浙江省高考科目考试绍兴市适应性试卷（2019年3月）

数 学 试 题

本科试题卷分选择题和非选择题两部分，全卷共6页，选择题部分1至3页，非选择题部分3至6页，满分150分，考试时间120分钟。

考生注意：

1．答题前，请务必将自己的学校、班级、姓名、座位号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上。

2．答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式:

如果事件 A，B 互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A，B 相互独立，那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

第Ⅰ卷（共40分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．若全集 $U=\{-1,0,1,2\}$，$P=\{x\mid x^2-2x=0\}$，则 $\complement_U P=$

A．$\{-1,1\}$　　B．$\{0,2\}$　　C．$\{-1,2\}$　　D．$\{-1,0,2\}$

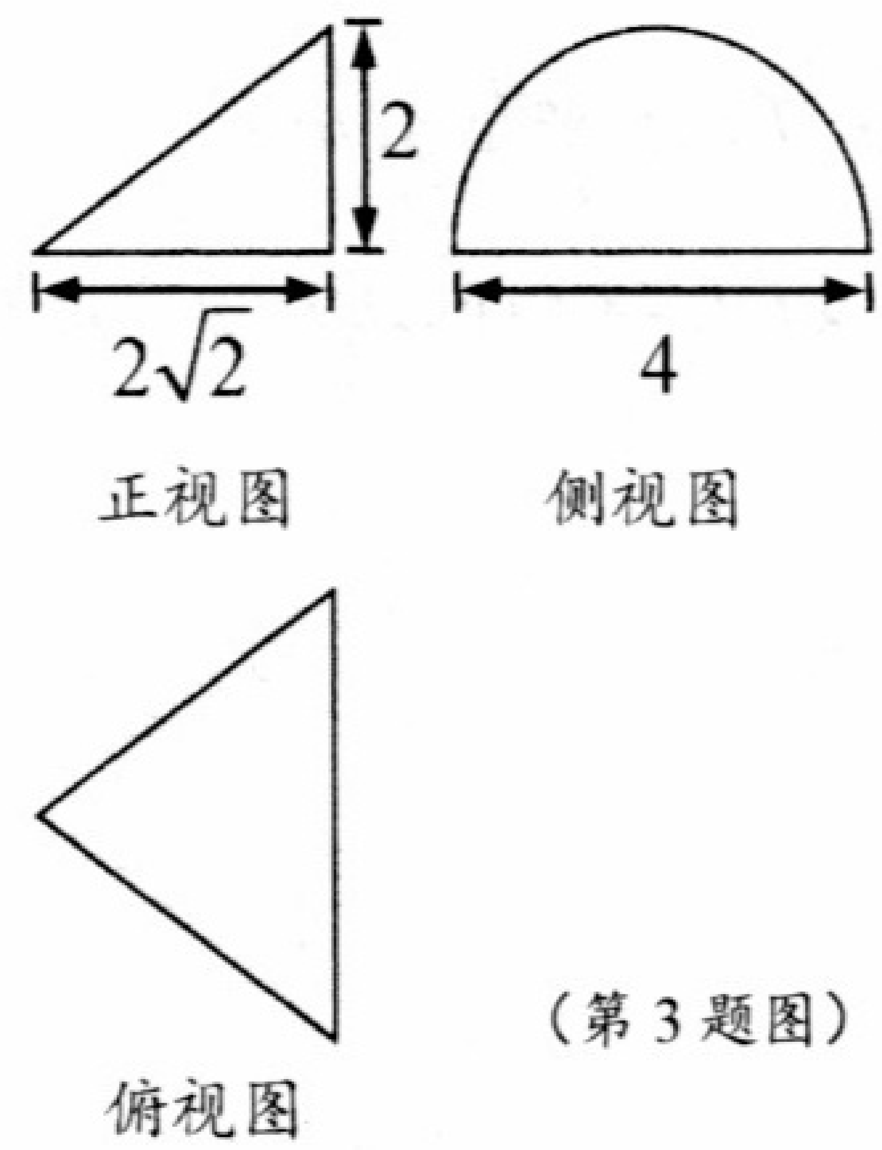
2．已知i为虚数单位，则$\dfrac{(1+\mathrm{i})\mathrm{i}^3}{1-\mathrm{i}}=$

