ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Цель работы

Экспериментальное исследование апериодических и колебательных переходных процессов в линейных электрических цепях первого и второго порядков и сопоставление экспериментальных результатов с предварительно рассчитанными параметрами.

Теоретические сведения и расчетные формулы

1. Виды и методы измерения электрических величин

Переходным процессом называют процесс изменения токов и напряжений в цепи при переходе от одного установившегося режима к другому. Причиной, вызывающей начало переходного процесса, является коммутация, под которой понимают отключение цепи или её подключение к внешнему источнику питания, либо скачкообразное изменение топологии или параметров элементов цепи. В общем случае вид кривой переходного процесса зависит как от изменения топологии цепи, накопленной в ней энергии, так и от видов действующих в цепи ЭДС источников напряжения и токов источников тока.

Переходный процесс в цепи может протекать как за счёт начального запаса энергии, накопленного в реактивных L и C элементах, так и за счёт энергии внешнего источника. При этом переходный процесс, протекающий за счёт расходования накопленной в элементах L и C энергии, называют свободным процессом или процессом собственных колебаний, а режим, близкий к стационарному, который устанавливается в цепи по истечении времени переходного процесса с момента коммутации, называют установившимся режимом; напряжения и токи в установившемся режиме называют установившимися напряжениями и токами.

В общем случае напряжения и токи цепи в переходном режиме выражают в виде суммы установившихся и свободных составляющих, т.е.

$u = u_у + u_{св}$ и $i = i_у + i_{св}$.

2. Переходные процессы в линейных цепях первого порядка

На рисунках 18 и 19 изображены схемы RL- и RC-цепей, входы которых подключаются к источникам постоянного напряжения *U*. В линейных цепях первого порядка переходные процессы описываются экспоненциальными уравнениями.

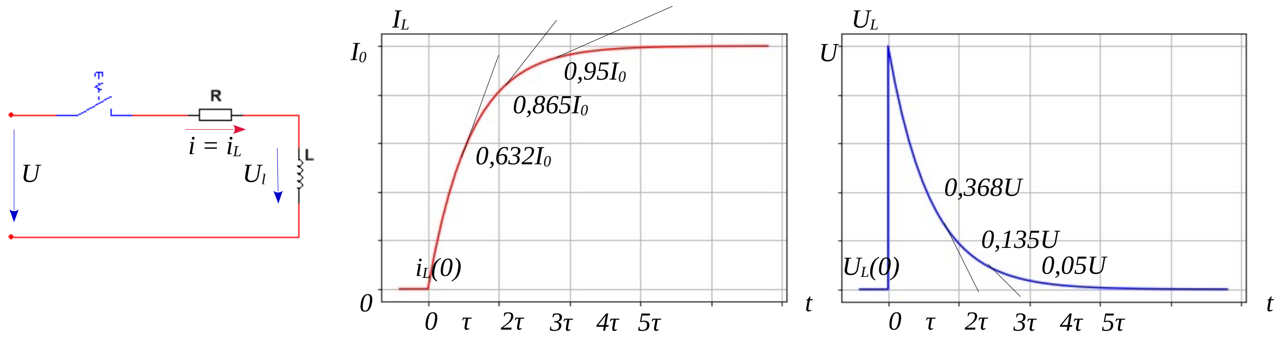
Для RL-цепи (рисунок 18, а) ток и напряжение на индуктивной катушке:

$i_L(t) = I_0(1 - e^{-at}) = I_0(1 - e^{-t/\tau});$

$u_L(t) = L[di_L(t)/dt] = Ue^{-at},$

где $I_0 = U/R$ - установившийся ток; $\tau = L/R$ - постоянная времени в секундах; $a = 1/\tau$ коэффициент затухания переходного процесса (1/с).

Графики тока $i_L(t)$ и напряжения $u_L(t)$ представлены на рисунке 18, б и в, где $t = 0$ означает мгновение до коммутации.



