

## 1. Анонс

Доказательства часто бывают сложными и запутанными. А мы попытаемся увидеть самые очевидные доказательства — доказательства без слов :) Их мало в океане доказательств, но это настоящие жемчужинки!!!

Почему площадь круга — это  $\pi$  на радиус в квадрате? Как сложить натуральные числа от одного до ста? А как сложить их квадраты или кубы? Как сложить геометрическую прогрессию? Что такое треугольные числа? Как измерить площадь между следами колёс велосипеда? Кто такой Кавальери и почему он такой принципиальный?

Мы попробуем увидеть ответы на эти и другие вопросы. Именно увидеть! В крайнем случае нащупать :)

## 2. Презентация

Презентация длится 10 минут, три дубля презентации для разных школьников. Объявленная аудитория 6-8 класс.

Простая загадка:

$$1 + 3 = ?^2$$

Загадка посложнее:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?^2$$

Геометрическое решение с помощью сложения уголков.  
Пробуем

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + \dots + 103 = ?^2$$

Наводящие вопросы с надписями на доске:

1. Сколько чисел от 1 до 100?
2. Сколько нечётных чисел от 1 до 100?
3. Сколько чисел в нужной нам сумме?

Снова простая загадка:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = ?$$

Более сложная загадка:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = ?$$

Рисуем квадрат и решаем геометрически. Здесь я делил квадрат на прямоугольные части. Полагаю, с отрезком или делением квадрата на треугольники должно быть менее понятно. Части отрезка чуть дальше подписываются, а треугольники — сложнее прямоугольников.

А что будет с делением на три?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots = ?$$

### 3. Встреча 1

Новоселова Анастасия 7  
Бондарь Даниил 6  
Мещанинов Даниил 6  
Панасенков Виталий 6  
Платонов Степан 6  
Чайников Сергей 6  
Шевелев Валентин 6  
Сутормина Дарья 8

1. Сколько здесь чисел:

$$7, 8, 9, \dots, 48, 49, 50?$$

2. Сколько здесь чисел:

$$11, 13, 15, \dots, 53, 55, 57?$$

3. Чему равна сумма:

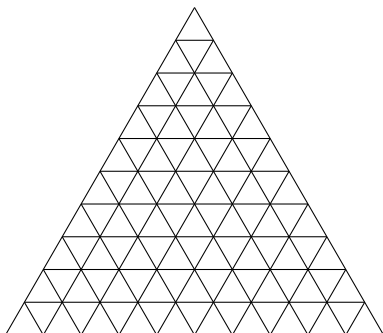
$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100?$$

4. Миша и Петя подтягиваются «в лесенку». Сначала каждый подтягивается 1 раз, потом каждый 2 раза, потом 3 раза, и так далее до 10 раз. Потом они «спускаются» обратно до 1 подтягивания. Сколько раз каждый из них подтянулся, если Миша прошёл всю «лесенку» туда и обратно, а Петя — только туда до 10?

5. Чему равна сумма:

$$100 + 102 + 104 + \dots + 198 + 200 + 202?$$

6. Сколько на рисунке маленьких треугольничков?



7. Сколько на рисунке вершинок?

## 4. Встреча 2

1. Сколько примерно раз верёвочка равная радиусу окружности уложиться в окружность?

Здесь все наугад пробовали ответить 4-5. Здесь я провёл эксперимент с удлинителем и нарисованной на доске окружностью. Хорошо бы, чтобы каждый провёл его сам. Наверное, нужна тонкая верёвочка и заготовки довольно крупных окружностей.

2. Что такое  $\pi$ ? Чему примерно равно  $\pi$ ?

3. Возьмём проволоку, обмотаем её плотно вокруг апельсина. А затем увеличим радиус кольца из проволоки на 1 метр. Расположим апельсин так, чтобы зазор между ним и проволокой был везде одинаковым. Сможет ли в него пролезть кот Васька?

4. Возьмём проволоку, обмотаем её плотно вокруг земного шара. А затем увеличим радиус кольца из проволоки на 1 метр. Расположим земной шар так, чтобы зазор между ним и проволокой был везде одинаковым. Сможет ли в него пролезть кот Васька? А хотя бы вирус Василий (он в 10000 раз меньше миллиметра)? Периметр Земли примерно равен 40000 километров.

5. Нарисован прямоугольник размером  $2 \times 3$  клетки. Какой у него периметр? Какая площадь? Как изменится площадь и периметр, если все стороны увеличить в 2 раза?

6. Отличница Машенька поставила кляксу. Периметр кляксы 1 см, а площадь 0.5 квадратных сантиметра. А двоечник Вовочка поставил кляксу такой же формы, только периметром 4 см. Какая у него площадь кляксы?

7. В созвездии Малой Медведицы водятся Гигантомедведи. Гигантомедведь ничем не отличается от бурого земного, кроме того, что он выше его в 10 раз. Бурый медведь весит 500 кг, а в день съедает около 20 кг еды. Сколько весит Гигантомедведь? Сколько медведей в день может съесть Гигантомедведь?

8. Найдите площадь маленького треугольника, если площадь большого равна 1:

Два случая, когда маленьким треугольником можно замостить большой с разным коэффициентом подобия.

## 5. День 3

1. Повтор упражнения на площадь маленькой и большой фигуры!!!

Какая-нибудь смешная плоская фигура типа чайника!

2. Находим вместе сумму:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \dots$$

3. Найдите площадь закрашенного кусочка.

4. Находим вместе сумму сумму:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \frac{1}{9^4} + \dots$$

Тут шестиклассник Сергей Чайников верно выписал общую формулу для случая  $1/n + 1/n^2 + 1/n^3 + \dots$

## 6. День 4

1. Чему равно  $(a + b)^2$ ?
2. Найдите сумму  $13^2 + 17^2 + 2 \cdot 13 \cdot 17$ ;
3. Сумма с хитрецей,  $16^2 + 14 \cdot 15 + 2 \cdot 14 \cdot 15$ ;
4. Чему равно  $(a + b + c)^2$ ? Для желающих  $(a + b + c + d)^2$ ?
5. Чему равно  $11^2 + 15^2 + 14^2 + 2 \cdot 11 \cdot 15 + 2 \cdot 11 \cdot 14 + 2 \cdot 14 \cdot 15$ ?
6. Находим  $(a + b)^3$ ;
7. Нарисуйте  $(a + b + c)^3$ ? Тут все увлечённо рисовали, мы разделили работу на три грани. Итоговую формулу так и не выписали, но все были довольны :)

## 7. День 5

1. Ещё польза из разрезания квадрата: теорема Пифагора!
2. Играем в головоломку с перекладыванием теоремы Пифагора.
3. Находим сумму  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 200^3$ .
4. Сначала находим более простую на игрушке :)
5. Находим сумму  $1^2 + 2^2 + \dots + 200^2$ .