Práctica 1 – Regresión lineal

Realizada por Mario Blanco Domínguez y Juan Tecedor Roa

- Objetivo de la práctica

El objetivo de la práctica es aprender a aplicar la regresión lineal a un conjunto de datos, ya sea a un modelo con una variable o con varias.

Se trata de aplicar el método de la regresión lineal a dos archivos csv. El primero de ellos representa los datos sobre beneficios de una compañía (la segunda columna) en base a la población (la primera columna). Tendremos que aplicar el método del descenso de gradiente para encontrar los parámetros Theta que definen la recta que se ajuste a los datos. Posteriormente, se aplicará la regresión lineal a unos datos con más variables: el precio de la casa, el tamaño de la casa y el número de habitaciones. También se aplicará el descenso de gradiente para optimizar los valores óptimos de la hipótesis de la regresión lineal.

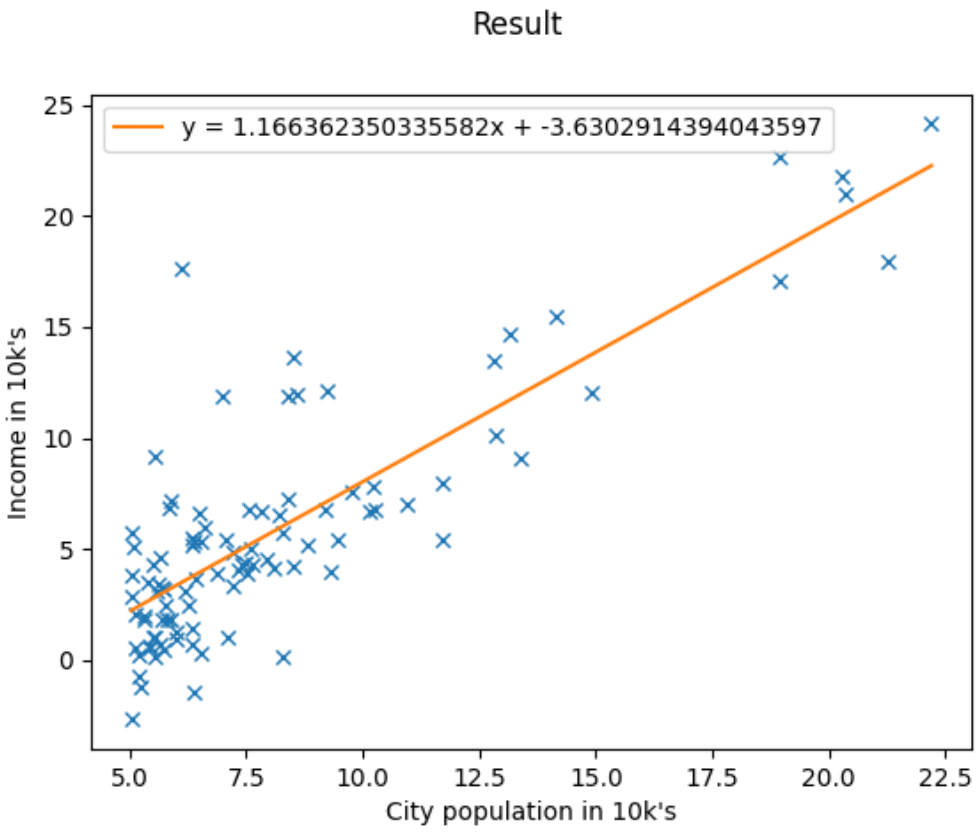
- Código de la práctica: parte 1 (una variable)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pandas.io.parsers import read_csv
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter


def getMat(file_name):
    return read_csv(file_name,
header=None).to_numpy().astype(float)


# Prediction of the value y. In this case using linear
regression.
def hypothesis(X, theta_0, theta_1):
    return X * theta_1 + theta_0


