1. (1б) Петя и Вася одновременно подбрасывают по одному игральному кубику. У кого выпало больше, тот и выиграл. Если выпало поровну, то объявляется ничья. Какова вероятность того, что будет ничья?

- 2. (16) На ёлку пришли: Вася с братом Мишей, Аня с сестрой Настей, Петя с братом Костей и Катя с братом Васей. Дед Мороз устроил лотерею. Какова вероятность того, что главный приз достался мальчику?
- 3. (1б) Игральный кубик подбрасывают два раза. Сколько в среднем очков выпадает в сумме на двух кубиках?
- 4. (1б) В игре бросают кубик; выигрышем считается выпадение пятёрки или шестёрки. Сколько (примерно) выигрышей будет в длинной серии из 666 игр?
- 5. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ...,9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено чётное число?
- 6. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ..., 9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено число, делящееся на 3?
- 7. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ..., 9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено число, не делящееся на 3?
- 8. (16) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ..., 9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено число, не делящееся ни на 2, ни на 3?
- 9. (1б) Маша идёт на день рождения, где помимо нее будут восемь мальчиков и две девочки. Они садятся за круглый стол в случайном порядке. Какова вероятность, что справа от Маши будет сидеть мальчик?
- 10. (1б) Маша идёт на день рождения, где помимо нее будут два мальчика и восемь девочек. Они садятся за круглый стол в случайном порядке. Какова вероятность, что справа от Маши будет сидеть мальчик?
- 11. (1б) Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Какова вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз?
- 12. (1б) У Пети связка из двадцати ключей. Только один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их в случайном порядке не повторяясь. С какой по счёту попытки он скорее всего откроет замок?
- 13. (1б) Одно из десяти чисел увеличили на 1. Как изменилось от этого среднее арифметическое этих чисел?

Теория вероятностей ЗПШ-2023

14. (2б) Студент Мгамба Унь сдаёт экзамен по английском языку в России. Ему дали 5 карточек с английскими словами и 5 карточек с их переводами на русский. Мгамба не знает ни английского, ни русского и сопоставляет карточки наугад. Какова вероятность того, что он угадает все переводы?

- 15. (2б) На ёлку пришли: Вася с братом Мишей, Аня с сестрой Настей, Петя с братом Костей и Катя с братом Васей. Дед Мороз устроил лотерею и главный приз достался мальчику. Какова вероятность того, что тот пришёл с братом?
- 16. (2б) В классе 20 человек. Один заболел, ещё один опоздал. Какова вероятность того, что их фамилии идут подряд в классном журнале?
- 17. (2б) Вероятность рождения двойняшек в Урляндии равна 1/10. А тройняшки и больше чем тройняшки в Урляндии не рождаются. Какова вероятность того, что первый встречный урляндец один из двойняшек?
- 18. (2б) Петя и Вася играют в дурака до 6 побед. Сейчас счёт 5:4 в пользу Пети. На кону 36 рублей, и тут внезапно начался ураган. Петя и Вася вынуждены прервать игры. Как им поделить деньги по справедливости?
- 19. (2б) Петя и Вася играют в дурака до 4 побед. Сейчас счёт 3:2 в пользу Пети. На кону 20 рублей, и тут внезапно начался ураган. Петя и Вася вынуждены прервать игры. Как им поделить деньги по справедливости?
- 20. (2б) Вася подбрасывает два кубика. Какая сумма очков на кубиках наиболее вероятна?
- 21. (2б) Маша переставляет буквы в слове МАША в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово МАША?
- 22. (2б) Маша переставляет буквы в слове МАМА в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово МАМА?
- 23. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих французский язык, среди учеников, знающих немецкий язык?
- 24. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих французский язык, среди учеников, не знающих немецкий язык?
- 25. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих немецкий язык, среди учеников, знающих французский язык?
- 26. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих немецкий язык, среди учеников, не знающих французский язык?
- 27. (2б) Среди шахматистов каждый седьмой музыкант, а среди музыкантов каждый девятый шахматист. Кого больше, шахматистов или музыкантов и во сколько раз?
- 28. (26) В автобусе собралась футбольная команда из 11 человек и волейбольная команда из 6 человек. Средний возраст футболистов 37 лет, средний возраст волейболистов 20 год. Каков средний возраст пассажиров автобуса?

29. (3б) В классе не более 40 человек, среди них есть те, кого зовут Коля. Вероятность того, что случайно выбранный ученик выше всех Коль, равна 2/5. Вероятность того, что случайно выбранный ученик класса ниже всех Коль, равна 3/7. Сколько Коль может быть в классе?

