4.3 Odkształcenie sprężyste

Barbara Doncer

$$-\frac{d}{dx}\left(E(x)\frac{du(x)}{dx}\right)=0$$

$u(2)=0$ ← warunek Dirichleta w $x=2$

$\frac{du(0)}{dx}+u(0)=10$ ← warunek Cauchy'ego w $x=0$

$$E(x)=\begin{cases}3 & \text{dla } x\in\langle 0,1\rangle \\ 5 & \text{dla } x\in(1,2\rangle\end{cases}$$

$\langle 0,2\rangle \ni x \to u(x)\in\mathbb{R}$

① Mnożę przez funkcję v $\in V$ (obustronnie)

$$-\cancel{\frac{dE(x)}{dx}}\cdot\frac{d^2u(x)}{dx^2}\cdot v=0$$

$$-\int_0^2 \cancel{\frac{dE(x)}{dx}}\cdot\frac{d^2u(x)}{dx^2}\cdot v\,dx=\int_0^2 0\,dx$$

$$-\int_0^2 \cancel{\frac{dE(x)}{dx}}\cdot\frac{d^2u(x)}{dx^2}\cdot v\,dx=0$$

② całkuję (przez części)

$$\left\{\begin{matrix} x=v & y'=\frac{dE(x)}{dx}\cdot\frac{d^2u(x)}{dx^2} \\ x'=v' & y=E(x)\cdot\frac{du(x)}{dx}\end{matrix}\right\} \to -\left[v\cdot E(x)\cdot\frac{du(x)}{dx}\right]_0^2+\cancel{\int_0^2 v' E(x)\frac{du(x)}{dx}dx}+\cancel{\int_0^2 v' E(x)\,du}+\int_0^2 v'Eu'\,dx$$

$$-v(2)\cdot E(2)\cdot\frac{du(2)}{dx}+v(0)\,E(0)\cdot\frac{du(0)}{dx}+\int_0^2 v'Eu'\,dx=0$$

- $u(2)=0$
- $v\in V \Rightarrow v(2)=0$
- $\frac{du(0)}{dx}+u(0)=10 \Rightarrow \frac{du(0)}{dx}=10-u(0)$

$$0+v(0)\,E(0)(10-u(0))+\int_0^2 v'Eu'\,dx=0$$

③ Przerzucam wszystko z u na lewą stronę

$$-v(0)E(0)u(0)+\int_0^2 v'Eu'\,dx=-v(0)E(0)\cdot 10$$

$$-3v(0)u(0)+\int_0^2 v'Eu'\,dx=-30v(0) \qquad B(u,v)=L(v)$$