Практикум 5.

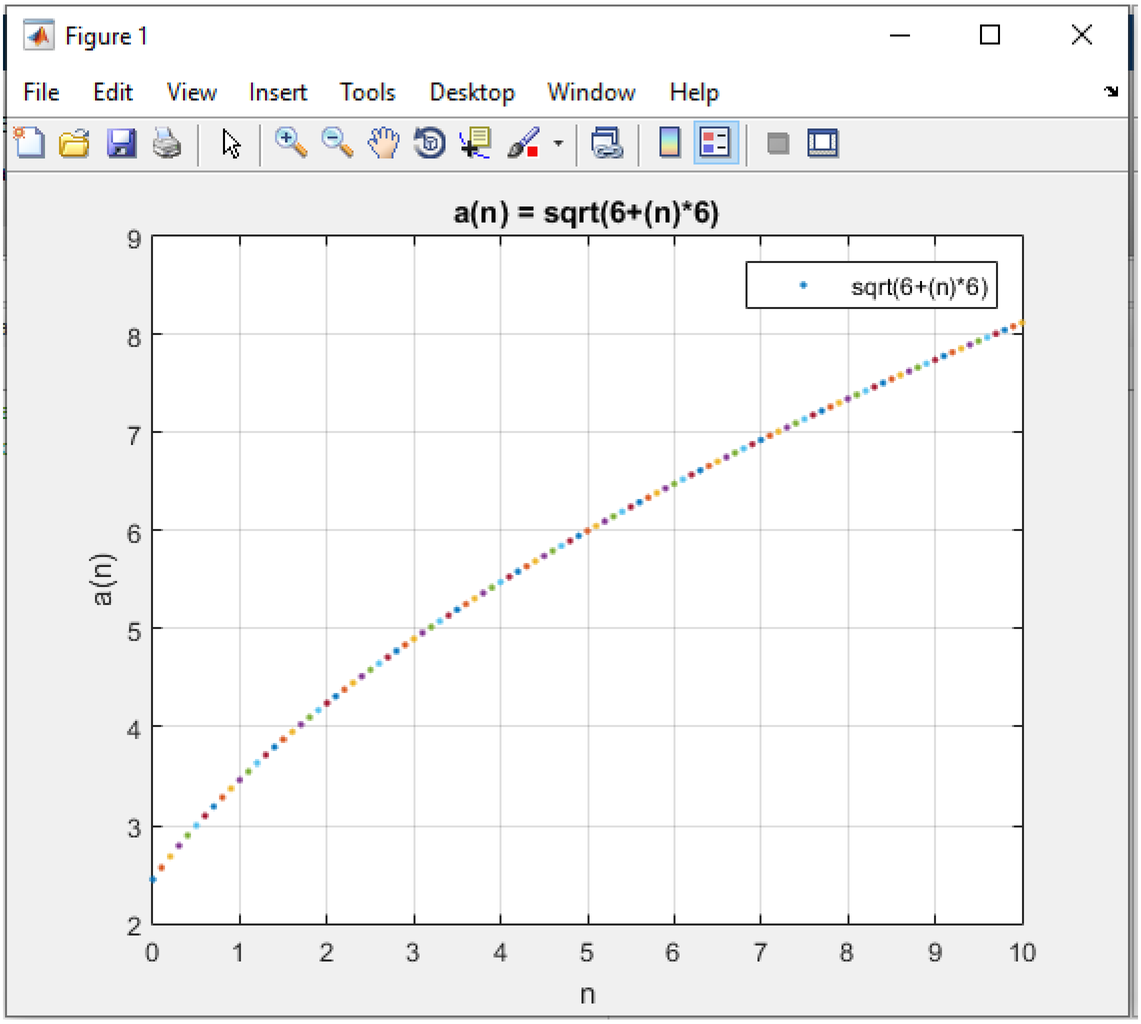
Рекуррентные последовательности и их использование для решения уравнений методом итераций

№1 Дано:

По графику последовательности {an} высказать предположения (гипотезы) о ее свойствах (монотонности, ограниченности, сходимости). В случае сходимости, используя график, найти приближенное значение предела, а также найти предел аналитически

