Proyecto I

CIENCIA
DE DATOS

Brian Durán Solano

TEC

Junio 26

I Parte

1. En una tienda especializada en la preparación de mezclas de café para conocedores, el dueño desea preparar bolsas de un kilogramo para venderlas a $3.5 usando las variedades de café colombiano, brasileño y de Kenia. El costo por kilogramo de cada uno de estos tres tipos de café es respectivamente $4, $2 y $3.

a. Muestre que se debe usar al menos $\frac{1}{2}kg$ de café colombiano y a lo sumo $\frac{1}{4}kg$ de café brasileño.

Basado en el enunciado se definirá la cantidad de café colombiano a utilizar como la variable "x", la cantidad de café brasileño como la variable "y"; y la cantidad del café de Kenia como al variable "z". Por lo tanto podemos definir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$4x + 2\,y + 3z = 3.5$$
$$x + y + z = 1$$

Luego al introducir en R la ecuación como una matriz y calcular la matriz escalonada reducida, se obtiene el siguiente resultado:

```
```{r}
m <- matrix(c(4, 2, 3, 3.5,
              1, 1, 1, 1), 2, 4, byrow=T)


fractions(rref(m))
```
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    0  1/2  3/4
[2,]    0    1  1/2  1/4
```

Luego representamos esos resultamos como ecuaciones:

$$x + z/2 = 3/4$$
$$y + z/2 = 1/4$$

Al substituir los valores de “x” por $\frac{1}{2}$ y “y” por $\frac{1}{4}$ se obtienen los siguientes dos resultados:

1.

$$x + z/2 = 3/4$$
$$1/2 + z/2 = 3/4$$
$$z/2 = 3/4 - 1/2$$
$$z = 1/2$$

2.

$$y + z/2 = 1/4$$
$$1/4 + z/2 = 1/4$$
$$z/2 = 1/4 - 1/4$$
$$\mathrm{z} = 0$$

$$\therefore\ 0 \leq z \leq \frac{1}{2}$$

Al substituir z por un número que se encuentre dentro del rango anterior en las siguientes ecuaciones:

$$x + z/2 = 3/4$$
$$y + z/2 = 1/4$$

Podemos encontrar los valores de “x” y “y”. Entonces para contestar la declaración inicial, si substituimos z por el mayor valor que puede llegar a tener, el cual es $\frac{1}{2}$, encontramos lo siguiente:

$$x + z/2 = 3/4$$
$$\mathrm{x} + (1/2)/2 = 3/4$$
$$\mathrm{x} + 1/4 = 3/4$$
$$\mathrm{x} = 1/2$$

$$y + (1/2)\ /\ 2 = 1/4$$
$$y + 1/4 = 1/4$$
$$y = 0$$

Obtenemos que al menos debemos usar $\frac{1}{2}kg$ de café colombiano. Y al substituir por el valor mínimo de z:

$$x + 0/2 = 3/4$$
$$x + 0 = 3/4$$
$$x = 3/4$$

$$y + 0 / 2 = 1/4$$
$$y + 0 = 1/4$$
$$y = 1/4$$

Podemos ver que a lo sumo vamos a necesitar $\frac{1}{4}kg$ de café brasileño. Si substituimos z por un número por debajo o arriba del rango, obtendríamos una cantidad negativa de café, lo cual no es posible.

b. Determine la cantidad de cada tipo de café suponiendo que el dueño decide usar $\frac{1}{8}kg$ de café brasileño

Substituimos "y" por $\frac{1}{8}kg$ en la primera ecuación que obtuvimos de la matriz escalonada reducida:

$$y + z/2 = 1/4$$
$$1/8 + z/2 = 1/4$$
$$z/2 = 1/4 - 1/8$$
$$z/2 = 1/8$$
$$z = 1/4$$

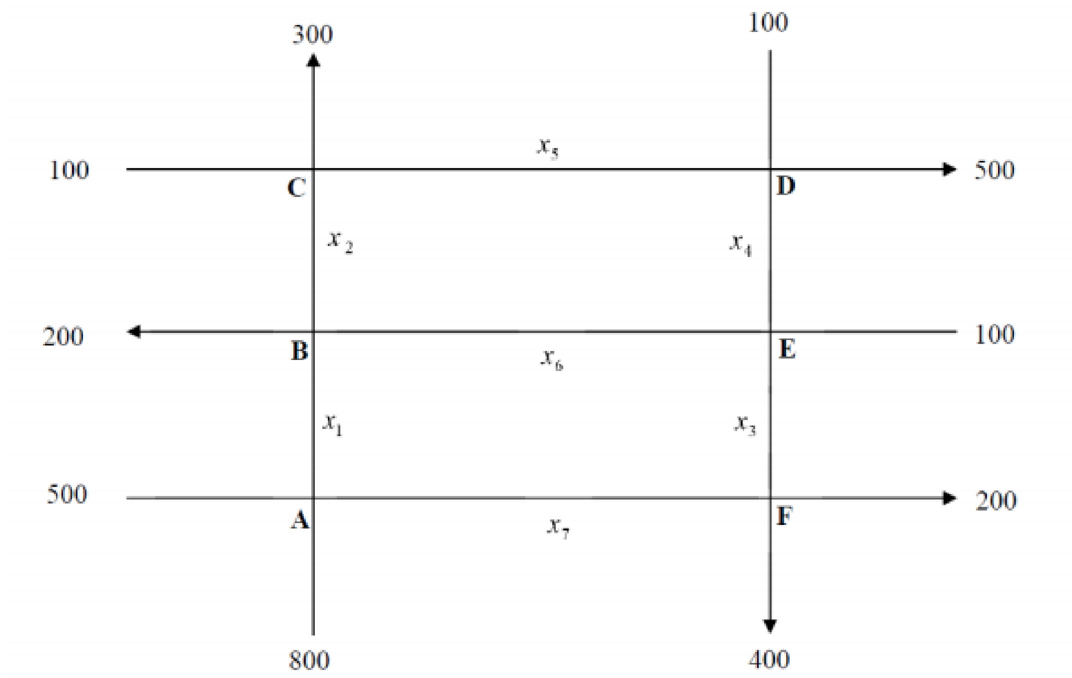
Al obtener "z", podemos utilizarlo en la segunda ecuación para obtener "x":

