

1. Встреча 1

Пришло 9 школьников, 2 вожатых.

Техника решения задач и обозначения.

1.1. Табличка

Составили табличку 2 на 2: сколько 10 классников и не 10 классников, сколько любят ванильное мороженое, сколько не любят. Предположим, что один из нас (из 12), мистер или мисс X , случайно заканчивает обедать первым.

	V+	V-
10+	6	1
10-	2	3

Какова вероятность, что это будет 10-классник? Любитель ванильного? Одновременно 10-классник И любитель ванильного? 10-классник ИЛИ любитель ванильного? 10-классник ЕСЛИ любитель ванильного?

Значки \cap , \cup , $|$.

1.2. Дерево

Красная Шапочка (КШ) выбирает тропинки наугад и равновероятно.

Сначала дорога делится на три: L, M и R. L делится на две, R делится на 3, R делится на две.

Дороги LL, LR, ML, MM, MR патрулирует Волк.

Дороги LL, LR, MR ведут в Овраг.

Дороги ML, MM, RL, RR ведут к Бабушке.

События:

- Б — КШ попадёт к Бабушке
- В - КШ встретит Волка

$P(B)$? $P(V)$? $P(B \cap V)$? $P(B|V)$?

2. Встреча 2

Пришло два новых школьника и одна вожатая.

Начали с повторения формулы

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Рисую два пересекающихся круга A и B на доске. Вопрос: какова вероятность попадания тряпкой в круг A , если известно, что я попал в круг B ? Для наглядности кидаю тряпку.

Даже слабые школьники сказали, что условная вероятность есть отношение площадей:

$$P(A|B) = \frac{S(A \cap B)}{S(B)}.$$

Так формулу условной вероятности и мотивировали.

Далее решили 1а, 1б, 1в, 1г самостоятельно, 2а, 2в, 2б. Задачу 2б решали после 2в, так как она требует дорисовки дерева. На дом задал задачу 2г.

1. В городе примерно 4% такси зелёного цвета и остальные жёлтые. Свидетель путает цвет на показаниях в суде с вероятностью 10%.
 - а) Какова вероятность того, свидетель скажет, что видел зелёное такси?
 - б) Какова вероятность того, свидетель ошибётся?
 - в) Какова вероятность того, что такси было зелёным, если свидетель говорит, что оно было зелёным?
 - г) Какова вероятность того, что такси было жёлтым, если свидетель говорит, что оно было жёлтым?
2. У тети Маши — двое детей, один старше другого. Предположим, что вероятности рождения мальчика и девочки равны и не зависят от дня недели, а пол первого и второго ребенка независимы. Для каждой из ситуаций найдите условную вероятность того, что у тётки Маши есть дети обоих полов.
 - а) Известно, что старший ребенок — мальчик.
 - б) Тётя Маша наугад выбирает одного своего ребенка и посылает к тете Оле, вернуть метлу. Это оказывается мальчик.
 - в) На вопрос: «А правда ли тётя Маша, что у Вас есть хотя бы один сын?» тётя Маша ответила: «Да».
 - г) На вопрос: «А правда ли тётя Маша, что у Вас есть хотя бы один сын, родившийся в пятницу?» тётя Маша ответила: «Да».
3. Ты смертельно болен. Спасти тебя может только один вид целебной лягушки. Целебны у этого вида только самцы. Самцы и самки встречаются равновероятно. Ты на дороге и предельно ослаб. Слева в 100 метрах от тебя одна лягушка целебного вида, но не ясно, самец или самка. Справа в 100 метров аж две лягушки целебного вида, но тоже издалека неясно кто. От двух лягушек в твою сторону дует ветер, поэтому ты можешь их слышать.

В какую сторону стоит ползти из последних сил в каждой из ситуаций?

 - а) Самцы и самки квакают одинаково, со стороны правых двух лягушек ты слышишь кваканье.
 - б) Самки квакают, самцы — нет, со стороны правых двух лягушек ты слышишь кваканье, но не разобрать, одной лягушки или двух.
 - в) Самцы и самки квакают по-разному, но одинаково часто. Ты слышишь отдельный квак одной из двух лягушек справа и это квак самки.
4. Monty-Hall

Есть три закрытых двери. За двумя из них — по козе, за третьей автомобиль. Ты выбираешь одну из дверей. Допустим, ты выбрал дверь А. Ведущий шоу открывает дверь В и за ней нет автомобиля. В этот момент ведущий предлагает тебе изменить выбор двери.

Имеет ли смысл изменить выбор в каждой из трёх ситуаций?

 - а) Ведущий выбирал одну из трёх дверей равновероятно.
 - б) Ведущий выбирал одну из двух дверей не выбранных тобой равновероятно.
 - в) Ведущий выбирал дверь без машины и не совпадающую с твоей.

3. Встреча 3

Состав: 13 (или 12?) школьников и 1 вожатая.

Настя с моей поддержкой разобрала 2г. Решили 3а, 3б, 3в.

4. Встреча 4

Состав: 12 школьников и 1 вожатая.

Раздал каждому по 10 кубиков. Случайная величина X — количество очков при одном броске.

Составили табличку значений X с их вероятностями из здравого смысла. Далее подбросили каждый и посчитали среднее количество очков на один бросок. Получилось около 3.6. Снова повторили опыт, тоже результат около 3.6. Снова повторили и 3.8. Каждый повтор давал нам 140 подбрасываний (я тоже бросал). Мораль: результат отдельного броска плохо предсказуем, среднее по 140 броскам хорошо предсказуемо.

Понятие математического ожидания. Интуитивно: среднее арифметическое значений случайной величины при большом количестве повторений опыта.

Посчитали математическое ожидание и получили 3.5.

Сколько в среднем нужно подбрасывать кубик до получения 6?

Провели 25 опытов, получили в среднем 5.2. Составили табличку со значениями и вероятностями этой величины. Нарисовали дерево. Среднее считали через рекуррентное соотношение. Получили 6, но с трудом. Идеально поняли идею уравнения немногие.

5. Встреча 5

Состав: 12 школьников + 1 вожатая.

Вернулись к задаче про Красную Шапочку. И нашли вероятность попадания в овраг новым способом — по принципу Беллмана.

Принцип Беллмана в нашей версии: находи искомое число в каждом узле, решая задачу с конца.

Упражнение на принцип Беллмана. Нарисовано дерево, частично известны вероятности над веточках и вероятность нахождения клада из некоторых узлов. Надо найти вероятность нахождения клада из стартового узла.

Мы сразу решали упражнение на сложном дереве, а разумно было решить сначала совсем простое (два ветвления, далее известны значения вероятности приза).

Далее решали задачу: Олег и Рома подбрасывают одну монетку. Если сначала выпадет ОРР, то выигрывает Олег, если сначала РОР, то Рома. В чью пользу эта игра?

Повторяем с ООО против ОРО.

Выводы: лучше рассказывать с большей неожиданностью. Сначала спросить, кто выигрывает чаще, кто ждёт О или ОО? Кто ждёт ОР или РРР? Кто ждёт ООО или РР? А потом уже спросить про последовательности одинаковой длины.