Привет!! ...

→ прогноз. с [единорогами] **Выплыли.**

ETS, ORBIT, UCM ...

$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + u_t$$

набл. — y_t; сглаж. тренд — l_{t-1}; тек. скорость роста — b_{t-1}; случ. сост — u_t

→ описать ряд без явного уч-ия структуры.

ARMA, VAR, ...

$$y_t = \mu + u_t + \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \alpha_3 u_{t-3}$$

ряд — большая лин-ая комбинац. белых шумов!

обознач

$$L y_t = y_{t-1}$$

$$L^{12} y_t = y_{t-12}$$

$$P(L) = 1 - 0{,}7L + 0{,}12L^2$$

$$P(L) \cdot y_t = y_t - 0.7 y_{t-1} + 0{,}12 y_{t-2}$$

Аккуратный полный список всех предпосылок

ARMA(p, q) Auto Regression Moving Aver.

$y_t \sim ARMA(p,q)$ модель если

① $P(L)\cdot y_t = c + Q(L)\cdot u_t$ $(\forall t)$

$\begin{cases} P(L) - \text{полином порядка } p \\ Q(L) - \text{— " —} \quad q. \end{cases}$

$1\cdot y_t = 3 + 0{,}4y_{t-1} - 0{,}03y_{t-2} + 1\cdot u_t + 0{,}7u_{t-1}$

$\Updownarrow$

$(1 - 0{,}4L + 0{,}03L^2)\cdot y_t = 3 + (1 + 0{,}7L)u_t$

① $P(L)\cdot y_t = c + Q(L)\cdot u_t$

② $P(0)=1$, $Q(0)=1$

③ $P(L)$ и $Q(L)$ не имеют общих корней.

④ $u_t \sim$ white noise : $E(u_t)=0$

$Var(u_t) = \sigma_u^2$

$Cov(u_t, u_s) = 0$ при $t \neq s$

по умолчанию.

$u_t \sim N(0; \sigma_u^2)$ незав.

[в софте].

⑤ (!) y_t — решение ур-ия ① предст-ое в виде $MA(\infty)$ отн-но (u_t)

$(\forall t)$ $y_t = \mu + u_t + \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \alpha_3 u_{t-3} + \ldots$

$y_5 = \mu + u_5 + \alpha_1 u_4 + \alpha_2 u_3 + \ldots\ldots$

$y_1 = \mu + u_1 + \alpha_1 u_0 + \alpha_2 u_{-1} + \ldots$

Упр. $ARMA(2,0)$ – модель $AR(2)$

$$y_t = 2 + 0{,}7\,y_{t-1} - 0{,}12\,y_{t-2} + u_t$$

$u_t \sim N(0;9)$ незав.

[+полный список предпосылок]

а) $P(L)$? $Q(L)$? $\boxed{P(L)}\cdot\boxed{y_t} = \boxed{c} + Q(L)\cdot u_t$

$P(L) = 1 - 0{,}7L + 0{,}12L^2 \quad Q(L) = 1$

б) $E(y_t)$?

в) Найдите первые два коэфф-та в $MA(\infty)$ представлении:

$$y_t = \mu + u_t + \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \ldots$$

? ? ?

Способы:

① подставить ar-ое ур-ие в себя.

② поделить на $P(L)$

③ подставить $MA(\infty)$ в ar-ое.

г) y_t стац. и эрг.?

д) $Var(y_t)$, $Cov(y_t, y_{t-1})$, $Cov(y_t, y_{t-2})$? $Cov(u_t, y_t)$?

е) 95% PI для y_{101} и для y_{102}

$y_{99} = 5 \qquad y_{100} = 7$

а) !!

б) $E(y_t) = 2 + 0{,}7\cdot E(y_{t-1}) - 0{,}12E(y_{t-2}) + \underbrace{E(u_t)}_{=0}$

предп о виде (y_t):

$$y_t = \mu + u_t + \alpha_1\cdot u_{t-1} + \alpha_2\cdot u_{t-2} + \alpha_3\cdot u_{t-3} + \ldots$$