# Cost function J(theta), measures how good are our guesses
def cost(X, Y, theta_0, theta_1):
    return (1 / (2 * len(X))) * (((hypothesis(X, theta_0,
theta_1) - Y)**2).sum())


def gradientDescent(X, Y, iterations, alpha):
    theta_0 = theta_1 = 0
    costs = []

    for i in range(iterations):
        costs.append(cost(X, Y, theta_0, theta_1))
        H = hypothesis(X, theta_0, theta_1)
        temp_0 = theta_0 - (alpha / len(X)) * (H - Y).sum()
        temp_1 = theta_1 - (alpha / len(X)) * ((H - Y) *
X).sum()
        theta_0 = temp_0
        theta_1 = temp_1
```

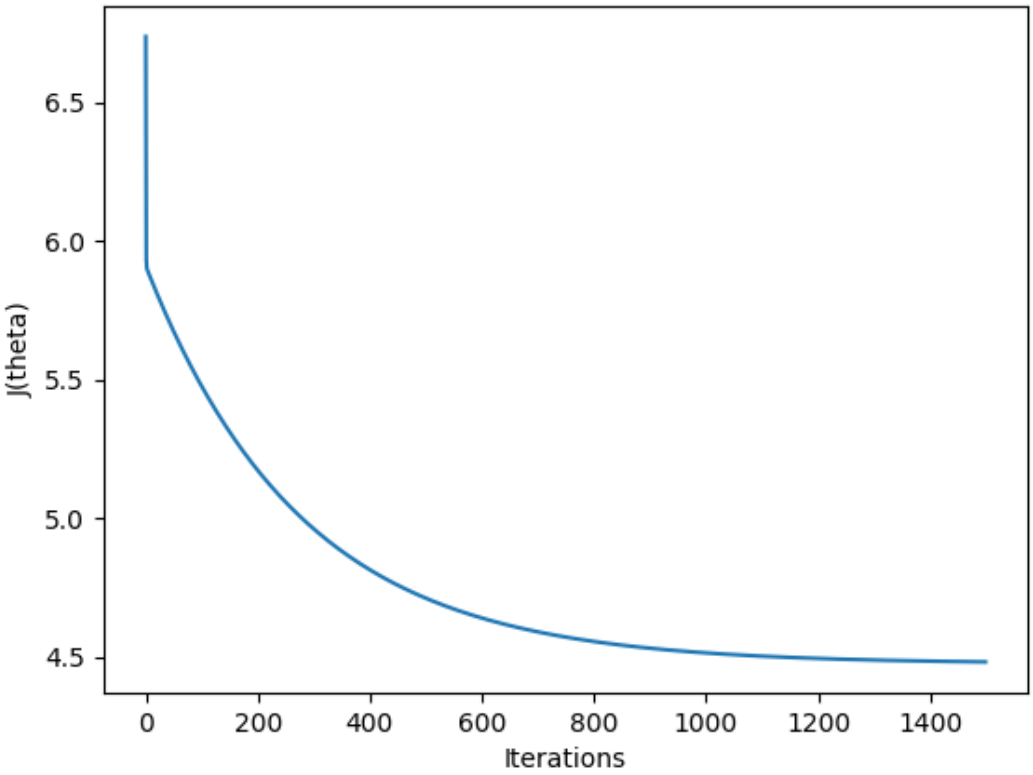
```
    plt.suptitle('Cost')
    plt.xlabel('Iterations')
    plt.ylabel('J(theta)')
    plt.plot(np.arange(0, iterations), costs)
    plt.savefig('costs.png')
    plt.show()
    return theta_0, theta_1


def plot_surfaces(theta_0_, theta_1_, theta_0_range,
theta_1_range, X, Y):
    step = .1
    theta_0 = np.arange(theta_0_range[0], theta_0_range[1],
step)
    theta_1 = np.arange(theta_1_range[0], theta_1_range[1],
step)
    theta_0, theta_1 = np.meshgrid(theta_0, theta_1)
    Cost = np.empty_like(theta_0)
    for i_x, i_y in np.ndindex(theta_0.shape):
        Cost[i_x, i_y] = cost(X, Y, theta_0[i_x, i_y],
theta_1[i_x, i_y])

    fig = plt.figure()
    ax = Axes3D(fig)
    ax.plot_surface(theta_0, theta_1, Cost, cmap=cm.coolwarm)
    plt.show()

    plt.contour(theta_0, theta_1, Cost, np.logspace(-2, 3, 20),
colors='red')
    plt.scatter(theta_0_, theta_1_)
    plt.show()


def main():
    data = getMat('./ex1data1.csv')
    X = data[:, 0]
    Y = data[:, 1]
    alpha = 0.01
    iterations = 1500

    theta_0, theta_1 = gradientDescent(X, Y, iterations, alpha)
    x = np.linspace(min(X), max(X), 100)
    y = theta_0 + theta_1 * x

