

В решениях используются обозначения

Линейная оболочка (linear span):

$$\text{Span}(v_1, v_2, v_3) = \{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 \mid \alpha_1 \in \mathbb{R}, \alpha_2 \in \mathbb{R}, \alpha_3 \in \mathbb{R}\}$$

Конус (cone):

$$\text{Cone}(v_1, v_2, v_3) = \{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 \mid \alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0, \alpha_3 \geq 0\}$$

Выпуклая линейная оболочка (convex linear hull):

$$\text{Hull}(v_1, v_2, v_3) = \text{Convex}(v_1, v_2, v_3) = \left\{ \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 \mid \alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0, \alpha_3 \geq 0, \sum \alpha_i = 1 \right\}$$

1. Графические методы

1. а)

б)

$$\begin{aligned} 3a_1 - 3b_1 + x_2 &\rightarrow \max \\ 2a_1 - 2b_1 + x_2 - x_3 &= 8 \\ -2a_1 + 2b_1 + x_2 - x_4 &= -4 \\ a_1 - b_1 + x_2 + x_5 &= 11 \\ a_1 \geq 0, b_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

2. а)

б)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 &= -14 \\ x_1 + x_2 + x_5 &= 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_6 &= 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0 \end{aligned}$$

3. а) $P_1 = (4, 8) \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_2 = (2, 7) \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_3 = (5, 7) \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_4 = (9, 3) \notin \text{Hull}(A, B, C)$, $P_5 = (8, 4) \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_6 = (5, 6) \in \text{Hull}(A, B, C)$.

б) Допустимое множество $\text{Hull}(A, B, C)$ является треугольником. Все точки из множества $\text{Hull}(A, B, C)$ могут быть представлены в виде выпуклой линейной комбинации единственным образом.

в)

г)

4. а)

б) Допустимое множество $\text{Hull}(A, B, C)$ является треугольником. Все точки из множества $\text{Hull}(A, B, C)$ могут быть представлены в виде выпуклой линейной комбинации единственным образом.

в)

г)

5. а) $P_1 = (0, 1) = C \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_2 = (8, 9) = B \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_3 = (5, 8) \notin \text{Hull}(A, B, C)$, $P_4 = (4, 7) \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_5 = (3, 5) \in \text{Hull}(A, B, C)$, $P_6 = (8, 9) = A \in \text{Hull}(A, B, C)$.

б) Допустимое множество $\text{Hull}(A, B, C)$ является треугольником. Все точки из множества $\text{Hull}(A, B, C)$ могут быть представлены в виде выпуклой линейной комбинации единственным образом.

в) При $c > -1/2$ оптимум находится в точке B . При $c < -1/2$ оптимум находится в точке A . При $c = -1/2$ оптимум находится на отрезке $[A, B]$.

г) При $a \leq -6$ задача является неограниченной. При $a > -6$ задача является ограниченной.
