот. Силы любви ξ_1 и ξ_2 независимы и имеют экспоненциальное распределение с интенсивностью $\lambda = 1$. Нюша измеряет индекс любви как $N = \max(\xi_1, \xi_2)$, а Черный Ловелас как $L = \xi_1 + 0.5 \cdot \xi_2$. Покажите, что функции распределения индексов любви Нюши и Черного Ловеласа идеально совпадают.

16. Предположим, в студенческой группе 10 девочек и 20 мальчиков. Пусть вероятность влюбиться в случайного одногруппника равна 0.05, а влюбиться в преподавателя курса можно с вероятностью 0.1 (влюбляться в свой пол почти наверное нельзя). Студенты влюбляются независимо и неоднократно.

    Что больше: вероятность быть влюблённым мальчику или эта же вероятность для девочки, если курс читает лектор-девушка и семинарист-девушка? *Подсказка:* $0.95^3 < 0.9$.

    Решение:

    Для мальчика вероятность не влюбиться ни в кого равна $0.95^{10} \cdot 0.9^2$, для девочки — 0.95^{20}.

    Заметим,

$$0.95^{10} < 0.95 \cdot 0.9^6 < 0.9^2.$$

    Таким образом, вероятность не влюбиться ни в кого больше у мальчика, значит ответ: у девочки.

17. Анна и Вронский живут на окружности единичного радиуса $\omega = [0, 2\pi)$, где в точке 0 располагается центр Москвы, а в точке π — Петербурга. Про их совместную жизнь известно:

    - Распределение местоположения Вронского V является равномерным на

$$[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}] \cup [\frac{5\pi}{3}, 2\pi) \cup [0, \frac{\pi}{3}]$$

- Распределение местоположения Анны A является равномерным на
$$[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}] \cup [\frac{11\pi}{6}, 2\pi) \cup [0, \frac{\pi}{6}],$$
- Величины A и V независимы,
- Распределение $(A \mid V)$ — тоже равномерное, но на
$$\left([\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}] \cap [V - \frac{\pi}{6}, V + \frac{\pi}{6}]\right) \cup [\frac{11\pi}{6}, 2\pi) \cup [0, \frac{\pi}{6}].$$

Алексей Александрович Каренин хочет понять с какой вероятностью его жена (Анна) проводит время с Вронским, если последний находится в Петербурге.

Математически, требуется найти
$$\mathbb{P}\{|A - V| < \frac{\pi}{6} \mid V \in [\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]\}.$$

Решение:

а) Пусть Вронский находится в точке $t \in [\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$. Обозначим искомую вероятность за p. Тогда
$$p = \frac{\mathbb{P}\{|A - V| < \frac{\pi}{6} \ \cap \ V \in [\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]\}}{\mathbb{P}\{V \in [\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]\}} =: \frac{p_1}{p_2}.$$

Заметим,
$$\begin{aligned} p_1 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbb{P}\{A \in [t - \frac{\pi}{6}, t + \frac{\pi}{6}] \,|\, V = t\} \cdot f_V(t) dt \\ &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\pi} dt \\ &= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}\right) \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Так как $p_2 = \frac{1}{3}$, получаем ответ $\frac{1}{2}$.

б) В таком случае
$$\begin{aligned} p_1 &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbb{P}\{A \in [t - \frac{\pi}{6}, t + \frac{\pi}{6}] \,|\, V = t\} \cdot f_V(t) dt \\ &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \mathbb{P}\{A \in [t - \frac{\pi}{6}, t + \frac{\pi}{6}]\} \cdot f_V(t) dt \\ &= \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\pi} dt \\ &= \frac{1}{3\pi}\left(\frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}\right) \\ &= \frac{1}{9}. \end{aligned}$$

в) Вероятность возрастает с $1/9 = 0.111$ до $1/6 = 0.166$. Пять процентных пунктов звучит как не очень большая разница...

18. По сюжету песни «Миллион алых роз» художник расположил у окна героини «целое море цветов» — формализуем это понятие.

 Пусть Алла Борисовна живёт в одномерном пространстве в точке 0. Художник раскладывает цветы в луч, каждый цветок описывается полуинтервалом $(a, b]$, где $0 \leq a < b$. Рассмотрим произвольное «море цветов»

$$F = \bigcup_{i=1}^{1000000} (a_i, b_i].$$

 Рассмотрим систему «морей цветов»

$$\mathcal{F} = \left\{ F \;\middle|\; 0 < a_i < b_i \leq +\infty \;\forall i \right\} \cup \emptyset.$$

 а) Как вы мыслите объект «море цветов»? Напишите хокку[1].

 б) Как вы мыслите множество $\mathcal{F}$? Напишите хокку.