A．-1　　　　B．1　　　　C．$-1+\mathrm{i}$　　　　D．$1+\mathrm{i}$

3．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是

A．$\dfrac{8\sqrt{2}\pi}{3}$　　　　B．$8\sqrt{2}\pi$

C．$\dfrac{4\sqrt{2}\pi}{3}$　　　　D．$4\sqrt{2}\pi$



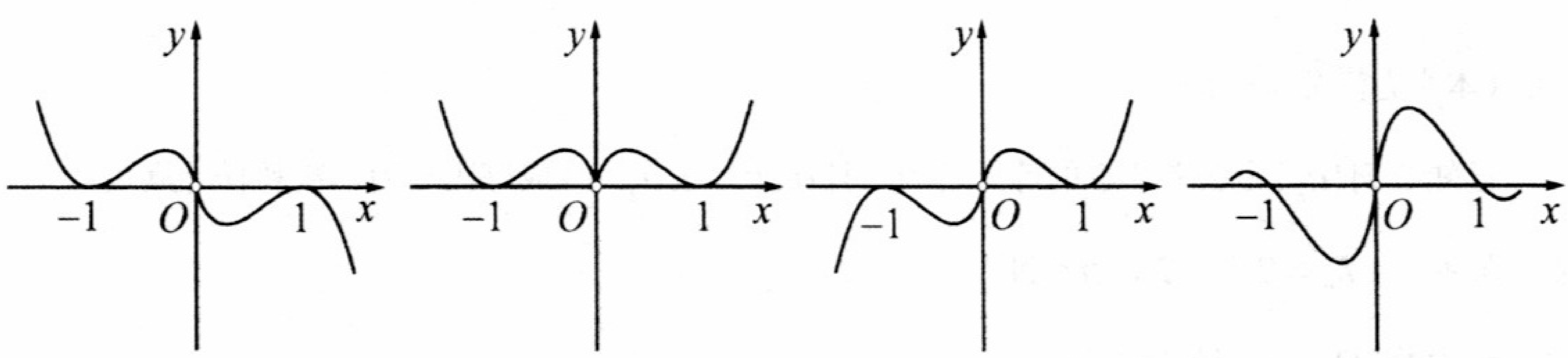
（第3题图）

4．已知双曲线$\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$的焦点到渐近线的距离为$1$，

则渐近线方程是

A．$y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　　　B．$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$　　　　C．$y=\pm\sqrt{2}x$　　　　D．$y=\pm 2x$

5．函数$y=(x^3-x)\ln|x|$的图象是



A．　　　　B．　　　　C．　　　　D．

6．已知数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列，则“$a_5a_6<a_4^2$”是“$0<q<1$”的

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

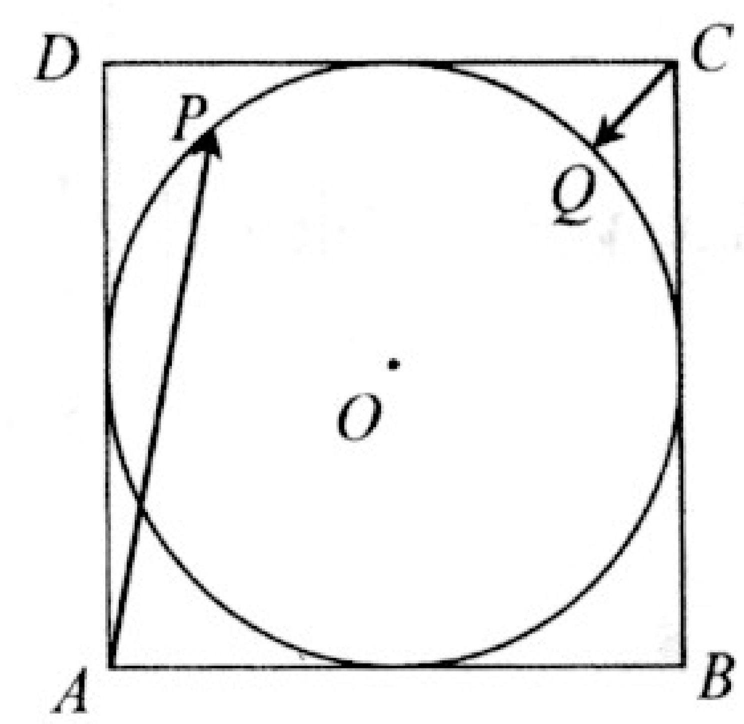
C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

7．一个袋中有m个红球，n个白球，p个黑球($1\le m<n\le 5$，$p\ge 4$)，从中任取1个球（每球取到的机会均等)，设ξ_1表示取出的红球个数，ξ_2表示取出的白球个数，则

A．$E(\xi_1)>E(\xi_2),D(\xi_1)>D(\xi_2)$　　　　B．$E(\xi_1)>E(\xi_2),D(\xi_1)<D(\xi_2)$

C．$E(\xi_1)<E(\xi_2),D(\xi_1)>D(\xi_2)$　　　　D．$E(\xi_1)<E(\xi_2),D(\xi_1)<D(\xi_2)$

8．如图，圆O是边长为2的正方形$ABCD$的内切圆，若P,Q是圆O上的两个动点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CQ}$的取值范围是

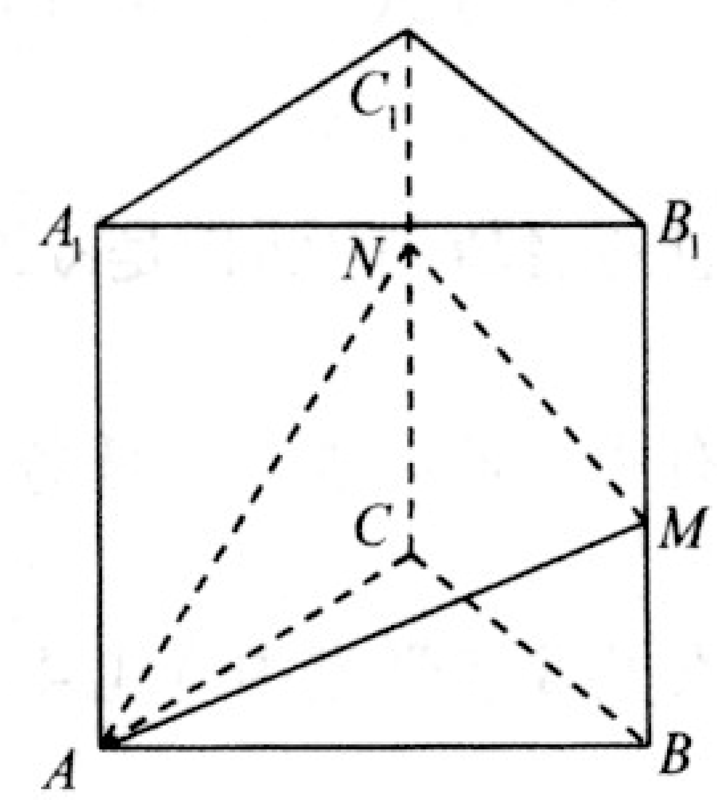


（第 8 题图）

A．$[-3-2\sqrt{2},0]$　　B．$[-3-2\sqrt{2},-1]$

C．$[-5,0]$　　D．$[-5,-1]$

9．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，AB,AC,AA_1两两互相垂直，$AB=AC=AA_1$，M，N分别是侧棱BB_1,CC_1上的点，平面AMN与平面ABC所成的（锐）二面角为$\dfrac{\pi}{6}$．当$|B_1M|$最小时，$\angle AMB=$



