1. Найдите общее решение системы. Укажите, какие переменные являются базисными, а какие – свободными. Выпишите одно частное решение.
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$
(2+1+1)

2. Найдите все значения параметра p, при которых набор векторов линейно зависим. При этом значении p укажите ранг и базу этого набора.
$$\overline{a_1} = (1; 1; 2; 3), \quad \overline{a_2} = (2; 1; -1; 1), \quad \overline{a_3} = (3; -1; 5; 2),$$
$$\overline{a_4} = (1; p; -2; 5)$$
(2+1+1)

3. Найдите все значения параметра p, при которых вектор $\overline{b}$ линейно выражается через векторы $\overline{a_1}$, $\overline{a_2}$, $\overline{a_3}$. При этом значении p запишите разложение вектора $\overline{b}$ по $\overline{a_1}$, $\overline{a_2}$, $\overline{a_3}$.
$$\overline{a_1} = (1; -1; 2; 1), \quad \overline{a_2} = (3; 2; 1; 4), \quad \overline{a_3} = (1; 4; -3; 3),$$
$$\overline{b} = (-3; p; 4; -2)$$
(2+2)

4. Какие из указанных множеств являются линейными подпространствами? Ответ полностью обоснуйте.
$$\mathrm{M}_1 = \{(x_1; x_2) | x_1 + 2x_2 \geq 0\}$$
$$\mathrm{M}_2 = \{(x_1; x_2) | |x_1| = 2|x_2|\}$$
(2+2)

5. В пространстве $V = P_3[x]$ многочленов $p(x)$ степени не выше 3 задано линейное подпространство L: $p(-2) = 0$, $p'(1) = 0$. Найдите базис и размерность подпространства L.
(3+1)

6. Найдите размерность и базис подпространства $L = L_1 \cap L_2$ (или $L = L_1 + L_2$), а также задайте его в параметрическом виде (в виде линейной оболочки). Также найдите размерность $L = L_1 + L_2$ (или $L = L_1 \cap L_2$)
$$L_1 = L\{a_1(2; 1; -1; 1), a_2(0; -1; 3; 5)\}, \; L_2 = \begin{cases} 2x_1 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}.$$
(3+1)

7. Даны матрицы A и B. Найдите A^{-1} и $AB - BA$
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

8. Решите матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -8 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

(2+2 за каждый шаг)