

1. Двойственная задача:

$$\begin{cases} 24y_1 + 20y_2 - 4y_3 \rightarrow \min \\ 3y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 4 \\ y_1 - 3y_3 \geq -1 \\ -2y_1 + y_2 - y_3 = 4 \\ y_1 + 2y_2 - y_3 \geq 7 \\ y_1 \geq 0, y_2 \in \mathbb{R}, y_3 \geq 0 \end{cases}$$

2. а) Двойственная задача:

$$\begin{cases} w = 9y_1 + 6y_2 \rightarrow \min \\ y_1 + y_2 \geq 4 \\ 5y_1 + y_2 \geq 12 \\ y_1 + 8y_2 \geq 18 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

Прямые ℓ_1, ℓ_2 и ℓ_3 пересекаются в одной точке.

Решение двойственной задачи: $y_1 = 2, y_2 = 2$, минимум равен 30.

б) В двойственной задаче $y_1 > 0$, поэтому $x_1 + 5x_2 + x_3 = 9$. В двойственной задаче $y_2 > 0$, поэтому $x_1 + x_2 + 8x_3 = 6$.

Решение исходной задачи: $x_3 \in [0; 21/39]$, $x_2 = (3 + 7x_3)/4$, $x_1 = (21 - 39x_3)/4$, максимум равен 30.

Решение исходной задачи можно также записать в виде $\text{Convex}(A, B)$, где $A = (21/4, 3/4, 0)$, $B = (0, 22/13, 21/39)$.

в) Сравниваем два варианта:

- i. Решение двойственной задачи сохраняется. Изменение прибыли равно $\Delta\pi = -\Delta b_1 \cdot p + \Delta b_1 \cdot y_1 = 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 0$.
- ii. Решение двойственной задачи сохраняется. Изменение прибыли равно $\Delta\pi = -\Delta b_2 \cdot p + \Delta b_2 \cdot y_2 = -3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 3$. Данный вариант выгоднее.

3.

Грузоподъемность	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4. A	0	0	0	4	4	4	8	8	8	12	12	12	16	16	16	20	20	20
A, B	0	0	0	4	4	4	8	9/8	9/8	9/12	13/12	13/12	13/16	17/16	18/16	18/20	21/20	22/20
A, B, C	0	0	5	6	10	13/11	13/15	18/16	19/20	23/21	26/25	28/30	31/30	33/31	36/35			
A, B, C, D	0	0	5	6	10	13	16/15	16/18	21/20	22/23	26/26	29/28	32/31	34/33	37/36			

а)

б)

$$\begin{cases} 4x_a + 9x_b + 10x_c \rightarrow \max \\ 3x_a + 7x_b + 8x_c \leq 17 \\ x_a, x_b, x_c \in \{0, 1, 2, 3, \dots\} \end{cases}$$

вершина										
5.	A_1	0	0*							
	A_2	∞	6	3	3	3*				
	A_3	∞	2	2	2*					
	A_4	∞	1	1*						
	A_5	∞	∞	∞	7	6	6*			
	A_6	∞	∞	8	8	8	7	7*		
	A_7	∞	∞	9	9	9	9	8	8*	
	A_8	∞	∞	∞	∞	∞	11	9	9	9*

а) Оптимальные маршруты:

$$A_1 \xrightarrow{1} A_4 \xrightarrow{2} A_2 \xrightarrow{3} A_5 \xrightarrow{1} A_6 \xrightarrow{2} A_8, \quad A_1 \xrightarrow{1} A_4 \xrightarrow{2} A_2 \xrightarrow{3} A_5 \xrightarrow{1} A_6 \xrightarrow{1} A_7 \xrightarrow{1} A_8,$$

стоимость равна 9.

б) $A_2 \xrightarrow{3} A_5 \xrightarrow{1} A_6 \xrightarrow{1} A_7$, стоимость равна 5.