    plt.suptitle('Result')
    plt.xlabel('City population in 10k\'s')
    plt.ylabel('Income in 10k\'s')
    plt.plot(X, Y, 'x')
    plt.plot(x, y, label=('y = ' + str(theta_1) + 'x + ' +
str(theta_0)))
    plt.legend()
    plt.savefig('result.png')
    plt.show()

    plot_surfaces(theta_0, theta_1, [-10, 10], [-1, 4], X, Y)


main()
```

- Resultados de ejecución: parte 1 (una variable)

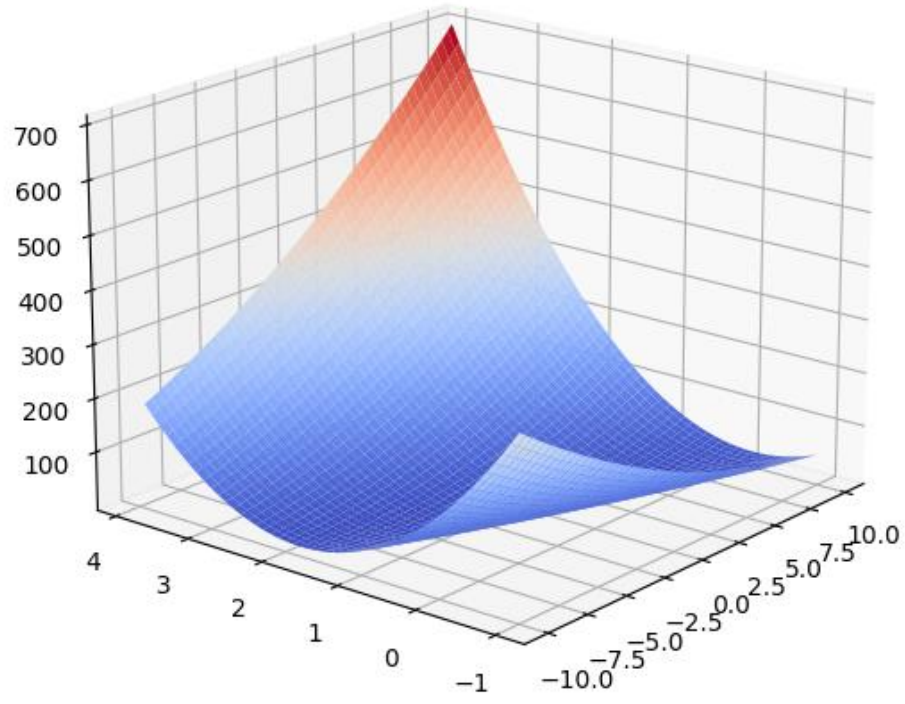