- 30. (36) Джон Сильвер и Билли Бонс играют в кости. У них есть одна игральная кость и они по очереди её бросают. Кто первый выбросит шестёрку, тот и выиграл. Начинает Джон Сильвер. Какова вероятность того, что победит Билли Бонс?
- 31. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я не заяц». Какова условная вероятность того, что он действительно не заяц?
- 32. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я заяц». Какова условная вероятность того, что он действительно заяц?
- 33. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я кролик». Какова условная вероятность того, что он действительно кролик?
- 34. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я не кролик». Какова условная вероятность того, что он действительно не кролик?
- 35. (36) Джон Сильвер подбрасывает игральную кость до тех пор, пока не выпадет 6. Сколько в среднем бросков ему потребуется?
- 36. (36) Джон Сильвер подбрасывает игральную кость до тех пор, пока не выпадет 6 два раза, не обязательно подряд. Сколько в среднем бросков ему потребуется?
- 37. (3б) В пакетике 6 оранжевых и n жёлтых конфет. Аня достаёт одну наугад и съедает. Затем достаёт ещё одну и снова съедает. Вероятность того, что Аня съела две оранжевых равна 1/3. Сколько конфет было в пакетике?
- 38. (3б) Редкой болезнью болеет 1% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен?
- 39. (36) У Паши 4 ореха. Из них два, не ясно какие, пустые. Паша разбивает первый орех, и затем, не глядя на результат, разбивает второй. Второй разбитый орех пустой. Вероятность того, что первый разбитый орех был пустым?

Ответы

- 1. (1б) Петя и Вася одновременно подбрасывают по одному игральному кубику. У кого выпало больше, тот и выиграл. Если выпало поровну, то объявляется ничья. Какова вероятность того, что будет ничья? 1/6
- 2. (1б) На ёлку пришли: Вася с братом Мишей, Аня с сестрой Настей, Петя с братом Костей и Катя с братом Васей. Дед Мороз устроил лотерею. Какова вероятность того, что главный приз достался мальчику? 5/8
- 3. (1б) Игральный кубик подбрасывают два раза. Сколько в среднем очков выпадает в сумме на двух кубиках? 7
- 4. (1б) В игре бросают кубик; выигрышем считается выпадение пятёрки или шестёрки. Сколько (примерно) выигрышей будет в длинной серии из 666 игр? 666/3 = 222
- 5. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ...,9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено чётное число? 4/9
- 6. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ..., 9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено число, делящееся на $3?\ 3/9 = 1/3$
- 7. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ..., 9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено число, не делящееся на 3?6/9 = 2/3
- 8. (1б) В мешке лежат бумажки с цифрами 1, 2, ..., 9. Из мешка наудачу вытаскивают одну из бумажек наугад. Какова вероятность того, что будет вытащено число, не делящееся ни на 2, ни на 3?3/9 = 1/3
- 9. (1б) Маша идёт на день рождения, где помимо нее будут восемь мальчиков и две девочки. Они садятся за круглый стол в случайном порядке. Какова вероятность, что справа от Маши будет сидеть мальчик? 0.8
- 10. (1б) Маша идёт на день рождения, где помимо нее будут два мальчика и восемь девочек. Они садятся за круглый стол в случайном порядке. Какова вероятность, что справа от Маши будет сидеть мальчик? 0.2
- 11. (1б) Обычную рублевую монетку подбрасывают четыре раза. Первые три раза она выпала орлом. Какова вероятность того, что она выпадет орлом в четвертый раз? 1/2
- 12. (1б) У Пети связка из двадцати ключей. Только один из них подходит к замку. Петя не знает, какой ключ подходит к замку и перебирает их в случайном порядке не повторяясь. С какой по счёту попытки он скорее всего откроет замок? Вероятности для всех попыток равны
- 13. (1б) Одно из десяти чисел увеличили на 1. Как изменилось от этого среднее арифметическое этих чисел? На 0.1

14. (2б) Студент Мгамба Унь сдаёт экзамен по английском языку в России. Ему дали 5 карточек с английскими словами и 5 карточек с их переводами на русский. Мгамба не знает ни английского, ни русского и сопоставляет карточки наугад. Какова вероятность того, что он угадает все переводы? 1/5! = 1/120.