 в) Среди поклонников Аллы Борисовны популярна алгебраическая структура «алгебра». Система множеств S является алгеброй, если

 - $\emptyset \in S$;
 - найдётся $\Omega \in S$ такое, что любой элемент $A \in S$ является подмножеством Ω;
 - $A \in S \Rightarrow A^c := \Omega \setminus A \in S$;
 - операция пересечения не выводит за рамки S.

 Является ли $\mathcal{F}$ алгеброй?

 г) Является ли $\mathcal{F}$ σ-алгеброй? (Бывалые поклонники Аллы Борисовны помнят, что для этого операция счётного объединения не должна выводить за рамки S.)

 Решение

 а) Луч из цветов: | есть место между ними, | или вовсе нет.

 б) Хоть как их клади — | все способы описать | может система.

 в) Пустое лежит в F; также $\Omega = (0, +\infty]$; к тому же, дополнение к любому полуотрезку есть объединение двух других полуотрезков; а пересечение — если не пустое — имеет вид того же полуотрезка.

 г) Нет, контрпример — произвольное разбиение $(0, +\infty)$. (Объединение элементов разбиения не представимо как объединение миллиона полуотрезков.)

19. Машенька из города Иваново хочет, чтобы у ее избранника был доход выше среднего и IQ выше среднего.

 В городе Иваново доход мужчин в тысячах рублей, X, и IQ мужчин, Y, имеют совместное нормальное[2] распределение

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} 30 \\ 100 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 & 18 \\ 18 & 81 \end{pmatrix} \right)$$

[1] Стихотворение без рифм, в три строчки: в первой 5 слогов, потом 7 и снова 5.

[2] В Иваново чтут статью 6.21 КоАП РФ и статьи 280-282 Уголовного кодекса.

а) Какова вероятность встретить избранника с подходящим уровнем дохода?

б) Судя по первой встрече в кафе, у Ванечки IQ равен 110. Какова условная вероятность того, что Ванечка подходит Машеньке?

в) Какова вероятность того, что *к* Машеньке подойдёт случайно встреченный в баре Михаил?

Решение:

а) $\mathbb{P}(X > 30) = 1/2$, 2 балла

б) $\mathbb{P}(X > 30 \mid Y = 110)$, 7 баллов

$$X = 18/81Y + U$$
$$\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) = (18/81)^2\,\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) + \mathbb{V}\mathrm{ar}(Y)$$
$$\mathbb{V}\mathrm{ar}(U) = 12$$
$$\mathbb{E}(X \mid Y = 110) =$$

в) вопрос шутка, принимаем любой ответ! 1 балл

20. Нюша не совсем уверена в своей любви к Барашу, поэтому она решила погадать на цветах, а именно на двух ромашках. На каждой ромашке изначально ровно N лепестков. Нюша выбирает равновероятно цветок наугад и вырывает один лепесток. Затем снова выбирает цветок наугад и снова вырывает один лепесток, и так далее.

    Какова вероятность того, что, когда один из цветков окажется пустым, на втором останется ровно m лепестков?

    Решение: Если первый цветок оказался пустой, а второй содержит m лепестков, то это означает, что всего было сорвано $2N-m$ лепестков, причем N штук было сорвано с одного цветка и последний лепесток был сорван с того же цветка. Умножаем вероятность на 2, так как ситуация аналогична для двух цветков.

    $$\mathbb{P}(\text{один цветок пустой}|\text{на другом цветке } m \text{ лепестков}) = 2 \cdot C^{m-1}_{2N-m-1} \cdot \frac{1}{2^{2N-m}} = \frac{1}{2^{2N-m-1}} \cdot C^{m-1}_{2N-m-1}$$

21. Случайная величина $LoveTime$ — время, которое парень Антон уделяет на ухаживание за своей девушкой Полиной — имеет ненормальное распределение вида $F(mwah|Mwah > 0)$, где $Mwah$ — нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием, равным двум часам и стандартным отклонением, равным одному часу.

    Полина расстанется со своим парнем в день, когда он уделит ей меньше двух часов своего времени. Найдите вероятность того, что Полина и Антон перестанут встречаться. Округлите ответ до трех знаков после запятой.

22. У Вовы было бесконечное количество мәхәббәт пыяласы, которые он бросал. Вероятность того, что мәхәббәт пыяласының ватылган, равна 0.6. Вова кидал мәхәббәт пыяласын до тех пор, пока не ватты два подряд. Найдите ожидаемое количество брошенных мәхәббәт пыяласының (округляя вверх до целого числа).

    Решение: X – число брошенных пыяласын; 1 – ватылды; 0 – ватылмады.