（第 9 题图）

A．$\dfrac{5\pi}{12}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$

C．$\dfrac{\pi}{4}$　　D．$\dfrac{\pi}{6}$

10．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}=f(a_n)$，$n\in\mathbf{N}^*$，S_{100}是数列$\{a_n\}$的前100项和，且满足$S_{100}<100$，则$f(x)$不可能是

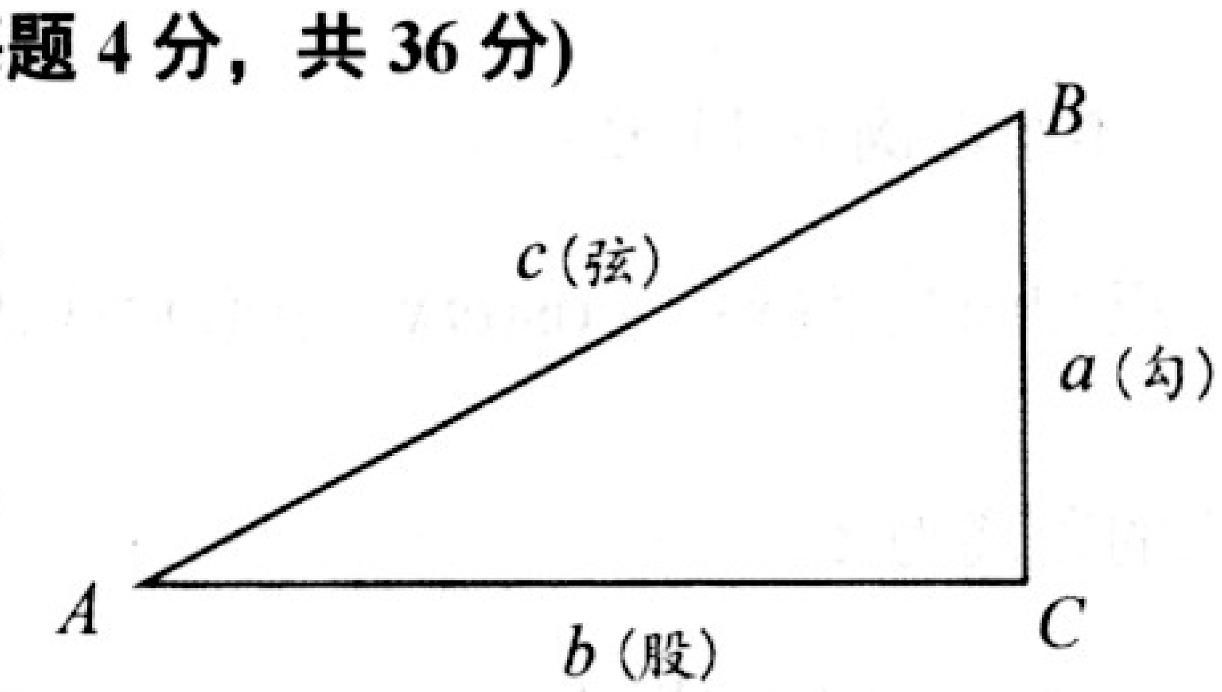
A．$f(x)=x^2$　　B．$f(x)=x+\dfrac{1}{x}-2$

C．$f(x)=\mathrm{e}^x-x-1$　　D．$f(x)=\ln x+x+1$

第Ⅱ卷（共 110 分）

二、填空题（本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分）

11．我国古代数学家贾宪在解决勾股问题时使用了抽象分析法，他提出了“勾股生变十三图”．十三名指勾（a）、股（b）、弦（c）、股弦较（$c-b$）、勾股和（$a+b$）、勾弦和（$a+c$）、弦和和（$c+(a+b)$）等．如图，勾（a）、股（b）、弦（c）中，已知$a+b=7$，$a+c=8$，则$c-b=$ ▲ ，$c+(a+b)=$ ▲ ．



（第 11 题图）

12. 若x,y满足约束条件$\begin{cases}x\le 0,\\ y\ge 0,\\ y-x\le 2,\\ x+y\le 1,\end{cases}$则$y$的最大值为__▲__，此约束条件所表示的平面区域的面积为__▲__.

13. 已知$(x+2)^5=(x+1)^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则$a_0=$__▲__，$a_1=$__▲__.