Se generan varias gráficas. En primer lugar, hemos obtenido la gráfica que los datos de entrada junto a la línea de predicción que mejor se ajusta con esta hipótesis.



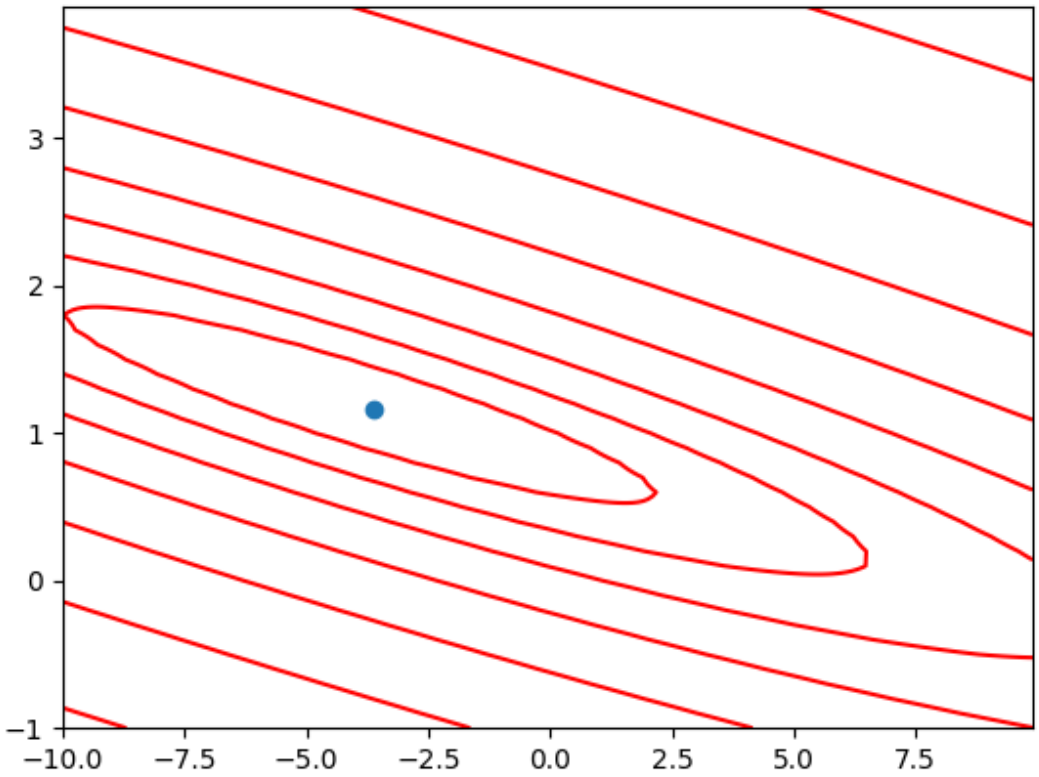
Además, hemos generado gráficas con respecto al coste. Podemos ver como el coste se va estabilizando rápidamente con Alpha = 0,01, y a la par que van aumentando las iteraciones disminuye lentamente.



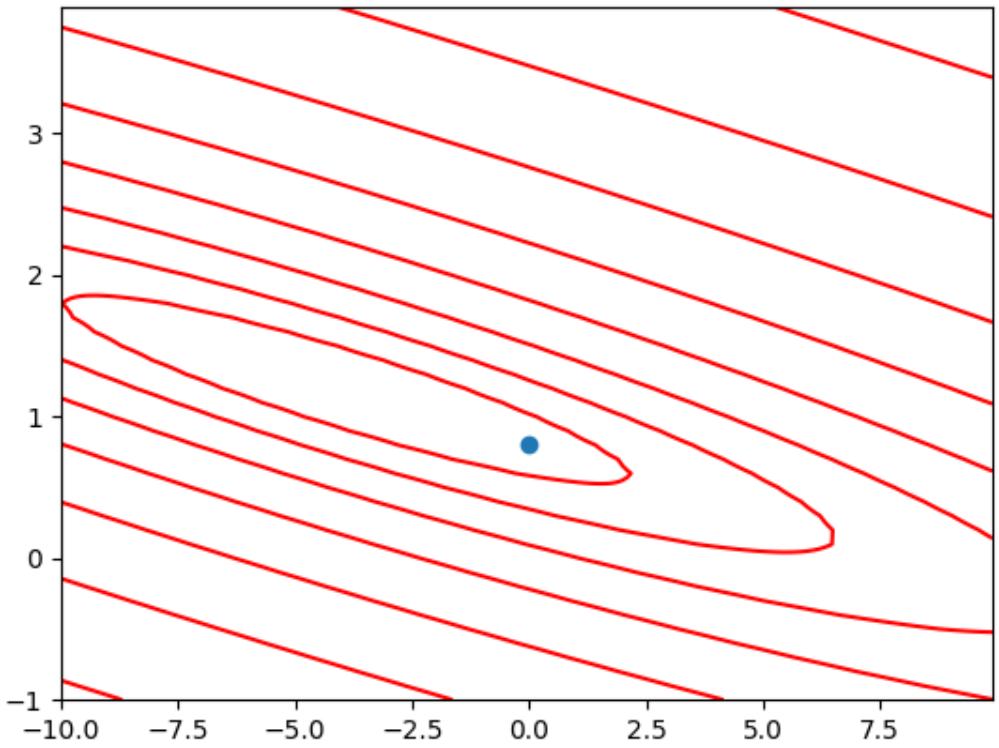
Se ha calculado también el coste dentro de los intervalos θ0 ∈ [−10, 10] y θ1 ∈ [−1, 4].