Условно на первый бросок $\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(X|1) \cdot \mathbb{P}(1) + \mathbb{E}(X|0) \cdot \mathbb{P}(0) = \mathbb{E}(X|1) \cdot 0.6 + (1 + \mathbb{E}(X)) \cdot 0.4$
Условно на два броска $\mathbb{E}(X|1) = \mathbb{E}(X|1,1) \cdot 0.6 + \mathbb{E}(X|1,0) \cdot 0.4 = 2\ \cdot 0.6 + (2 + \mathbb{E}(X)) \cdot 0.4$
В итоге $\mathbb{E}(X) = \frac{1+0.6}{0.6^2} = 4.(4) \approx 5$

3 Задачи для $\mathbb{P}$индера

Оформляем задания как тиндер-аккаунты с фото. Имена до буквы с A по M — верные ответы, с N по Z — неверные. Имена пишем на английском, чтобы ближе к стилистике tinder.

1. В связке воздушных шариков N шаров — белые, а K шаров — розовые. Вероятность того, что ровно k из n случайно взятых шаров — розовые, равна

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{C_K^k \cdot C_N^{n-k}}{C_{N+K}^n}$$

2. Пусть X, Y — случайные величины, имеющие совместное нормальность распределение с параметрами $\mathbb{E}(X) = \mu_X$, $\mathbb{E}(Y) = \mu_Y$, $\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) = \sigma_X^2$, $\mathbb{V}\mathrm{ar}(Y) = \sigma_Y^2$, $\mathbb{C}\mathrm{orr}(X, Y) = \rho$. Верно ли, что совместная плотность X, Y имеет следующий вид

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(\frac{1}{1-\rho^2}\left(\frac{(x-\mu_X)^2}{2\sigma_X^2} + \frac{(y-\mu_Y)^2}{2\sigma_Y^2} - \rho\frac{(x-\mu_X)(y-\mu_Y)}{\sigma_X\sigma_Y}\right)\right)$$

3. (неверно) Корректной Ω для эксперимента с подбрасыванием монетки является:

$$\Omega = \{\text{Орёл и идёт дождь}, \text{Решка и дождя нет}, \text{Решка}\}$$

Pasha 20

OLS DID RDD

Формула условной вероятности:

$$\mathbb{P}(A \mid B) = \frac{\mathbb{P}(A \cup B)}{\mathbb{P}(B)}.$$

Nikita 21

GMM FED Bootstrap

Для любой величины X и любого $\varepsilon > 0$:

$$\mathbb{P}(X \leq \varepsilon) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{\varepsilon}.$$

Ekaterina 20

Bayes LLN MLE

Во множестве из n элементов ровно 2^n подмножеств.

Evelina 20

LLN Bayes MLE

Корректная Ω для эксперимента с подбрасыванием монетки:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} \text{Орёл и идёт дождь,} \\ \text{Орёл и дождя нет,} \\ \text{Решка} \end{array} \right\}.$$

Ivan 21

GMM ML CLT

Для любого $a \in \mathbb{R}$ верно:

$$\mathbb{E}(\xi - a)^2 \geq \mathbb{V}\text{ar}(\xi).$$

Ulyan 30

TF–IDF FitFetish W2V

Если $\mathbb{E}(X \cdot Y) = \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y)$, то X и Y — независимы.

Boris 43

Bootstrap GitHub BDSM

Если $\mathbb{P}(A) = 1$ и $\mathbb{P}(B) = 1$, то события A и B независимы.

Bogdan 20

Trees Blackboard Integral Calculus

$$\mathbb{P}(A \cap B) \geq \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 1.$$

Dmitrii 21

SDE LLN CLT

Если S — это сумма очков на трёх выпавших кубиках, то:

$$\mathbb{P}(S = 11) > \mathbb{P}(S = 12).$$

Daniil 20

RamseyTest SUR 2SLS

Существуют 2024 случайных события, такие, что любые 2023 из них — независимы, а все они вместе — зависимы.

Andrey 20

HatMatrix StochAn 52

Для любой случайной величины верно:

$$\mathbb{E}(X^2) \geq \mathbb{E}(X)^2.$$

Anna 19

Jensen's Inequality CLT Poisson

Если $A \subset \Omega$, то события A и Ω независимы.

Vsevolod 20

SGD LLN ML

Для любой величины X и любого $c < 0$:

$$\mathbb{P}(|X-\mu| \geq c) \leq \frac{\sigma^2}{c^2}.$$

Richard 20

ML GBoost CATE

$$\mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(A|B^c) = 1.$$

Andrey 20

T513 Studsovet DL

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c.$$

Mariya 28

VAR ETS Black–Scholes

Если события A и B независимы, то события A^c и B^c тоже независимы.

Nikita 19

CLT Bayes LLN

Случайные величины ξ и $\arcsin(\xi)$ независимы.

Vladimir 20

PCA WLS SEM

n валентинок можно разложить по порядку $(n-1)!$ способами.