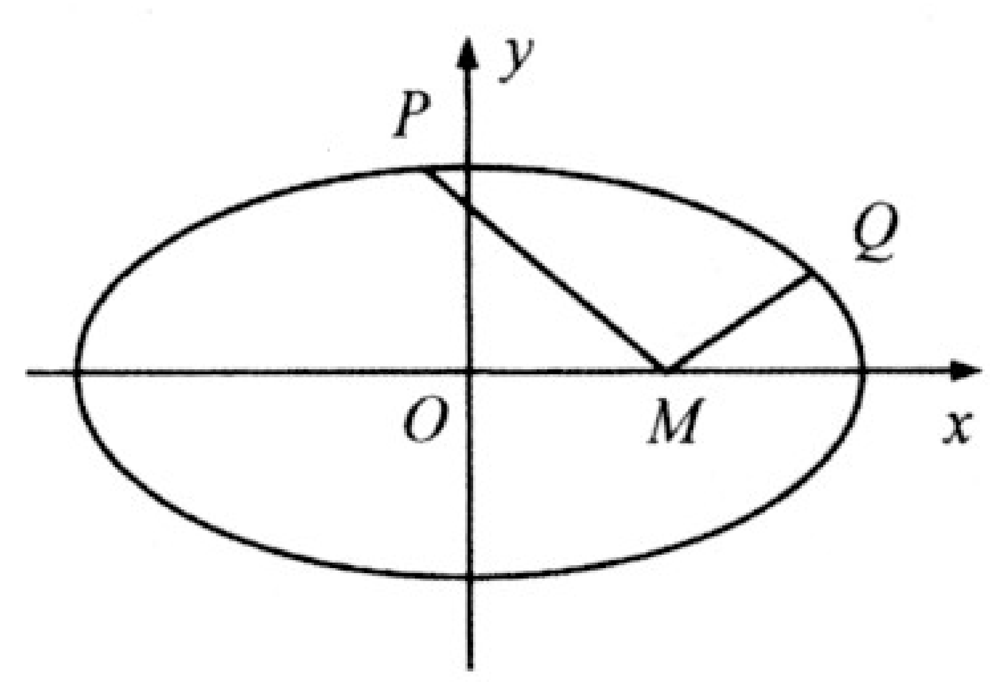
14. 已知△ABC的内角A，B，C所对边分别为a，b，c．若$\cos A=\dfrac{1}{3}$，$b=\dfrac{2}{3}c$，

且△ABC的面积是$\sqrt{2}$，则$b=$__▲__，$\sin C=$__▲__.

15. 有甲、乙、丙三项任务，甲、乙各需1人承担，丙需2人承担且至少1人是男生．现从3男3女共6名学生中选出4人承担这三项任务，不同的选法种数是__▲__．（用具体数字作答）

16. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-2x-3, x<0,\\ x^2, \quad x\ge 0.\end{cases}$若$a>0$，$b<0$，且$f(a)=f(b)$，则$f(a+b)$的取值范围是__▲__.

17. 如图，$M(1,0)$，P，Q是椭圆$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$上的两点（点Q在第一象限），且直线PM,QM的斜率互为相反数．若$|PM|=2|QM|$，则直线QM的斜率为__▲__.



（第17题图）

三、解答题（本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算过程）

18.（本小题满分14分）

已知函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$的图象经过点$(\dfrac{\pi}{6},-\dfrac{1}{2})$，图象与$x$轴两个相邻交点的距离为$\pi$.

（Ⅰ）求$f(x)$的解析式；

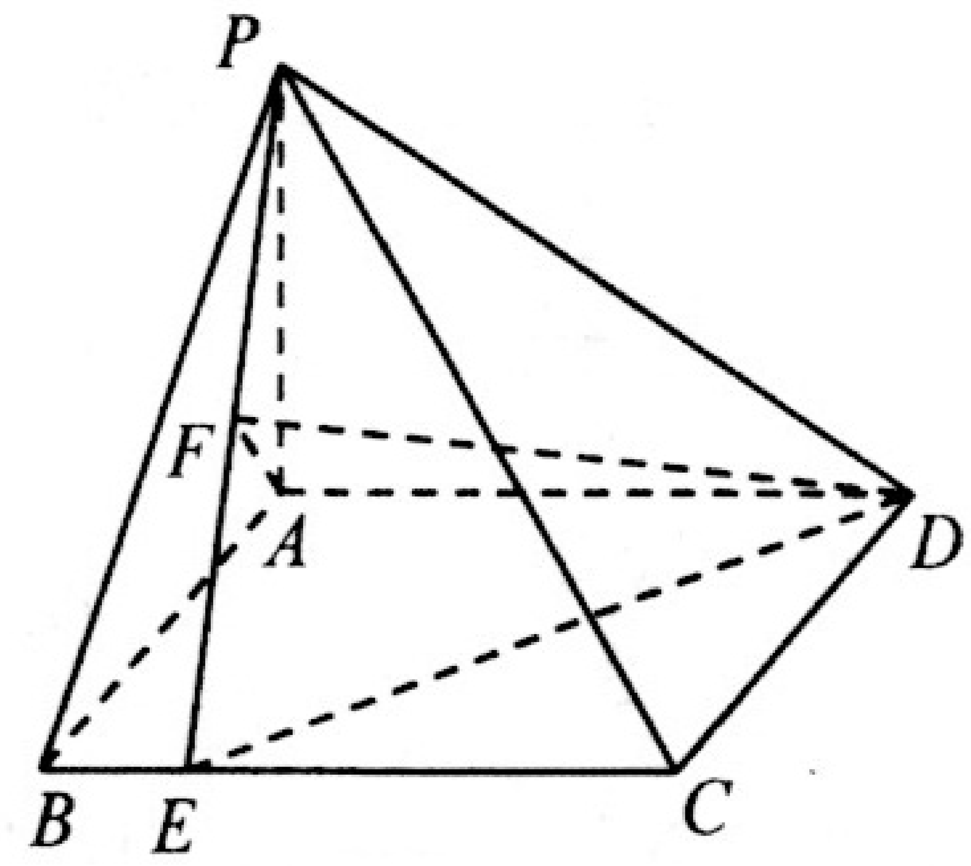
（Ⅱ）若$f(\theta+\dfrac{\pi}{3})=-\dfrac{3}{5}$，求$\sin\theta$的值.