En la segunda gráfica, hemos pintado el mínimo de coste obtenido por el descenso de gradiente.



Con un valor Alpha menor, podemos comprobar que no encontramos un mejor mínimo, si no que obtenemos uno peor.

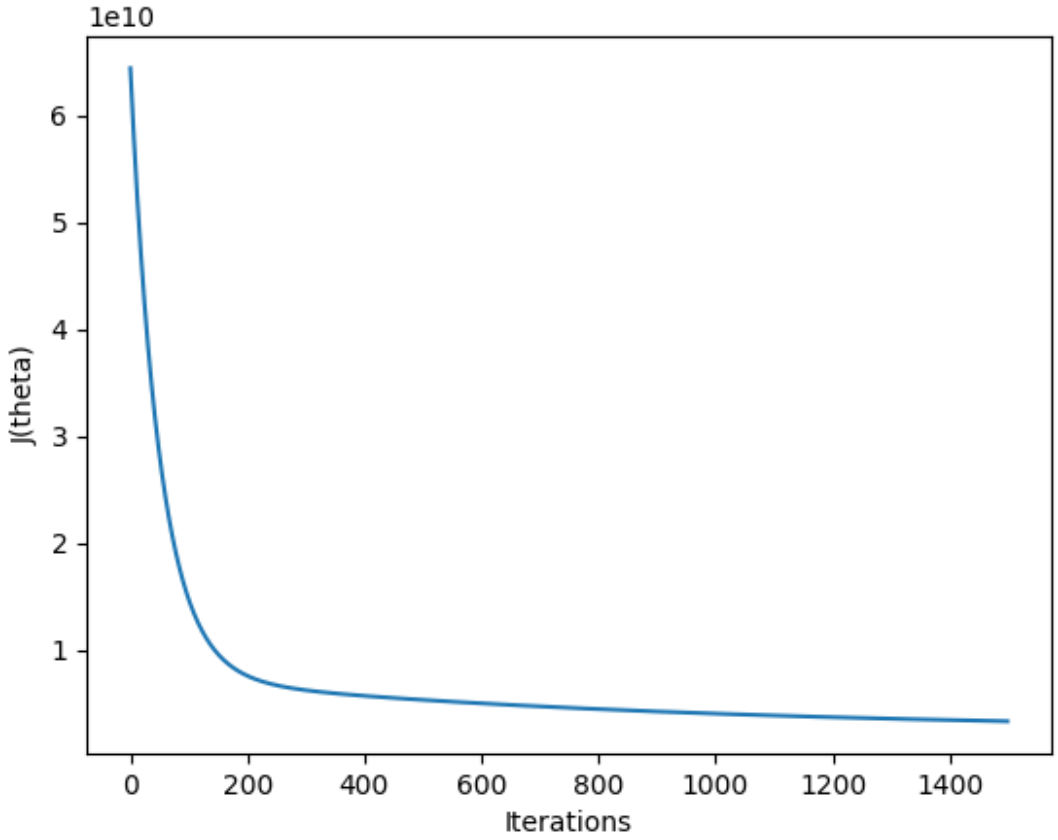


- Código de la práctica: parte 2 (varias variables)

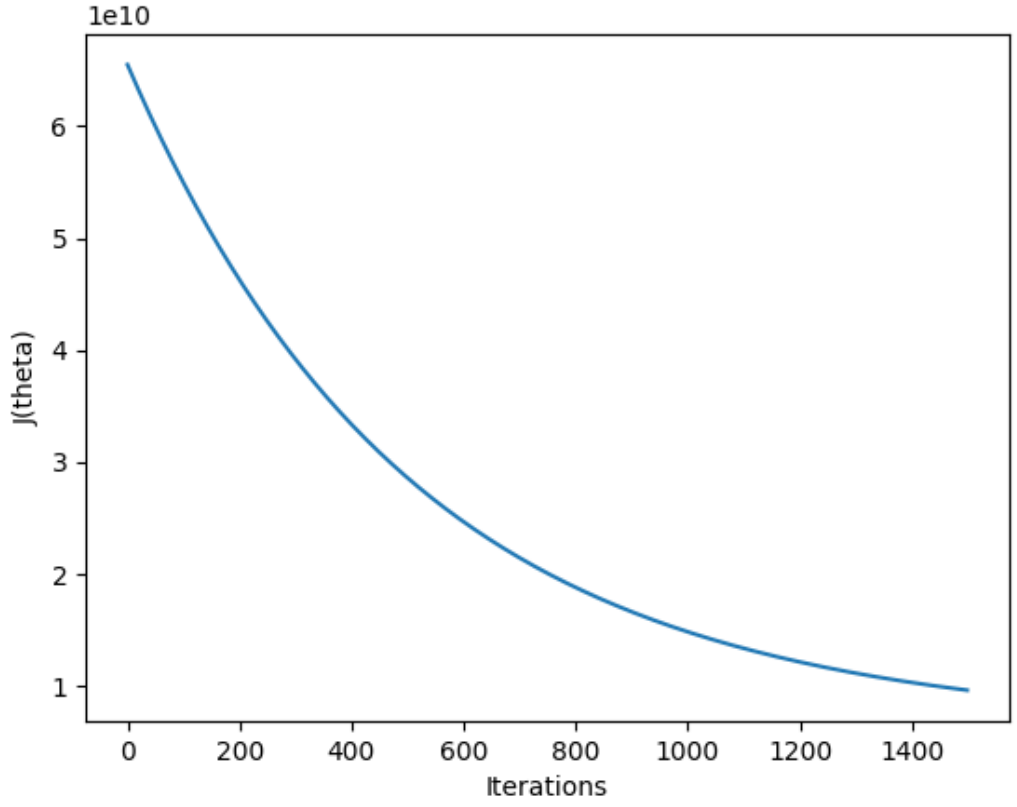
```
def getMat(file_name):
    return read_csv(file_name,
header=None).to_numpy().astype(float)