А) a1 = sqrt(6)
An = sqrt(6+(n)*6)

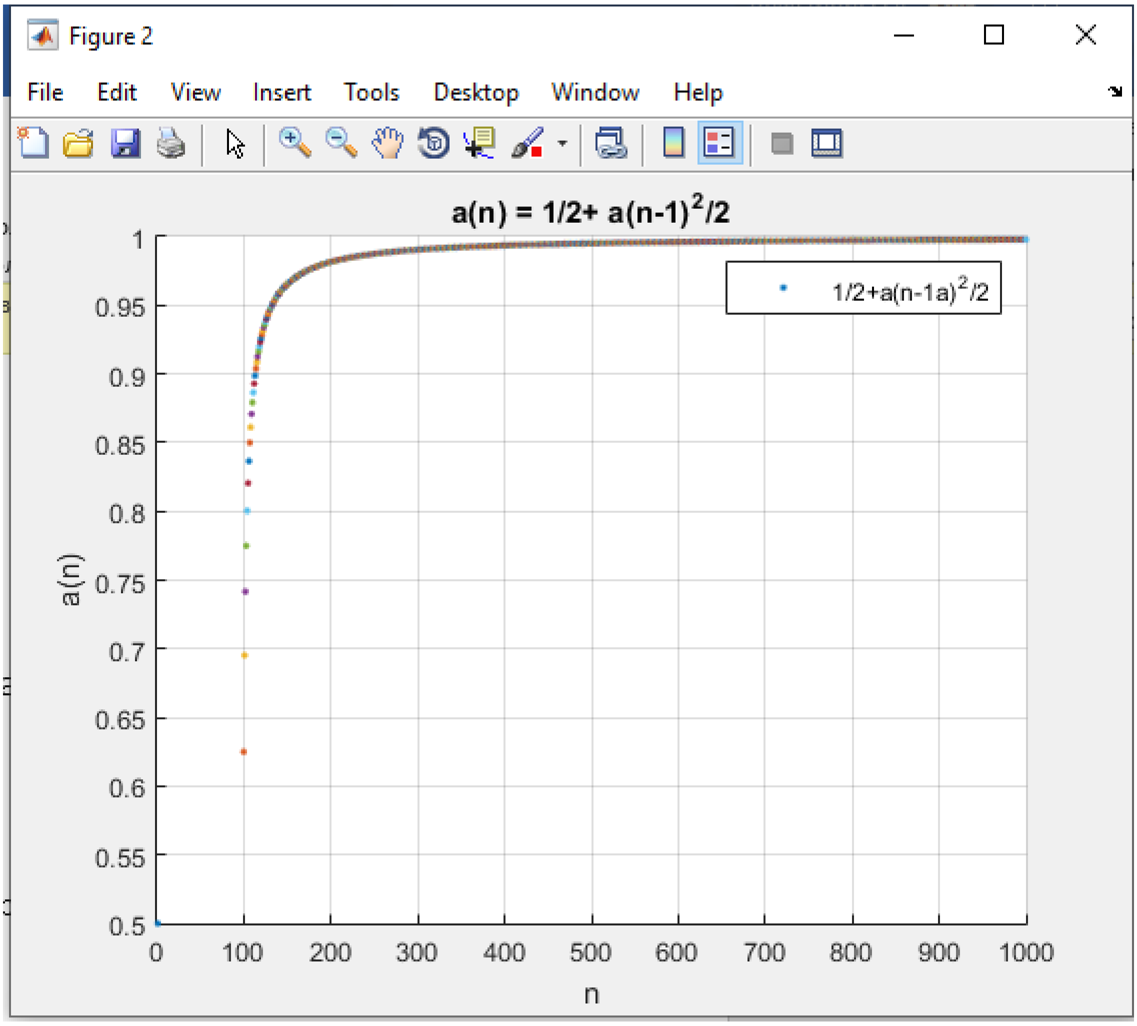
```
clear; clc; cla;
for n = 0:0.1:10
    f1 = sqrt(6+(n)*6);
    plot(n, f1, '.');
    hold on; grid on;
end
title('a(n) = sqrt(6+(n)*6)')
xlabel('n'), ylabel('a(n)')
legend('sqrt(6+(n)*6)')
```



Вывод: Функция монотонно возрастает, ограничена снизу и имеет предел в +беск.