а) б) в)

u_c/U_0

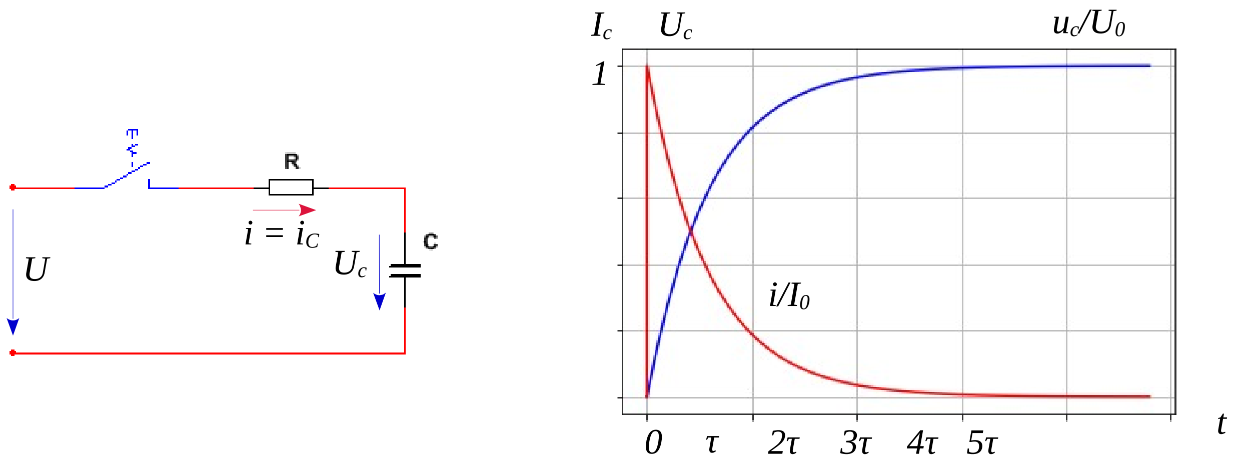
Рисунок 18

Анализ графиков показывает, что ток в RL-цепи постепенно нарастает до своего установившегося значения и тем медленней, чем больше постоянная времени *τ* время, в течение которого переходная величина изменяется на 0,632 от своего размаха I_0.

Если снять осциллограмму переходного тока, то значение *τ* можно определить по длине подкасательной, получаемой после проведения касательной из точки 0 до пересечения с горизонтальной линией (I_0) и опускания перпендикуляра на ось абсцисс (или используя другие точки осциллограммы для проведения касательной, например, точку $0{,}632I_0$ или точку $0{,}865I_0$ (см. рисунок 18, б)).

В инженерных расчётах время переходного процесса принимают равным $t_{пп} \approx 3\tau$; при этом переходная величина достигает порядка 0,95 своего установившегося значения. При более точных расчётах принимают $t_{пп} \approx 5\tau$, при котором переходная величина, ток, $i_L(5\tau) \approx 0{,}993I_0$.

На графике $u_L(t)$ (рисунок 18, в) длина подкасательной на оси абсцисс соответствует постоянной времени *τ* цепи, в течение которого значение напряжения $u_L(0+) = U$ уменьшается в $e \approx 2{,}72$ раз. Чем больше *τ*, тем медленнее уменьшается напряжение u_L.



а) б)

Рисунок 19

При подключении RC-цепи (рисунок 19, а) к источнику постоянного напряжения U напряжение и ток конденсатора равны:

$U_C(t) = U(1 - e^{-t/\tau});$

$i_C(t) = C[du_C(t)/dt] = I_0e^{-at} = I_0e^{-t/\tau},$

где $I_0 = U/R$ - ток при t = 0+; $\tau = RC$ - посто$_{св}$янная времени; $a = 1/\tau$ коэффициент затухания переходного процесса; t = 0+ - мгновение после коммутации.

Нормированные графики $u_C(t)/U$ и $i_C(t)/U$ представлены на рисунке 19, б.

Если сравнить графики переходного тока i_L и напряжения u_L в RL-цепи (рисунок 18, б) с током i_C и напряжением u_C в RC-цепи (рисунок 19, б), то можно заметить, что графики i_L и u_C, u_L и i_C внешне идентичны, так как законы изменения переходных величин одинаковые.

3. Переходные процессы в линейной цепи второго порядка

В цепях второго порядка характер изменения тока и напряжений на индуктивной катушке и конденсаторе зависит от соотношения параметров элементов R, L и C последовательной RLC-цепи (рисунок 20).