$E(y_t) = \mu + 0 + 0 + \ldots = \mu$

$y_t = u_t + 0{,}9u_{t-12}$

$Cov(y_t, y_{t-12}) \neq 0$

$\mu = 2 + 0{,}7\mu - 0{,}12\mu \qquad \mu = \dfrac{2}{0{,}42}$

$$y_t = 2 + u_t + 0{,}7\, y_{t-1} - 0{,}12\, y_{t-2} =$$

$$= 2 + u_t + 0{,}7\,\underbrace{\left(2 + u_{t-1} + 0{,}7\, y_{t-2} - 0{,}12\, y_{t-3}\right)}_{y_{t-1}} - 0{,}12\, y_{t-2} =$$

$$= 3{,}4 + u_t + 0{,}7\, u_{t-1} + 0{,}37\, y_{t-2} - 0{,}84\, y_{t-3} =$$

$$= 3.4 + u_t + 0{,}7\, u_{t-1} + 0{,}37\left(2 + u_{t-2} + 0{,}7\, y_{t-3} - 0{,}12\, y_{t-4}\right) - 0{,}84\, y_{t-3} = \ldots = \ldots = \ldots = \mu + u_{t-3} + ?u_{t-4} + ?u_{t-5} \ldots$$

$$= \text{const} + 1 \cdot u_t + 0{,}7 \cdot u_{t-1} + 0{,}37\, u_{t-2} + \ldots$$

$$\alpha_1 = 0{,}7 \qquad \alpha_2 = 0{,}37$$

$y_t \overset{?}{-}$ стац

$$E(y_t) = \mu$$
$$Var(y_t) = \sigma_y^2$$
$$Cov(y_t, y_{t-k}) = \gamma_k$$

$$y_t = \mu + u_t + \alpha_1 \cdot u_{t-1} + \alpha_2 \cdot u_{t-2} + \alpha_3 \cdot u_{t-3} + \ldots$$

$$E(y_t) = \mu \quad !!$$

$$\boxed{Var(y_t) = 0 + \sigma_u^2 + \alpha_1^2 \cdot \sigma_u^2 + \alpha_2^2 \cdot \sigma_u^2 + \ldots}$$

$$y_{t-1} = \mu + 1 \cdot u_{t-1} + \alpha_1 \cdot u_{t-2} + \alpha_2 u_{t-3} + \alpha_3 \cdot u_{t-4} + \ldots$$

$$Cov(y_t, y_{t-1}) = \alpha_1 \cdot 1 + \alpha_2 \alpha_1 + \alpha_3 \cdot \alpha_2 + \alpha_4 \alpha_3 + \alpha_5 \alpha_4 + \ldots$$

от t не зав.

$$Cov(y_t, y_{t-2}) = \alpha_2 \cdot 1 + \alpha_3 \cdot \alpha_1 + \alpha_4 \cdot \alpha_2 + \alpha_5 \cdot \alpha_3 + \ldots$$

(y_t) – стац.

d) $Cov(y_t, u_t) =$ $\underbrace{Cov(y_t, y_t)}_{\gamma_0}$, $\underbrace{Cov(y_t, y_{t-1})}_{\gamma_1}$, $\underbrace{Cov(y_t, y_{t-2})}_{\gamma_2}$

$$= Cov(\mu + u_t + \alpha_1 \cdot u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \ldots, u_t) =$$
$$= Cov(u_t, u_t) = Var(u_t) = 9$$

цель: система ур-ий на $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$

γ — гамма-овца

γ — гамма-коза

γ — гамма-баран

$$\underbrace{y_t}_{LHS} = \underbrace{2 - 0{,}7 y_{t-1} + 0{,}12 y_{t-2} + u_t}_{RHS}$$

$$\begin{cases} (1)\ Cov(y_t, LHS) = Cov(y_t, RHS) \\ (2)\ Cov(y_{t-1}, LHS) = Cov(y_{t-1}, RHS) \\ (3)\ Cov(y_{t-2}, LHS) = Cov(y_{t-2}, RHS) \end{cases}$$

$\gamma_0 = Cov(y_t, y_t)$

$\gamma_1 = Cov(y_t, y_{t-1})$

$y_{t-1} = \mu + u_{t-1} + \alpha_1 u_{t-2} + \ldots$

$$\begin{cases} (1)\ \gamma_0 = 0 - 0{,}7\gamma_1 + 0{,}12\gamma_2 + 9 \\ (2)\ \gamma_1 = 0 - 0{,}7\gamma_0 + 0{,}12\gamma_1 + 0 \\ (3)\ \gamma_2 = 0 - 0{,}7\gamma_1 + 0{,}12 \cdot \gamma_0 + 0 \end{cases} \to \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$$