$$x + z/2 = 3/4$$
$$x + (1/4)/2 = 3/4$$
$$x + 1/8 = 3/4$$
$$x = 3/4 - 1/8$$
$$x = 5/8$$

Así concluimos que para utilizar $\frac{1}{8}kg$ de café brasileño, debemos usar $\frac{5}{8}kg$ de café colombiano y $\frac{1}{4}kg$ de café de Kenia.

II Parte

Imagine que en un sector determinado de una ciudad, se hizo un estudio sobre el fluido de tránsito de las calles y las avenidas. Supongamos que en un sector de estas vías se pretende realizar reparaciones en el sistema de alcantarillado, por lo que habrá tránsito regulado. En la figura siguiente se muestra el comportamiento de estas vías en las horas pico. Suponiendo que los trabajos de reparación se realizarán en la calle x_5, entonces los oficiales de tránsito pueden hasta cierto punto, controlar el flujo de vehículos reajustando los semáforos, colocando policías en los cruces claves o cerrando la calle crítica al tránsito de vehículos. Note que si se disminuye el tránsito en x_5, aumentará instantáneamente el flujo de tránsito en las otras calles aledañas. Dadas las circunstancias, minimice el tránsito en x_5 de manera que no ocasione congestionamientos en las otras calles



De la imagen anterior podemos generar las siguientes ecuaciones:

A.

$$800 + 500 = x_1 + x_7$$
$$x_1 + x_7 = 1300$$

B.

$$x_1 + x_6 = x_2 + 200$$
$$x_1 - x_2 + x_6 = 200$$

C.

$x_2 + 100 = 300 + x_5$
$x_2 - x_5 = 200$

D.

$x_5 + 100 = 500 + x_4$
$-x_4 + x_5 = 400$

E.

$x_4 + 100 = x_3 + x_6$
$x_3 - x_4 + x_6 = 100$

F.

$x_3 + x_7 = 200 + 400$
$x_3 + x_7 = 600$

Basándose en las ecuaciones anteriores, es posible definir la siguiente matriz:

```r
```{r}
dimnames = list(c("A", "B", "C", "D", "E", "F"), c("x1", "x2", "x3", "x4", "x5", "x6", "x7", "VS"))

streets <- matrix(c(1,  0,  0,  0,  0,  0,  1,  1300,
                    1, -1,  0,  0,  0,  1,  0,  200,
                    0,  1,  0,  0, -1,  0,  0,  200,
                    0,  0,  0, -1,  1,  0,  0,  400,
                    0,  0,  1, -1,  0,  1,  0,  100,
                    0,  0,  1,  0,  0,  0,  1,  600), 6, 8, byrow=T, dimnames=dimnames)

streets
```
```

```
  x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7   VS
A  1  0  0  0  0  0  1 1300
B  1 -1  0  0  0  1  0  200
C  0  1  0  0 -1  0  0  200
D  0  0  0 -1  1  0  0  400
E  0  0  1 -1  0  1  0  100
F  0  0  1  0  0  0  1  600
```

Y se calcula la matriz escalonada reducida para resolver el sistema de ecuaciones:

```r
```{r}
rref(streets)
```
```

```
  x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7   VS
A  1  0  0  0  0  0  1 1300
B  0  1  0  0  0 -1  1 1100
C  0  0  1  0  0  0  1  600
D  0  0  0  1  0 -1  1  500
E  0  0  0  0  1 -1  1  900
F  0  0  0  0  0  0  0    0
```

Ahora:

1. $x_1 + x_7 = 1300$
2. $x_2 - x_6 + x_7 = 1100$
3. $x_3 + x_7 = 600$
4. $x_4 - x_6 + x_7 = 500$
5. $x_5 - x_6 + x_7 = 900$

De los resultados anteriores podemos concluir lo siguiente:

- De (2), (4) y (5) se concluye que $-x_6 + x_7$ tiene un valor máximo de 500
  - $\therefore\ x_4 = 0, x_5 = 400\ y\ x_6 = 600$
- De (1):
  - $x_1 + x_7 = 1300$
    $x_1 = 1300 - x_7$
- De (3):
  - $x_3 + x_7 = 600$
    $x_3 = 600 - x_7$
- Por último:
  - $-x_6 + x_7 = 500$
    $x_7 = 500 + x_6$

Basándose en la última conclusión, se obtiene 500 como el valor mínimo de x_7 cuando $x_6 = 0$ y el valor máximo se obtiene de (3), es decir $x_7 = 600$ cuando $x_3 = 0$.

Así mismo:

- $0 \leq x_3 \leq 100$
- $0 \leq x_6 \leq 100$
- $700 \leq x_1 \leq 800$