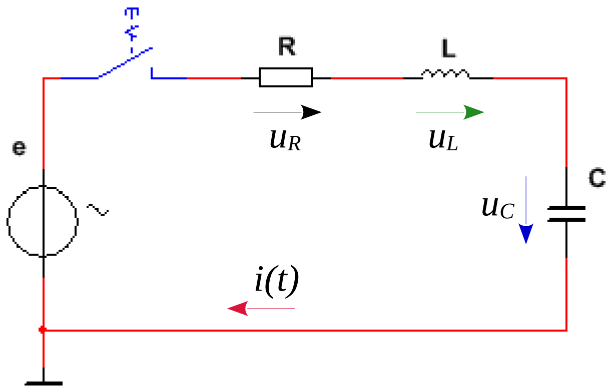


Рисунок 20

Случай 1.

$R > 2\sqrt{L/C}$ при неравных вещественных отрицательных корнях a_1 и a_2 характеристического уравнения $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$ цепи, где $\alpha = R/2L$; $\omega_0^2 = 1/LC$.

Переходный процесс носит апериодический характер (рисунок 21, а, б):

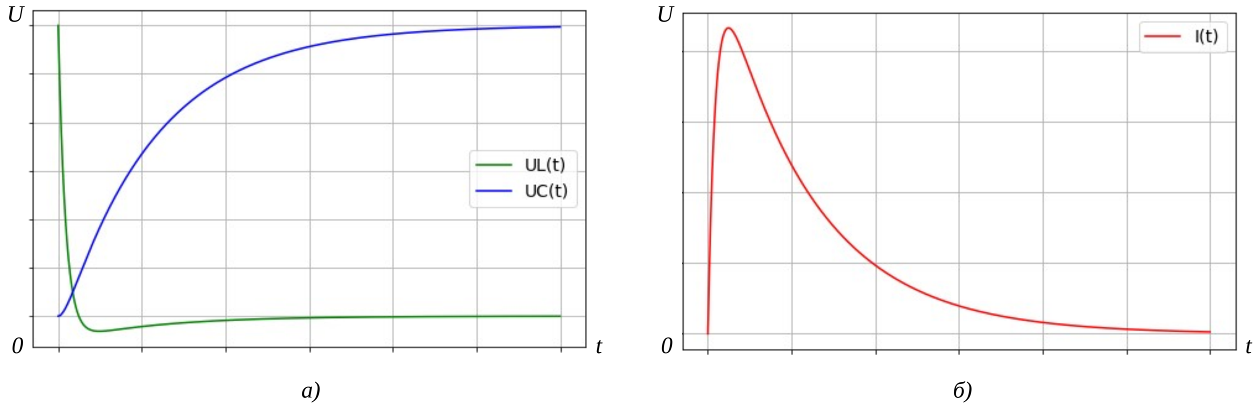


Рисунок 21

$$i(t) = U\frac{e^{a_1 t} - e^{a_2 t}}{L(a_1 - a_2)} \ ;$$

$$u_L(t) = U\frac{a_1 e^{a_1 t} - a_2 e^{a_2 t}}{a_1 - a_2} \ ;$$

$$u_C(t) = U + U\left(\frac{a_2}{a_1 - a_2}e^{a_1 t} - \frac{a_1}{a_1 - a_2}e^{a_2 t}\right) \ .$$

Случай 2.

$R<2\sqrt{L/C}$ при $\alpha<\omega_0$ корни характеристического уравнения $p^2+2\alpha p+\omega_0{}^2=0$ комплексно-сопряжены: $p_{1,2}=-\alpha\pm j\omega_c$, где $\alpha=R/2L$ - коэффициент затухания переходного процесса; $\omega_c=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}$ - угловая частота свободных (собственных) колебаний реального контура; $\omega_0=1/\sqrt{LC}$ - собственная частота идеального контура (при R = 0).

Выражение для переходного тока:

$$i(t)=\frac{U}{\omega_c L}e^{-\alpha t}\sin\omega_c t$$

Определив постоянную времени цепи $\tau=1/\alpha$ и период собственных колебаний тока $T_{св}=2\pi/\omega_c$, получаем график тока *i(t)* (рисунок 22).