- 15. (2б) На ёлку пришли: Вася с братом Мишей, Аня с сестрой Настей, Петя с братом Костей и Катя с братом Васей. Дед Мороз устроил лотерею и главный приз достался мальчику. Какова вероятность того, что тот пришёл с братом? 4/5.
- 16. (2б) В классе 20 человек. Один заболел, ещё один опоздал. Какова вероятность того, что их фамилии идут подряд в классном журнале? $19/C_{20}^2 = 0.1$
- 17. (2б) Вероятность рождения двойняшек в Урляндии равна 1/10. А тройняшки и больше чем тройняшки в Урляндии не рождаются. Какова вероятность того, что первый встречный урляндец один из двойняшек? 2/11.
- 18. (2б) Петя и Вася играют в дурака до 6 побед. Сейчас счёт 5:4 в пользу Пети. На кону 36 рублей, и тут внезапно начался ураган. Петя и Вася вынуждены прервать игры. Как им поделить деньги по справедливости? В пропорции 3 : 1, то есть 27 : 9.
- 19. (26) Петя и Вася играют в дурака до 4 побед. Сейчас счёт 3:2 в пользу Пети. На кону 20 рублей, и тут внезапно начался ураган. Петя и Вася вынуждены прервать игры. Как им поделить деньги по справедливости? В пропорции 3 : 1, то есть 15 : 5.
- 20. (2б) Вася подбрасывает два кубика. Какая сумма очков на кубиках наиболее вероятна? 7.
- 21. (2б) Маша переставляет буквы в слове МАША в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово МАША? 2/4! = 1/12
- 22. (2б) Маша переставляет буквы в слове МАМА в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово МАМА? 4/4!=1/6
- 23. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих французский язык, среди учеников, знающих немецкий язык? 5/20=1/4
- 24. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих французский язык, среди учеников, не знающих немецкий язык? 10/80 = 1/8
- 25. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих немецкий язык, среди учеников, знающих французский язык? 5/15=1/3
- 26. (2б) Среди учеников школы 15% знают французский язык и 20% знают немецкий язык. Доля учеников, знающих оба этих языка, составляет 5%. Какова доля учеников, знающих немецкий язык, среди учеников, не знающих французский язык? 15/85 = 3/17
- 27. (2б) Среди шахматистов каждый седьмой музыкант, а среди музыкантов каждый девятый шахматист. Кого больше, шахматистов или музыкантов и во сколько раз? Музыкантов в 9/7
- 28. (26) В автобусе собралась футбольная команда из 11 человек и волейбольная команда из 6 человек. Средний возраст футболистов 37 лет, средний возраст волейболистов 20 год. Каков средний возраст пассажиров автобуса? $(37 \cdot 11 + 6 \cdot 20)/17 = 31$

- 29. (36) В классе не более 40 человек, среди них есть те, кого зовут Коля. Вероятность того, что случайно выбранный ученик выше всех Коль, равна 2/5. Вероятность того, что случайно выбранный ученик класса ниже всех Коль, равна 3/7. Сколько Коль может быть в классе?
 - В классе $5 \cdot 7 = 35$ человек. Выше всех Коль 14 человек, ниже всех Коль 15 человек. Значит Коль от 1 до 16.
- 30. (3б) Джон Сильвер и Билли Бонс играют в кости. У них есть одна игральная кость и они по очереди её бросают. Кто первый выбросит шестёрку, тот и выиграл. Начинает Джон Сильвер. Какова вероятность того, что победит Билли Бонс? p=5/11.
- 31. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я не заяц». Какова условная вероятность того, что он действительно не заяц? 10/25 = 0.4
- 32. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я заяц». Какова условная вероятность того, что он действительно заяц? 15/35 = 3/7
- 33. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я кролик». Какова условная вероятность того, что он действительно кролик? 10/25 = 0.4
- 34. (3б) Ровно половина жителей острова Невезения зайцы, а остальные кролики. Зайцы врут в половине своих фраз, а кролики в двух третях. Вышел однажды житель острова, сел на пенёк и сказал: «Я не кролик». Какова условная вероятность того, что он действительно не кролик? 15/35 = 3/7
- 35. (36) Джон Сильвер подбрасывает игральную кость до тех пор, пока не выпадет 6. Сколько в среднем бросков ему потребуется? 6 бросков.
- 36. (3б) Джон Сильвер подбрасывает игральную кость до тех пор, пока не выпадет 6 два раза, не обязательно подряд. Сколько в среднем бросков ему потребуется? 6+6=12.
- 37. (3б) В пакетике 6 оранжевых и n жёлтых конфет. Аня достаёт одну наугад и съедает. Затем достаёт ещё одну и снова съедает. Вероятность того, что Аня съела две оранжевых равна 1/3. Сколько конфет было в пакетике? $\frac{6}{6+n}\frac{5}{5+n}=\frac{1}{3}$, 6+n=10.
- 38. (3б) Редкой болезнью болеет 1% населения. Существующий тест ошибается в 10% случаев. У первого встречного берут тест. Судя по тесту, человек болен. Какова вероятность того, что он действительно болен? $0.01 \cdot 0.9/(0.01 \cdot 0.9 + 0.99 \cdot 0.1) = 1/12$
- 39. (36) У Паши 4 ореха. Из них два, не ясно какие, пустые. Паша разбивает первый орех, и затем, не глядя на результат, разбивает второй. Второй разбитый орех пустой. Вероятность того, что первый разбитый орех был пустым? 1/3.