

1. Кортес с бандой головорезов высадился на берегу. Кортес выбирает, нападать ли на деревушку или нет. Местная деревушка может либо сразу перейти в подчинение Кортеса, либо принять бой. Если деревушка примет бой, то выбор появится у Кортеса: либо драться до победного конца, либо после первых потерь бежать на кораблях обратно. Ценность деревушки для Кортеса — одна единица, ценность собственных головорезов — 2 единицы. Если Кортес будет драться до конца, то деревушка будет взята, но большинство головорезов погибнет в бою. Для жителей деревушки — главное остаться в живых, но и сохранить при этом независимость, конечно, желательно.

а) Нарисуйте дерево игры и найдите исход методом обратной индукции.

б) Что изменится, если Кортес сжигает корабли?

2. На острове живут 99 тигров и одна вкусная волшебная антилопа. Если тигр съест волшебную антилопу, то он сам превратится в волшебную антилопу. Мясо волшебной антилопы настолько вкусно, что любой тигр готов ради его вкуса на превращение в антилопу. Но ни один тигр не готов полностью расстаться с жизнью ради мяса антилопы. Тигры охотятся только в одиночку.

Что будет происходить на этом острове?

3. Полный золота торговый корабль был захвачен $n \geq 3$ абсолютно рациональными пиратами. У пиратов есть строгая иерархия: капитан, первый помощник капитана, второй помощник и т.д. Пираты делят золото так: сначала капитан предлагает свой вариант дележа, затем пираты голосуют за или против: если дележ одобрен более чем половиной пиратов (включая предложившего дележ), то он принимается, а если нет, то капитана убивают, и дележ предлагает первый помощник...

Каждый пират хочет остаться в живых и получить побольше золота. При одинаковых выгодах для себя пират голосует за тот вариант, где в живых остается больше сотоварищей.

Какой дележ будет реализован (предположим, что золото бесконечно делимо)?

4. В 1612 г. в Лионе появилась книга поэта и математика Баше де Мезирьяка (Claude Gaspar Bachet de Méziriac¹) «Занимательные и приятные числовые задачи» (Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres). В ней была предложена следующая игра. Двое по очереди называют числа от 1 до 10, выигрывает тот, кто первым доведет сумму до 100.

В чью пользу эта игра?

Примечание: Баше де Мезирьяк перевел с греческого на латынь Арифметику Диофаната, на полях которой Ферма сформулировал свою великую теорему.