def gradient(X, Y, T, alpha):
    new_T = T
    m = np.shape(X)[0]
    n = np.shape(X)[1]
    H = np.dot(X, T)
    aux = (H - Y)
    for i in range(n):
        aux_i = aux * X[:, i]
        new_T[i] -= (alpha / m) * aux_i.sum()
    return new_T


def cost(X, Y, T):
    XTY = np.matmul(X, T) - Y
    return 1 / (2 * np.shape(X)[0]) *
(np.matmul(np.transpose(XTY), XTY))

def normalize(X):
    ranges = [ 0 ]
    averages = [ 1 ]
    XNorm = np.copy(X)
    for i in range(1, np.shape(X)[1]):
        col = XNorm[:, i]
        ran = np.max(col) - np.min(col)
        avg = np.average(col)
        col -= avg
```

```
            col /= ran
            ranges.append(ran)
            averages.append(avg)
        averages = np.array(averages)
        ranges = np.array(ranges)
        return XNorm, averages, ranges

    def normalize2(X):
        averages = np.mean(X, axis=0)
        ranges = np.std(X, axis=0)
        return X/(averages - ranges), averages, ranges
    def main():

        data = getMat('./ex1data2.csv')
        X = data[:, :-1]
        X = np.hstack([np.ones([len(X), 1]), X])
        Y = data[:, -1]
        XNorm,averages,ranges = normalize(X)

        costs = []
        alpha = 0.01
        iterations = 1500
        T = np.zeros(np.shape(X)[1])
        for i in range(iterations):
            T = gradient(XNorm, Y, T, alpha)
            costs.append(cost(XNorm, Y, T))

        plt.suptitle('Cost')
        plt.xlabel('Iterations')
        plt.ylabel('J(theta)')
        plt.plot(np.arange(0, iterations), costs)
        plt.savefig('costs.png')
        plt.show()

        print(T)
        for i in range(len(X)):
            print(np.dot(np.transpose(T), X[i]))