19.（本小题满分 15 分）

如图，四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$是矩形，且$PA=AB=2$，$AD=3$，E是棱BC上的动点，F是线段PE的中点．

（Ⅰ）求证：$PB\perp$平面ADF；

（Ⅱ）若直线DE与平面ADF所成角为$30°$，求EC的长．



（第 19 题图）

20.（本小题满分 15 分）

已知数列$\{a_n\}$是公差为2的等差数列，且$a_1, a_5+1, a_{23}+1$成等比数列．数列$\{b_n\}$满足：$b_1+b_2+\cdots+b_n=2^{n+1}-2$，$n\in\mathbf{N}^*$．

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

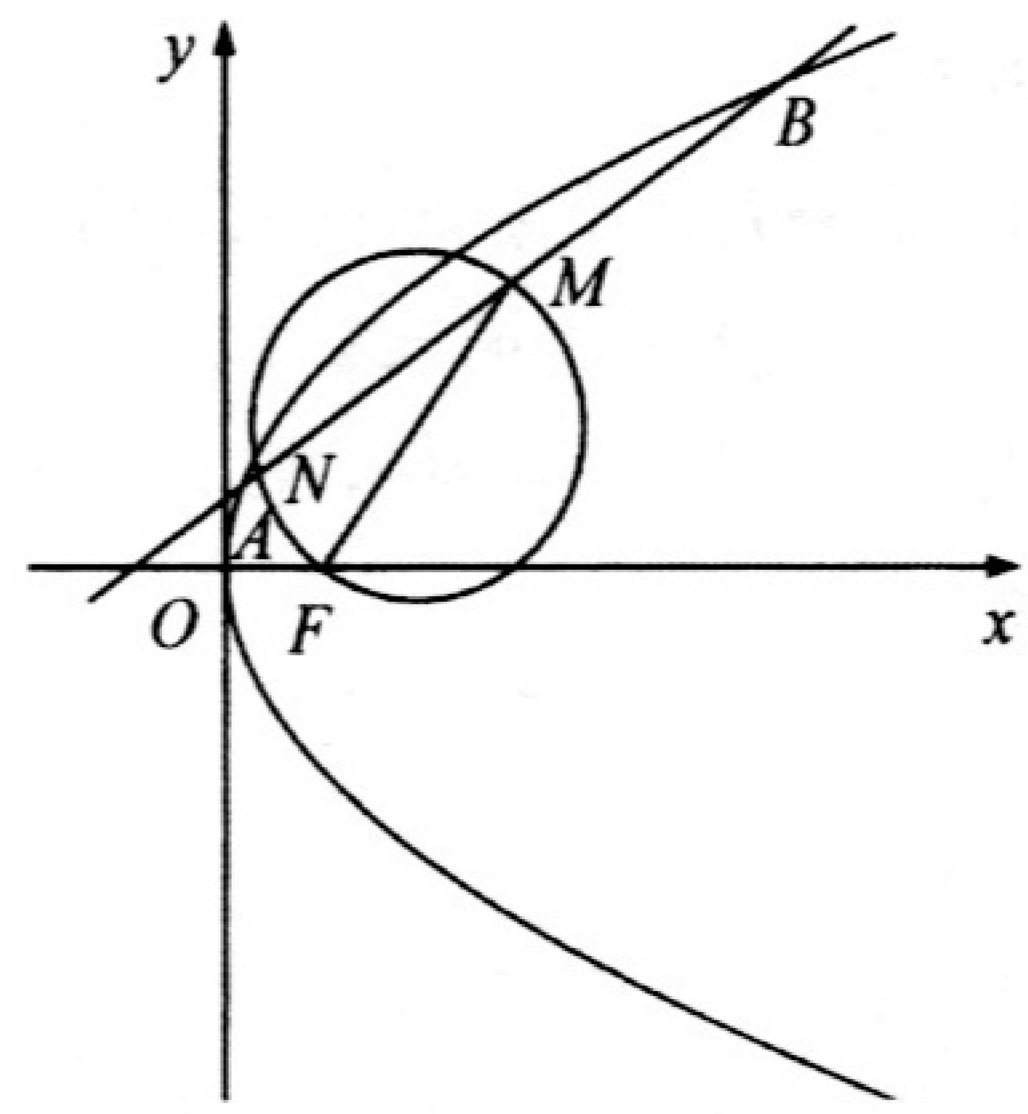
（Ⅱ）设数列$\{c_n\}$的前n项和为T_n，且$c_n=\begin{cases}\dfrac{1}{a_na_{n+2}}, & n\text{ 为奇数},\\ -\dfrac{1}{b_n}, & n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 若对$n\in\mathbf{N}^*$，$T_{2n}\geq T_{2k}$恒成立，求正整数k的值．

21.（本小题满分 15 分）

如图，直线$l: x-ty+1=0$和抛物线$C: y^2=4x$相交于不同两点A,B.

（Ⅰ）求实数t的取值范围；

（Ⅱ）设AB的中点为M，抛物线C的焦点为F．以MF为直径的圆与直线l相交于另一点N，且满足$\dfrac{|MN|}{|MF|}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，求直线$l$的方程.



（第 21 题图）

22.（本小题满分 15 分）

已知函数$f(x)=2\ln(ax+b)$，其中$a,b\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）若直线$y=x$是曲线$y=f(x)$的切线，求ab的最大值；

（Ⅱ）设$b=1$，若关于x的方程$f(x)=a^2x^2+(a^2+2a)x+a+1$有两个不相等的实根，求$a$的最大整数值.（参考数据：$\ln\dfrac{5}{4}\approx 0.223$）

浙江省高考科目考试绍兴市适应性试卷（2019年3月）

数学参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分）

1. A　**2.** B　**3.** C　**4.** D　**5.** C　**6.** B　**7.** D　**8.** A　**9.** B　**10.** D

二、填空题（本大题共7小题，多空题每题6分，单空题每题4分，共36分）

11. 1，12　**12.** $\frac{3}{2}$，$\frac{7}{4}$　**13.** 31，75　**14.** $\sqrt{2}$，$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

15. 144　**16.** $[-1,+\infty)$　**17.** $\frac{\sqrt{15}}{6}$

三、解答题（本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算过程）

18.（本小题满分14分）

解：（Ⅰ）由已知得$T=2\pi$，则$\omega=1$，所以$f(x)=\cos(x+\varphi)$.　…………2分

又$f(\frac{\pi}{6})=-\frac{1}{2}$，所以$\cos(\frac{\pi}{6}+\varphi)=-\frac{1}{2}$，

又$0<\varphi<\pi$，所以$\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{6}+\varphi<\frac{7\pi}{6}$.