Б)a1 = 0.5
An = 1/2+a2^2/2

```
figure();
grid on; hold on;
f2 = 1/2;
plot(1, f2, '.');
for n=100:1000
    f2 = 1/2+f2^2/2;
    plot(n, f2, '.');
end
title('a(n) = 1/2+ a(n-1)^2/2')
xlabel('n'), ylabel('a(n)')
legend('1/2+a(n-1a)^2/2')
```



Вывод: Функция монотонно возрастает, ограничена снизу f=1/2, сверху f=1, предел в 0.75

№2

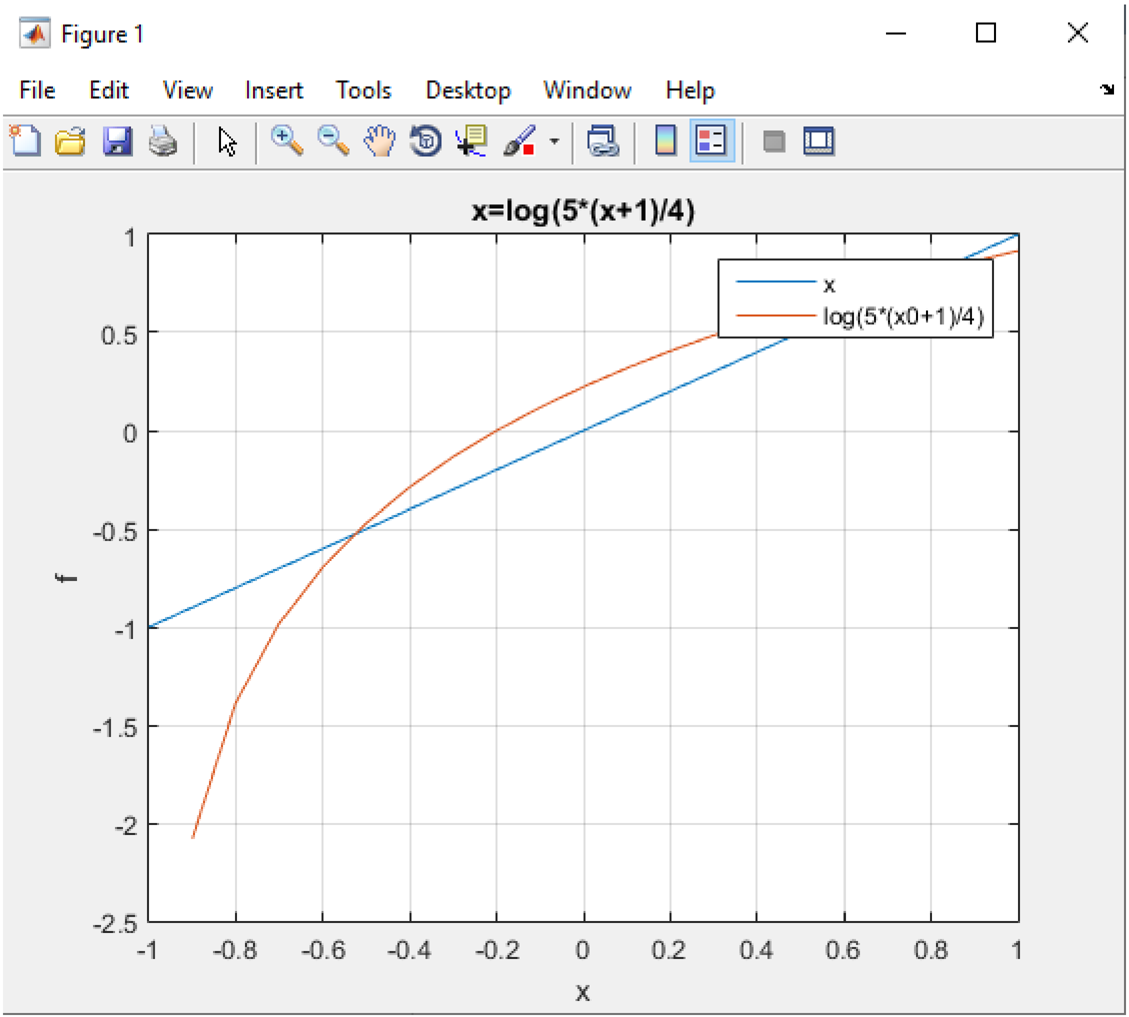
Дано:

Методом итераций найти корни уравнения с указанной погрешностью

А)

а) $4e^x = 5(x+1)$ с погрешностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

```
clear; clc; cla;
%f = 4*exp(x)==5*(x+1);

%x=log(5*(x+1)/4)
x=-1:0.1:1;
y1=x;
plot(x, y1)
hold on; grid on;
y2=log(5*(x+1)/4);
plot(x, y2);
grid on;
%x1=(-0.6, -0.4), x2=(0.8, 0.9)

%f'(x)=1/(x+1) на промежутке [0.8, 0.9] <1 =>
x0=3;
x=0.8;
while abs(x-x0)>=0.0001
    x0=x;
    x=log(5*(x0+1)/4);
end
x1 = x

%f'(x)=1/(x+1) на промежутке [-0.6, -0.4] >1 =>
%x=4*exp(x)/5-1
%f'(x)=4/5*exp(x) на промежутке [-0.6, -0.4] <1 =>
x0=3;
x=-0.6;
while abs(x-x0)>=0.0001
    x0=x;
    x=4*exp(x)/5-1;
end
x2 = x

legend('x', 'log(5*(x0+1)/4)')
title('x=log(5*(x+1)/4)')
xlabel('x'), ylabel('f')
```



x1	0.8243
x2	-0.5284

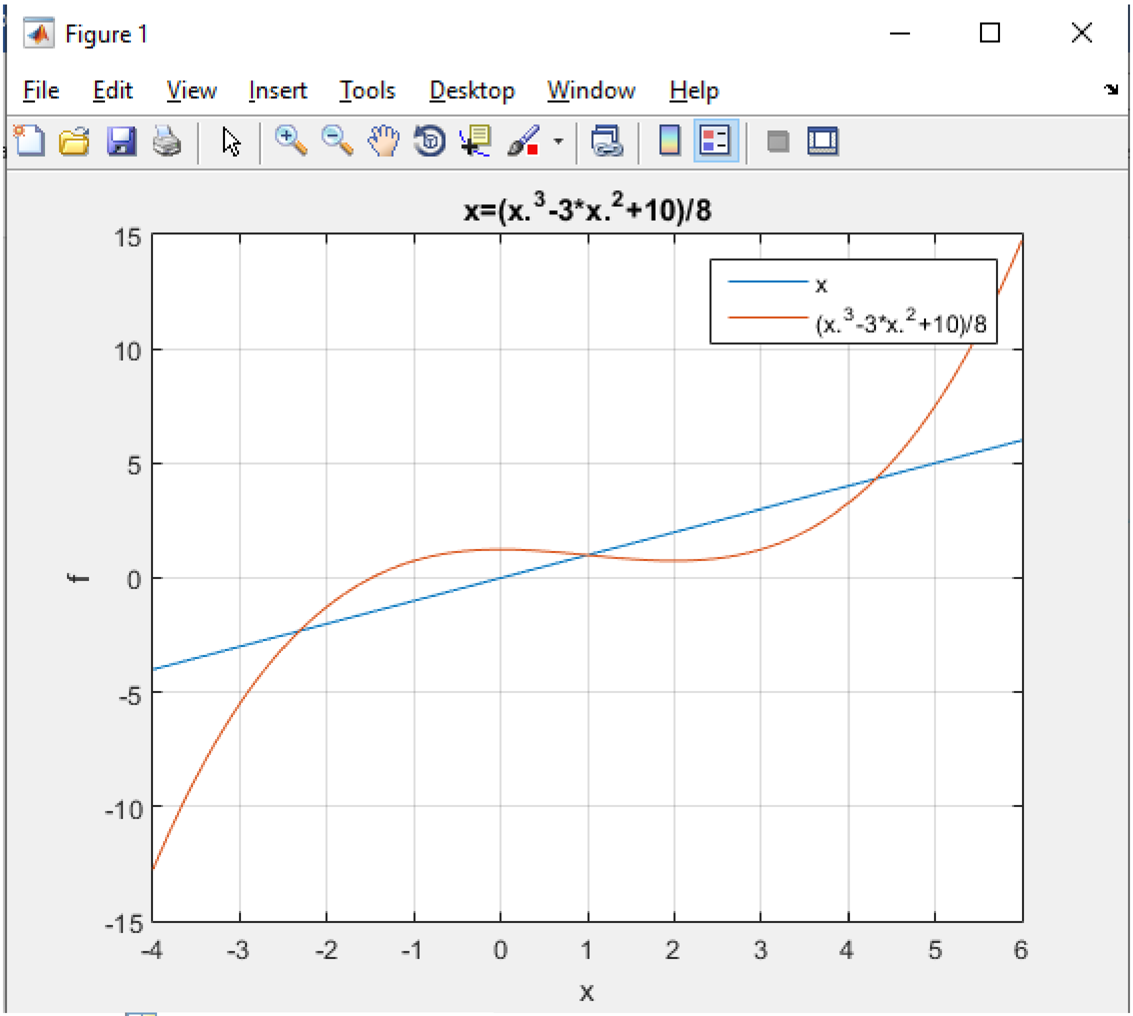
Вывод: по графику определил примерные значения корней. Проверил условие интеграции(выразить функцию как x=ф(x). Производная в этой точке должна быть по модулю меньше 1. Если нет – искать другую функцию и ее производную). Подставил подходящий корень в алгоритм с проверкой нужной погрешности. Нашел корни x1=0.8243 и x2=-0.5284, что соответствует примерным значениям на графике.

