

1. Двойственная задача:

$$\begin{cases} 24y_1 + 20y_2 - 4y_3 \rightarrow \min \\ 3y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 4 \\ y_1 - 3y_3 \geq -1 \\ -2y_1 + y_2 - y_3 = 4 \\ y_1 + 2y_2 - y_3 \geq 7 \\ y_1 \geq 0, y_2 \in \mathbb{R}, y_3 \geq 0 \end{cases}$$

2. а) Двойственная задача:

$$\begin{cases} w = 9y_1 + 6y_2 \rightarrow \min \\ y_1 + y_2 \geq 4 \\ 5y_1 + y_2 \geq 12 \\ y_1 + 8y_2 \geq 18 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

Прямые  $\ell_1, \ell_2$  и  $\ell_3$  пересекаются в одной точке.

Решение двойственной задачи:  $y_1 = 2, y_2 = 2$ , минимум равен 30.

б) В двойственной задаче  $y_1 > 0$ , поэтому  $x_1 + 5x_2 + x_3 = 9$ . В двойственной задаче  $y_2 > 0$ , поэтому  $x_1 + x_2 + 8x_3 = 6$ .

Решение исходной задачи:  $x_3 \in [0; 21/39]$ ,  $x_2 = (3 + 7x_3)/4$ ,  $x_1 = (21 - 39x_3)/4$ , максимум равен 30.

Решение исходной задачи можно также записать в виде  $\text{Convex}(A, B)$ , где  $A = (21/4, 3/4, 0)$ ,  $B = (0, 22/13, 21/39)$ .

в) Сравниваем два варианта:

i. Решение двойственной задачи сохраняется. Изменение прибыли равно  $\Delta\pi = -\Delta b_1 \cdot p + \Delta b_1 \cdot y_1 = 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 0$ .

ii. Решение двойственной задачи сохраняется. Изменение прибыли равно  $\Delta\pi = -\Delta b_2 \cdot p + \Delta b_2 \cdot y_2 = -3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 3$ . Данный вариант выгоднее.

3.

Грузоподъемность	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
А	0	0	0	4	4	4	8	8	8	12	12	12	16	16	16	20	20	20
А, В	0	0	0	4	4	4	8	(9)/8	(9)/8	9/12	13/12	13/12	13/16	17/16	18/16	18/20	21/20	22/20

а)

б)

$$\begin{cases} 4x_a + 9x_b + 10x_c \rightarrow \max \\ 3x_a + 7x_b + 8x_c \leq 17 \\ x_a, x_b, x_c \in \{0, 1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

вершина										
5.	$A_1$	0	0*							
	$A_2$	$\infty$	6	3	3	3*				
	$A_3$	$\infty$	2	2	2*					
	$A_4$	$\infty$	1	1*						
	$A_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	6	6*			
	$A_6$	$\infty$	$\infty$	8	8	8	7	7*		
	$A_7$	$\infty$	$\infty$	9	9	9	9	8	8*	
	$A_8$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	11	9	9	9*

а) Оптимальные маршруты:

$$A_1 \xrightarrow{1} A_4 \xrightarrow{2} A_2 \xrightarrow{3} A_5 \xrightarrow{1} A_6 \xrightarrow{2} A_8, \quad A_1 \xrightarrow{1} A_4 \xrightarrow{2} A_2 \xrightarrow{3} A_5 \xrightarrow{1} A_6 \xrightarrow{1} A_7 \xrightarrow{1} A_8,$$

стоимость равна 9.

б)  $A_2 \xrightarrow{3} A_5 \xrightarrow{1} A_6 \xrightarrow{1} A_7$ , стоимость равна 5.