所以$\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{2\pi}{3}$，即$\varphi=\frac{\pi}{2}$，　…………5分

所以$f(x)=\cos(x+\frac{\pi}{2})=-\sin x$.　…………7分

（Ⅱ）因为$f(\theta+\frac{\pi}{3})=-\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=-\frac{3}{5}$，所以$\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=\frac{3}{5}$，

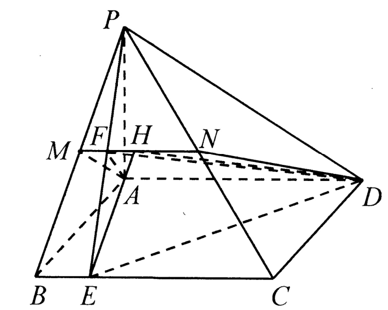
所以$\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=\pm\frac{4}{5}$.　…………9分

当$\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=\frac{4}{5}$时，$\sin\theta=\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\cos\frac{\pi}{3}-\cos(\theta+\frac{\pi}{3})\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$；

当$\cos(\theta+\frac{\pi}{3})=-\frac{4}{5}$时，$\sin\theta=\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\cos\frac{\pi}{3}-\cos(\theta+\frac{\pi}{3})\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$.　…………13分

所以，$\sin\theta=\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$或$\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$.　…………14分

19.（本小题满分15分）



解1：（Ⅰ）取棱PB，PC的中点分别为M,N，

连结AM,MN,ND，

因为$PA=AB$，所以$AM\perp PB$，　…………3分

又因为$AD\perp$平面PAB，$PB\subset$平面PAB，

所以$AD\perp PB$，且$AD\cap AM=A$，

所以$PB\perp$平面ADF.　…………6分

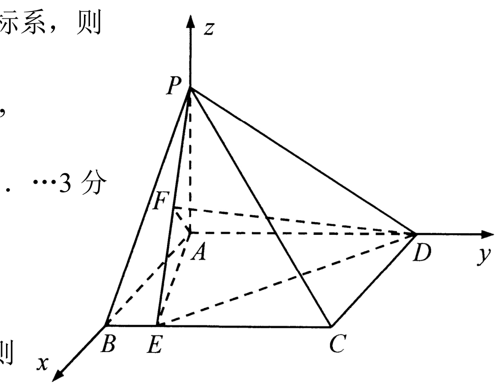
（Ⅱ）由（Ⅰ）知$PB\perp$平面$AMND$，在平面PBC内作$EH\,//\,PB$，交MN于H，则$EH\perp$平面$AMND$，连结DH，则$\angle EDH$就是直线DE与平面ADF所成角，即$\angle EDH=30^\circ$.　…………10分

又因为$PA=AB=2$，所以$PB=2\sqrt{2}$，得到$EH=BM=\frac{1}{2}PB=\sqrt{2}$.

因为$\sin30^\circ=\frac{EH}{ED}$，所以$ED=2\sqrt{2}$，　…………13分

所以$EC^2=ED^2-CD^2=4$，故$EC=2$.　…………15分

解2：　如图，以A为坐标原点建立空间直角坐标系，则



$A(0,0,0),B(2,0,0),C(2,3,0),D(0,3,0)$,

$P(0,0,2),E(2,t,0)(0\le t\le3),F(1,\frac{t}{2},1)$.　…3分

（Ⅰ）$\overrightarrow{AD}=(0,3,0),\overrightarrow{AF}=(1,\frac{t}{2},1)$，

设平面ADF的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0,\end{cases}$　从而取$\vec{n}=(1,0,-1)$.　…………5分

又$\overrightarrow{BP}=(-2,0,2)$，所以$\overrightarrow{BP}\,//\,\vec{n}$，从而$PB\perp$平面$ADF$.　…………6分

（Ⅱ）设直线DE与平面ADF所成角为θ，由$\overrightarrow{DE}=(2,t-3,0)$，平面$ADF$的法向量为

$\vec{n}=(1,0,-1)$，　…………8分

故$\sin\theta=\frac{|\overrightarrow{DE}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{DE}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{2}{\sqrt{4+(t-3)^2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，解得$t=1$，　…………13分

所以$E(2,1,0)$，因此$EC=2$.　…………15分

20．(本小题满分 15 分)

解：（Ⅰ）由已知得 $(a_5+1)^2=a_1(a_{23}+1)$，即 $(a_1+9)^2=a_1(a_1+45)$，所以 $a_1=3$，所以

$a_n=2n+1$.　…………3 分

当 $n=1$ 时，$b_1=2$，当 $n\ge 2$ 时，$b_n=2^{n+1}-2^n=2^n$，所以 $b_n=2^n$.　……6 分

（Ⅱ）因为 $T_{2n}=[\frac{1}{3\times 7}+\frac{1}{7\times 11}+\cdots+\frac{1}{(4n-1)\times(4n+3)}]-(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^{2n}})$

$=\frac{1}{4}(\frac{1}{3}-\frac{1}{4n+3})-\frac{1}{3}(1-\frac{1}{4^n})=-\frac{1}{4}+\frac{1}{12}(\frac{1}{4^{n-1}}-\frac{3}{4n+3})$，　…………9 分