Б) дано: б) $x^3-3x^2+8x+10=0$ с погрешностью $\varepsilon=10^{-5}$.

Решение:

```
clear; clc; cla;
%x^3-3*x^2+8*x+10=0
%x=(x.^3-3*x.^2+10)/8
x=-4:0.1:6;
y1=x;
plot(x, y1);
grid on; hold on;
y2=(x.^3-3*x.^2+10)/8;
plot(x, y2);
legend('x', '(x.^3-3*x.^2+10)/8')
title('x=(x.^3-3*x.^2+10)/8')
xlabel('x'), ylabel('f')
%x ~~-2.3, 1, 4,3

%f'(x)=(3*x.^2-6*x)/8 для -2.3 >1, для 1 по модулю <1, для 4.3 >1 =>
x0=3;
x=1;
while abs(x-x0)>=0.00001
    x0=x;
    x=(x0^3-3*x0^2+10)/8;
end
x1 = x

%x=sqrt((x^3+8*x+10)/3)
%f'(x)=(3*x^2+8)/sqrt((x^3+8*x+10)/3)/6 для -2.3 по модулю >1 для 4.3 >1
%x=(3*x^2-8*x-10)^(1/3)
%f'(x)=(6*x-8)/(3*x^2-8*x-10)^(2/3)/3 для -2.3 по модулю <1 для 4.3 >1

x0=3;
x=4.3;
while abs(x-x0)>=0.00001
    x0=x;
    x=-(abs((3*x^2-8*x-10))^(1/3));
end
x2 = -x

x0=3;
x=-2.3;
while abs(x-x0)>=0.00001
    x0=x;
    x=(abs((3*x^2-8*x-10))^(1/3));
end
x3 = -x
```

График:



Ответ:

x1	1
x2	4.3166
x3	-2.3166

Вывод: по графику определил примерные значения корней. Проверил условие интеграции(выразить функцию как x=ф(x). Производная в этой точке должна быть по модулю меньше 1. Если нет – искать другую функцию и ее производную). Подставил подходящий корень в алгоритм с проверкой нужной погрешности. Нашел корни x1=1 и x2=4.3166, x3=-2.3166, что соответствует примерным значениям на графике.