    main()
```

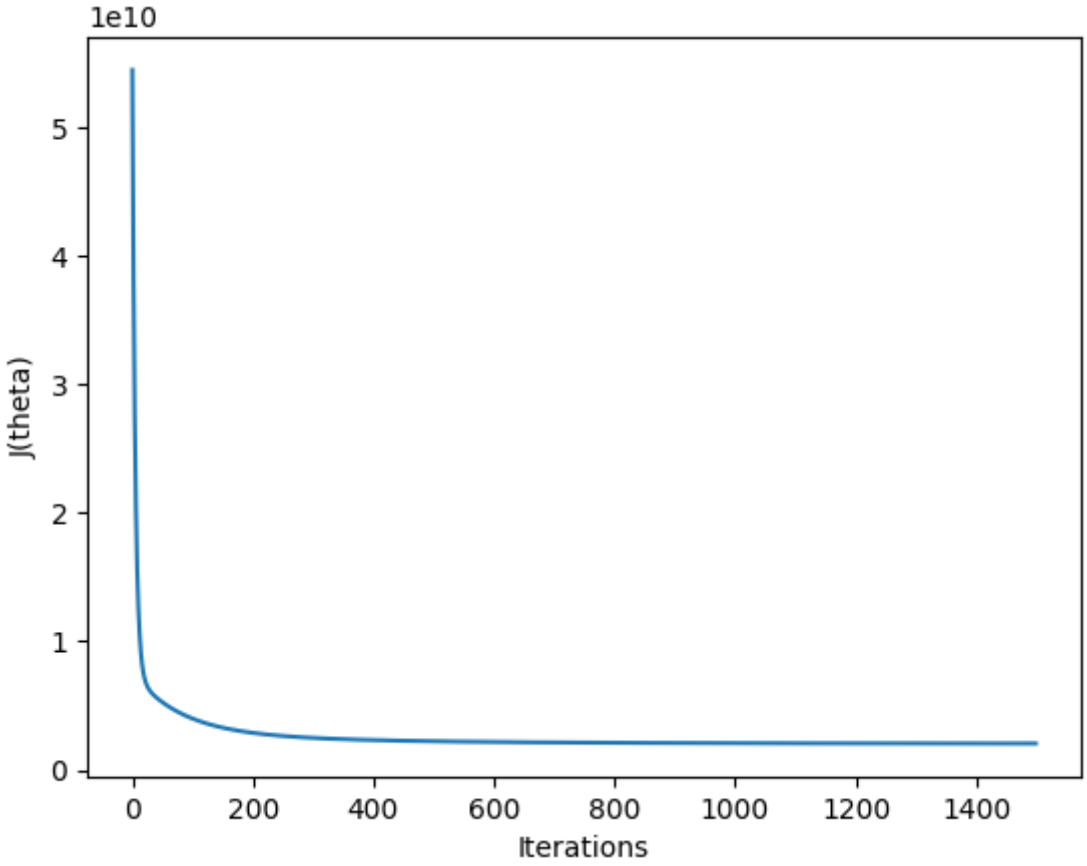
- Resultados de ejecución: parte 2 (varias variables)
  Se ha generado la gráfica del coste teniendo en cuenta la tasa de aprendizaje y 1500 iteraciones.
  Esta gráfica muestra el coste J(theta) con una tasa de aprendizaje de 0,01.



Si reducimos esa tasa de aprendizaje (por ejemplo, a 0,001), podemos ver que el coste no llega a converger en nuestras 1500 iteraciones, ya que da saltos muy pequeños



Si aumentamos la tasa (por ejemplo, a 0,1), obtenemos convergencia muy rápido, pero los valores se distancian, en ocasiones, bastante de los valores reales de los ejemplos de entrenamiento.