Bella 28

ProbabilityTheory GitHub Finance

Если N — независимая от $X_1, X_2, \ldots$ случайная величина, то:

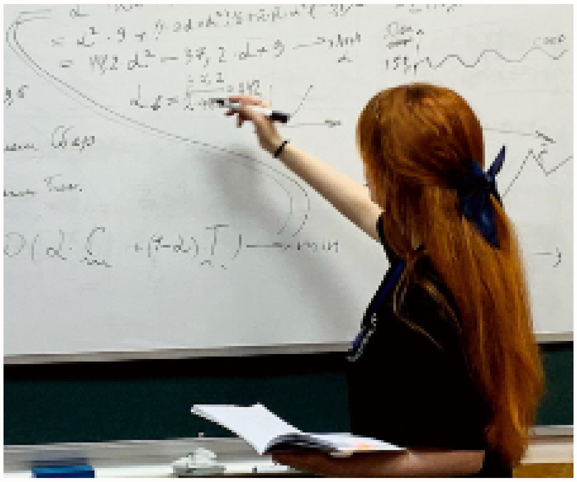
$$\mathbb{E}(X_1 + \ldots + X_N) = \mathbb{E}(N)\,\mathbb{E}(X).$$

Timur 20

ATET Finance GARCH

Существуют такие события A и B, что $\mathbb{P}(A \cap B^c) = \mathbb{P}(B \cap A^c) = \frac{4}{7}$.

Alyona 21



DSGE ONS Macro

Если $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 1$, то

$$\mathbb{P}((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)) = 0.$$

Khakim 20

MLE LR CLT

Для любых случайных величин X, Y верно:

$$\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) = \mathbb{E}[\mathbb{V}\mathrm{ar}(X|Y)] + \mathbb{V}\mathrm{ar}(\mathbb{E}[X|Y]).$$

Askhab 20

GMM Bayes LLN

Для биномиального распределения верно:

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = 1.$$

Alina 19

CLT Jensen's Inequality LLN

Корректная формула Байеса для событий $B, A_{1,N}$:

$$\mathbb{P}(A_j \mid B) = \frac{\mathbb{P}(B \mid A_j)\,\mathbb{P}(A_j)}{\sum_{i=1}^{N} \mathbb{P}(B \mid A_i)\,\mathbb{P}(A_i)}.$$

Ivan 21

OLS ONS GARCH

Если $\xi_1, \dots, \xi_n$ н.о.р.с.в, $n \geq 2$ и $\eta_i = \xi_i/(\xi_1 + \dots + \xi_n)$, то

$$\mathbb{C}\mathrm{ov}(\eta_i, \eta_j) < 0 \text{ при } i \neq j.$$

Maxim 20

Poplar Trees Random forest

Для любых случайных величин X, Y верно:

$$\mathbb{E}[\mathbb{E}[X|Y]] = \mathbb{E}[X].$$

Artem 20

Stochan LATE Wiener process

Для любой случайной величины X верно:

$$\mathbb{E}(X|X > 0) \geq \mathbb{E}(X).$$

Timur 20

Bootstrap GitHub ML

Если $\mathbb{P}(B) = 1$, то

$$\mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(A|B^c) = 1.$$

Polina 29

BTC GARCH GLS

Если события A и B независимы, то события A^c и B^c тоже независимы.

Polina 29

BTC GARCH GLS

Если события A и B независимы, то события A^c и B^c тоже независимы.

Polina 29

BTC GARCH GLS

Если события A и B независимы, то события A^c и B^c тоже независимы.

Polina 29

BTC GARCH GLS

Если события A и B независимы, то события A^c и B^c тоже независимы.

4 Задача на разрезание и письмо

Машка гадает на волшебной ромашке про Ромку. С Ромкой возможно одно из четырёх равновероятных событий: любит, не любит, к чёрту пошлёт, к сердцу прижмёт. Волшебная ромашка знает отношение Ромки к Машке. При гадании ромашка подскажет Машке верный ответ с вероятностью 0.4, а каждый из трёх неверных — с вероятностью по 0.2.

Какова условная вероятность события «к сердцу прижмёт», если ромашка подсказывает, что Ромка любит Машку?

Клайд получил от Бонни валентинку:

Мой милый Клайд, каждый день я шлю тебе случайное пуассоновское количество сообщений с ожиданием 100 штук. Каждое сообщение я равновероятно отправляю либо своими дрожащими наманикюренными пальчиками, либо своим дрожащим голосом. Если я отправляю более 70 сообщений пальчиками, то мне нужно восстановить маникюр, на что я трачу равномерное время от одного часа до двух часов. Почему ты мне вчера ни разу не написал? Моим страданиям нет меры и ещё равномерное время от двух часов до трёх часов я провожу у своего личного психоаналитика.

Помогите Клайду ответить на валентинку.