

Дедлайн: 2022-12-04, 21:00.

1. Рассмотрим наивный бутстрэп для исходной выборки из n наблюдений непрерывного распределения. Обозначим исходные наблюдения с помощью y_i , а бутстрэпированные — с помощью y_i^* .
 - а) Какова вероятность того, что пятое исходное наблюдение ровно три раза попадет в бутстрэп выборку?
 - б) Чему равен предел найденной вероятности при $n \rightarrow \infty$?
 - в) Чему равен предел вероятности $\mathbb{P}(\max y_i > \max y_i^*)$ при $n \rightarrow \infty$?

Следующие вопросы относятся к набору данных xxx. Если вычислительные возможности позволяют, берите $n_{boot} = 10000$ бутстрэп-выборок. Если нет, то сокращайте в соответствии с вычислительными возможностями.

2. Рассмотрим модель линейной регрессии

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_i + \hat{\beta}_3 x_i^2.$$

- а) С помощью наивного бутстрэпа постройте 95%-й доверительный интервал для каждого коэффициента.
 - б) С помощью наивного бутстрэпа постройте 95%-й доверительный интервал для вершины параболы.
3. Рассмотрим модель квантильной регрессии для квантилей $q = 0.1$, $q = 0.5$, $q = 0.9$:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_i + \hat{\beta}_3 x_i^2.$$

- а) Постройте три полученные линии регрессии на одном графике с данными.
 - б) Для медианной регрессии с помощью наивного бутстрэпа постройте 95%-й доверительный интервал для каждого коэффициента.
 - в) Для медианной регрессии с помощью наивного бутстрэпа постройте 95%-й доверительный интервал для вершины параболы.
4. Постройте 95%-й доверительный интервал для медианы величины y , используя наивный бутстрэп, бутстрэп t -статистики и ВСА-бутстрэп.
5. Величины y_i независимы $\mathcal{N}(\mu; 1)$.
 - а) Без компьютера явно найдите оценку μ методом максимального правдоподобия, если а-приори известно, что $\mu \geq 42$.

Винни-Пух использует наивный бутстрэп для построения 95%-го доверительного интервала для μ .

- б) С помощью симуляций найдите фактическую вероятность накрытия, если истинное $\mu = 42$.
 - в) С помощью симуляций найдите фактическую вероятность накрытия, если истинное $\mu = 44$.