所以 $T_{2n+2}-T_{2n}=\frac{1}{12}(\frac{1}{4^n}-\frac{3}{4n+7}-\frac{1}{4^{n-1}}+\frac{3}{4n+3})=\frac{1}{12}[\frac{12}{(4n+3)(4n+7)}-\frac{3}{4^n}]$

$=\frac{1}{(4n+3)(4n+7)}[1-\frac{(4n+3)(4n+7)}{4^{n+1}}]$.　…………10 分

设 $d_n=\frac{(4n+3)(4n+7)}{4^{n+1}}$，则

$d_{n+1}-d_n=\frac{(4n+7)(4n+11)}{4^{n+2}}-\frac{(4n+3)(4n+7)}{4^{n+1}}=\frac{(4n+7)(-12n-1)}{4^{n+2}}<0$ 恒成立，

因此 $d_1>d_2>d_3>d_4>\cdots$，由于 $d_1>1,\ \ d_2>1,\ \ d_3>1,\ \ d_4<1$，…，

因此 $T_4-T_2<0,\ \ T_6-T_4<0,\ \ T_8-T_6<0,\ \ T_{10}-T_8>0$，…，　…………13 分

所以 $\{T_{2n}\}$ 中 T_8 最小，所以 k 的值为 4.　…………15 分

21．(本小题满分 15 分)

解：（Ⅰ）由 $\begin{cases}x-ty+1=0,\\ y^2=4x,\end{cases}$ 消去 x 得 $y^2-4ty+4=0$，$\Delta=(-4t)^2-16>0$，

解得 $t<-1$ 或 $t>1$.故 $t\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.　…………4 分

（Ⅱ）方法 1：$\frac{|MN|}{|MF|}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 等价于 $|NM|=2\sqrt{2}\,|NF|$.　…………6 分

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),M(x_0,y_0)$，则 $y_1+y_2=4t,x_1+x_2=4t^2-2$，

所以 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=2t^2-1,y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=2t$, 即 $M(2t^2-1,2t)$.　…………8 分

又直线 $FN:y=-tx+t$，与 $x-ty+1=0$ 联立，解得 $N(\frac{t^2-1}{t^2+1},\frac{2t}{t^2+1})$，　…10 分

所以 $|NM|^2=(\frac{t^2-1}{t^2+1}-2t^2+1)^2+(\frac{2t}{t^2+1}-2t)^2$

$=[\frac{t^2-1+(t^2+1)(-2t^2+1)}{t^2+1}]^2+(\frac{-2t^3}{t^2+1})^2=\frac{4t^8+4t^6}{(t^2+1)^2}=\frac{4t^6}{t^2+1}$.　…………12 分

又 $|NF|^2=\frac{4}{1+t^2}$，则由 $|NM|=2\sqrt{2}\,|NF|$，得 $\frac{4t^6}{t^2+1}=\frac{32}{t^2+1}$，解得 $t=\pm\sqrt{2}$，

…………14 分

所以直线 l 的方程为 $x\pm\sqrt{2}y+1=0$.　…………15 分

方法 2：$\frac{|MN|}{|MF|}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 等价于 $|MF|=3\,|NF|$，　…………6 分

由方法 1 中 $M(2t^2-1,2t)$，$|NF|^2=\frac{4}{1+t^2}$，　…………8 分

$|MF|^2=(2t^2-2)^2+(2t)^2=4t^4-4t^2+4$. 所以 $t^4-t^2+1=\frac{9}{1+t^2}$，　………12 分

即 $(1+t^2)(t^4-t^2+1)=9$，化简得 $t^6+1=9$，得 $t^6=8$，$t=\pm\sqrt{2}$.　…………14 分

所以直线 l 的方程为 $x\pm\sqrt{2}y+1=0$.　…………15 分

方法 3：设直线 l 的方向向量为 $\vec{l}=(t,1)$，

$\overrightarrow{FM}=\frac{\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}}{2}=(\frac{x_1+x_2}{2}-1,\frac{y_1+y_2}{2})=(2t^2-2,2t)$，　…………6 分

则 $|NM|=\frac{|\overrightarrow{FM}\cdot\vec{l}|}{|\vec{l}|}=\frac{|(2t^2-2)t+2t|}{\sqrt{1+t^2}}=\frac{2|t|^3}{\sqrt{1+t^2}}$，　…………10 分

又 $|NF|^2=\frac{4}{1+t^2}$，　…………12 分

由 $|NM|=2\sqrt{2}\,|NF|$，得 $|t|^3=2\sqrt{2}$，$t=\pm\sqrt{2}$，　…………14 分

所以直线 l 的方程为 $x\pm\sqrt{2}y+1=0$.　…………15 分

22．(本小题满分 15 分)

解：（Ⅰ）设直线 $y=x$ 与 $y=f(x)$ 相切于点 $P(x_0,2\ln(ax_0+b))$. 因为 $f'(x)=\frac{2a}{ax+b}$，

所以 $f'(x_0)=\frac{2a}{ax_0+b}=1$，所以 $ax_0+b=2a(a>0)$.

