Теория групп ЗПШ-2018

1. Анонс

За кубиком Рубика и игрой Пятнашки маячит хвостик большого раздела математики под названием теория групп. Серьёзные дяденьки и тётеньки применяют теорию групп в физике и химии.

А мы будем собирать кубик Рубика, рисовать простые группы, поймём, что a умножить на b не всегда равно b умножить на a, найдём разрешимые и неразрешимые позиции в головоломках, увидим что-то общее между умножением, надеванием носков и переворачиваниями матраса :)

2. Презентация

Презентация длится 10 минут, три дубля презентации для разных школьников. Объявленная аудитория 9-11 класс.

Знак «3» будет означать действие «умножь задуманное число на три». Тогда по смыслу тождество

$$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$$

означает два действия, выполненные в разных порядках.

Пример группы. У робота андроида на левой ноге надет носок. Робот умеет выполнять команды a — переодень носок на другую ногу и b — сними носок, выверни наизнанку и надень на исходную ногу. Рисуем для данного примера диаграмму Кэли, не произнося таких страшных снов.

Вводим нейтральный элемент группы n — ничего не делать, обнаруживаем тождества $ab=ba,\,a^2=n,\,a^3b^2=a.$ Мы используем запись ab — сначала действие a, потом действие b.

Ещё пример группы. Аня, Белла и Вика сидят на стульях 1, 2 и 3. Они умеют выполнять инструкцию a=(123) и b=(12). Инструкция (345) означает, что тот, кто сидел на месте 3 садится на место 4; тот, кто сидел на месте 4, — на место 5; и тот, кто сидел на месте 5, — на место 3.

Правда ли, что ab = ba?

Кубик Рубика — тоже группа. Правда ли, что $\Pi B = B\Pi$? Здесь буква означает вращение соответствующей грани по часовой на 90° .

3. Встреча 1