```
Gradiente: 413613.3900249047
Ec. normal:  411999.63329673227
Valor del ejemplo: 314000.0
-----------------
Gradiente: 232876.93064289654
Ec. normal:  230436.66102696583
Valor del ejemplo: 299000.0
-----------------
Gradiente: 189870.65738755965
Ec. normal:  190729.36558115977
Valor del ejemplo: 179900.0
```

Estos valores mostrados, se han obtenido para todos los ejemplos del csv. Se comprueba que valor predicen nuestros dos algoritmos (tanto el implementado con el descenso gradiente, como el implementado mediante la ecuación normal). A continuación, se muestran los resultados para todos los valores del csv con 1500 iteraciones y alpha= 0,01.

Predicciones del CSV usando grandiente y la ecuacion normal:

Gradiente: 343568.70614447986
Ec. normal: 356283.11033889925
Valor del ejemplo: 399900.0

Gradiente: 311159.49006306095
Ec. normal: 286120.93063401605
Valor del ejemplo: 329900.0

Gradiente: 362602.6901922973
Ec. normal: 397489.4698481164
Valor del ejemplo: 369000.0

Gradiente: 278837.3668245447
Ec. normal: 269244.1857271005
Valor del ejemplo: 232000.0

Gradiente: 421675.2774980165
Ec. normal: 472277.8551463641
Valor del ejemplo: 539900.0

Gradiente: 356406.71733404783
Ec. normal: 330979.02101847425
Valor del ejemplo: 299900.0

Gradiente: 306915.4260523989
Ec. normal: 276933.0261488528
Valor del ejemplo: 314900.0

Gradiente: 300034.8980351136
Ec. normal: 262037.4840289668
Valor del ejemplo: 198999.0

Gradiente: 297012.6100275209
Ec. normal: 255494.58235013846
Valor del ejemplo: 212000.0

Gradiente: 304343.2660459371
Ec. normal: 271364.5991881477
Valor del ejemplo: 242500.0

Gradiente: 353513.0373267783
Ec. normal: 324714.54068768106
Valor del ejemplo: 239999.0

Gradiente: 336881.0901276791
Ec. normal: 341805.2002410662

Valor del ejemplo: 347000.0

Gradiente: 329807.6501099091
Ec. normal: 326492.0260991274
Valor del ejemplo: 329999.0

Gradiente: 537206.7769455726
Ec. normal: 669293.2122320869
Valor del ejemplo: 699900.0

Gradiente: 289810.5620094278
Ec. normal: 239902.98686016432
Valor del ejemplo: 259900.0

Gradiente: 376662.47738493467
Ec. normal: 374830.38333402626
Valor del ejemplo: 449900.0

Gradiente: 272664.1828090363
Ec. normal: 255879.9610214085
Valor del ejemplo: 299900.0

Gradiente: 287752.8340042584
Ec. normal: 235448.24529160035
Valor del ejemplo: 199900.0

Gradiente: 396532.4134348522
Ec. normal: 417846.4816054725
Valor del ejemplo: 499998.0

Gradiente: 423668.7015030244
Ec. normal: 476593.3860409105
Valor del ejemplo: 599000.0

Gradiente: 321898.258090039
Ec. normal: 309369.1131949595
Valor del ejemplo: 252900.0

Gradiente: 309188.8549007941
Ec. normal: 334951.62386341975
Valor del ejemplo: 255000.0

Gradiente: 311416.7060637071
Ec. normal: 286677.7733300865
Valor del ejemplo: 242900.0

Gradiente: 354927.7253303323
Ec. normal: 327777.1755160688

Valor del ejemplo: 259900.0

Gradiente: 458415.65043300006
Ec. normal: 604913.3741343784
Valor del ejemplo: 573900.0

Gradiente: 279007.4899822882
Ec. normal: 216515.5936252033
Valor del ejemplo: 249900.0

Gradiente: 302028.3220401215
Ec. normal: 266353.01492351317
Valor del ejemplo: 464500.0

Gradiente: 370704.99421265203
Ec. normal: 415030.01477433724
Valor del ejemplo: 469000.0

Gradiente: 349741.8901599882
Ec. normal: 369647.33504459134
Valor del ejemplo: 475000.0

Gradiente: 377842.73823058355
Ec. normal: 430482.39959029364
Valor del ejemplo: 299900.0

Gradiente: 306037.9588928784
Ec. normal: 328130.3008365561
Valor del ejemplo: 349900.0

Gradiente: 231596.71554854987
Ec. normal: 220070.56444809595
Valor del ejemplo: 169900.0

Gradiente: 359943.43734293286
Ec. normal: 338635.60808944365
Valor del ejemplo: 314900.0

Gradiente: 409994.7383113563
Ec. normal: 500087.73659910634
Valor del ejemplo: 579900.0

Gradiente: 345217.82130593894
Ec. normal: 306756.3637394074
Valor del ejemplo: 285900.0

Gradiente: 300677.938036729
Ec. normal: 263429.5907691431

Valor del ejemplo: 249900.0

Gradiente: 287945.74600474304
Ec. normal: 235865.87731365324
Valor del ejemplo: 229900.0

Gradiente: 365859.405357795
Ec. normal: 351442.9900990652
Valor del ejemplo: 345000.0

Gradiente: 499804.6376942942
Ec. normal: 641418.8240777791
Valor del ejemplo: 549000.0

Gradiente: 367788.5253626414
Ec. normal: 355619.31031959393
Valor del ejemplo: 287000.0

Gradiente: 294784.75886460795
Ec. normal: 303768.43288347166
Valor del ejemplo: 368500.0

Gradiente: 352185.4421661269
Ec. normal: 374937.3406572611
Valor del ejemplo: 329900.0

Gradiente: 393831.6454280673
Ec. normal: 411999.63329673227
Valor del ejemplo: 314000.0

Gradiente: 285437.8899984427
Ec. normal: 230436.66102696583
Valor del ejemplo: 299000.0

Gradiente: 242569.91073343306
Ec. normal: 190729.36558115977
Valor del ejemplo: 179900.0

Gradiente: 347854.2853125623
Ec. normal: 312464.00137413
Valor del ejemplo: 299900.0

Gradiente: 285630.8019989274
Ec. normal: 230854.2930490187
Valor del ejemplo: 239500.0

Para finalizar, se ha hecho la comparación entre el gradiente y la ecuación normal con el ejemplo concreto de 1500 pies cuadrados y 3 habitaciones.

Casa con una superficie de 1.650 pies cuadrados y 3 habitaciones:
Ec.normal: 293081.4643348973
Gradiente: 314374.6900711382