又因为 P 在切线 $y=x$ 上，所以 $2\ln(ax_0+b)=x_0$，　…………2 分

所以 $x_0=2\ln(ax_0+b)=2\ln 2a$，$b=2a-ax_0=2a-2a\ln 2a$，

因此 $ab=2a^2-2a^2\ln 2a(a>0)$. …………4 分

设 $g(a)=2a^2-2a^2\ln 2a(a>0)$ ，则由 $g'(a)=2a-4a\ln 2a=2a(1-2\ln 2a)>0$ ，

解得 $0<a<\frac{\sqrt{e}}{2}$. 所以 $g(a)$ 在 $(0,\frac{\sqrt{e}}{2})$ 上单调递增，在 $[\frac{\sqrt{e}}{2},+\infty)$ 上单调递减，

可知 $g(a)$ 的最大值为 $g(\frac{\sqrt{e}}{2})=\frac{e}{4}$ ，所以 ab 的最大值为 $\frac{e}{4}$. …………6 分

（Ⅱ）方法 1：原方程即为 $2\ln(ax+1)=(ax+1)^2+a(ax+1)$ ，设 $ax+1=t$ ，则上述方程等价于 $2\ln t=t^2+at(t>0)$. 设 $p(t)=2\ln t-t^2-at(t>0)$ ，则函数 $p(t)$ 需有两个不同的零点. …………8 分

因为 $p'(t)=\frac{2}{t}-2t-a$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，且 $p'(t)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在唯一实根 t_0 ，

即 $p'(t_0)=0$ ，即 $at_0=2-2t_0^2$.

所以当 $t\in(0,t_0)$ 时， $p'(t)>0$ ；当 $t\in(t_0,+\infty)$ 时， $p'(t)<0$.

因此 $p(t)$ 在 $(0,t_0)$ 上单调递增，在 $(t_0,+\infty)$ 上单调递减. …………10 分

若 $a>0$ ，则 $t_0\in(0,1)$.

$p(t)\le p(t_0)=2\ln t_0-{t_0}^2-at_0=2\ln t_0-{t_0}^2-(2-2{t_0}^2)=2\ln t_0+{t_0}^2-2<0$ ，

不合题意，舍去.

若 $a<0$ ，则 $t_0\in(1,+\infty)$.

当 $t\in(0,1)$ 时，则 $p(t)=2\ln t-t^2-at<2\ln t+|a|$ ，

取 $t_1=e^{-\frac{|a|}{2}}$ ，则 $p(t_1)<0$ ；

当 $t\in(1,+\infty)$ 时，则 $p(t)=2\ln t-t^2-at<2(t-1)-t^2-at<-t^2+(2-a)t$ ，

取 $t_2=2+|a|$ ，则 $p(t_2)<0$.

由此 $t_1<t_0<t_2$ ，且 $p(t_1)<0$ ， $p(t_2)<0$.

要使函数 $p(t)=2\ln t-t^2-at(t>0)$ 有两个不同的零点，

则只需 $p(t_0)=2\ln t_0-{t_0}^2-at_0>0$ ，

所以只需 $p(t_0)=2\ln t_0-{t_0}^2-(2-2t_0^2)=t_0^2+2\ln t_0-2>0$. …………12 分

因为 $p(t_0)=t_0^2+2\ln t_0-2$ 是关于 t_0 的增函数，且 $p(1)=-1<0$ ， $p(\frac{5}{4})=2\ln\frac{5}{4}-\frac{7}{16}>0$ ，

所以存在 $m\in(1,\frac{5}{4})$ 使得 $p(m)=0$ ，所以当 $t_0>m$ 时， $p(t_0)>0$.

因为 $a=\frac{2}{t_0}-2t_0$ 是关于 t_0 的减函数，所以 $a=\frac{2}{t_0}-2t_0<\frac{2}{m}-2m$ ， …………14 分

又因为 $\frac{2}{m}-2m\in(-\frac{9}{10},0)$ ，

所以 a 的最大整数值为 -1 . …………15 分

方法 2：原方程即为 $2\ln(ax+1)=(ax+1)^2+a(ax+1)$ ，设 $ax+1=t$ ，则原方程等价于关于 t 的方程 $2\ln t-t^2-at=0$ $(t>0)$ 有两个不同的解，

即关于 t 的方程 $a=\frac{2\ln t-t^2}{t}$ $(t>0)$ 有两个不同的解. …………8 分

设 $h(t)=\frac{2\ln t-t^2}{t}$ ，则 $h'(t)=\frac{2-t^2-2\ln t}{t^2}$.

设 $m(t)=2-t^2-2\ln t$ ，由 $t>0$ 知 $m'(t)=-2t-\frac{2}{t}<0$ ，所以 $m(t)=2-t^2-2\ln t$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减，又 $m(1)=1>0, m(\frac{5}{4})=\frac{7}{16}-2\ln\frac{5}{4}<0$ ，

所以存在 $t_0\in(1,\frac{5}{4})$ 使得 $m(t_0)=0$. …………10 分

当 $t\in(0,t_0)$ 时， $m(t)>0$ ， $h'(t)>0$ ；当 $t\in(t_0,+\infty)$ 时， $m(t)<0$ ， $h'(t)<0$.

所以 $h(t)$ 在 $(0,t_0)$ 上单调递增，在 $(t_0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $h(t_0)=\frac{2\ln t_0-{t_0}^2}{t_0}=\frac{2-2{t_0}^2}{t_0}=\frac{2}{t_0}-2t_0\in(-\frac{9}{10},0)$.

要使得关于 t 的方程 $a=\frac{2\ln t-t^2}{t}$ $(t>0)$ 有两个不同的解，则 $a<h(t_0)$. ……12 分

当 $a=-1$ 时，设 $p(t)=2\ln t-t^2+t$ ，则 $p'(t)=\frac{2}{t}-2t+1$ ，可知 $p(t)$ 在 $(0,\frac{1+\sqrt{17}}{4})$ 上单调递增，

在 $(\frac{1+\sqrt{17}}{4},+\infty)$ 单调递减. 又 $p(1)=0$ ， $p(\frac{1+\sqrt{17}}{4})>0$ ， $p(e)=2-e^2+e<0$ ，

$p(t)$ 有两个不同的零点，符合题意. …………14 分

所以 a 的最大整数值为 -1 . …………15 分