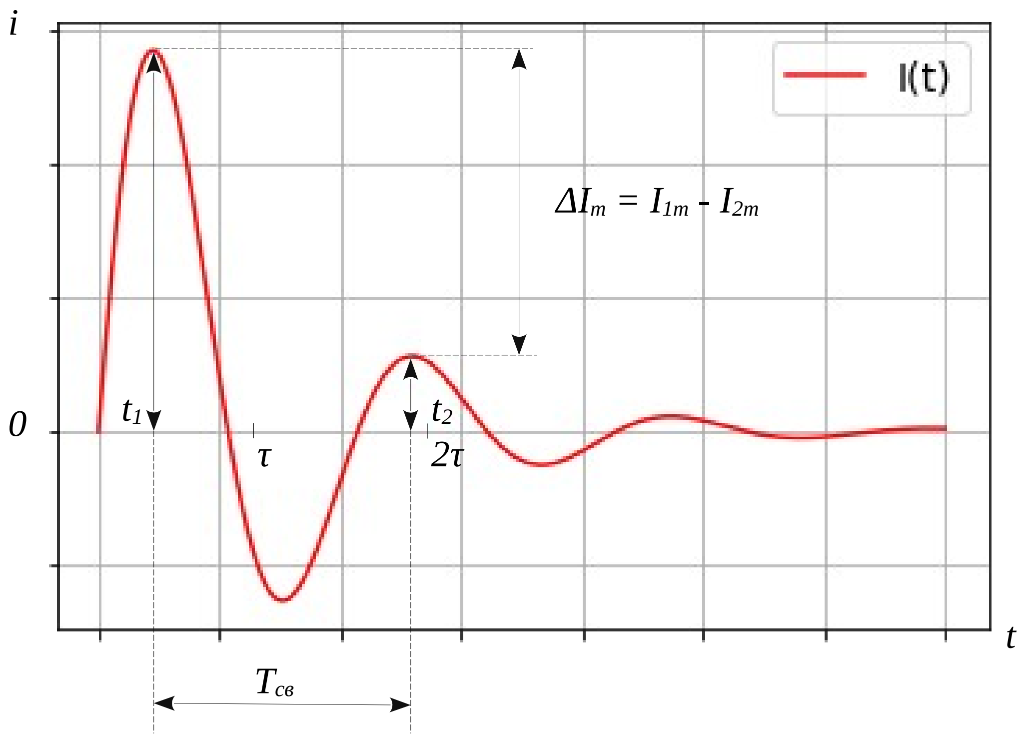


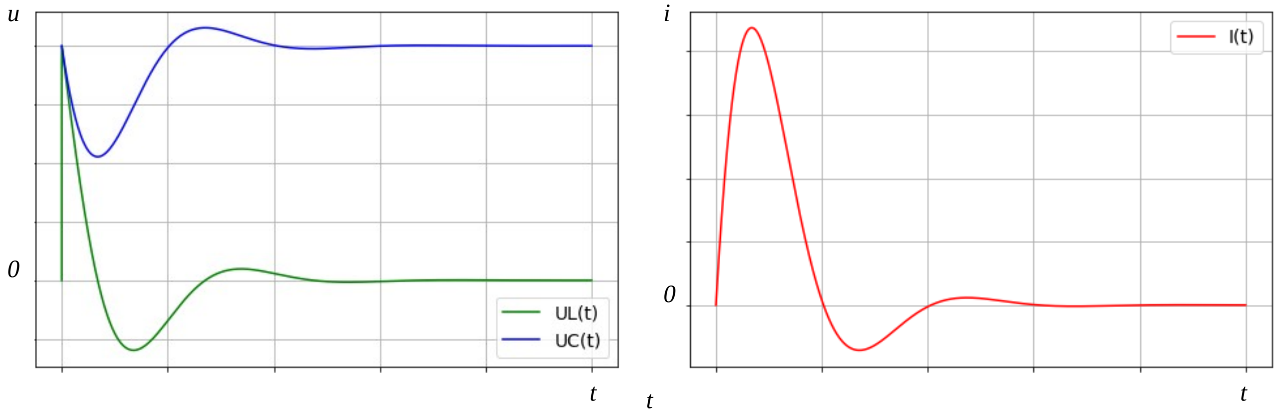
Рисунок 22

Из полученного аналитического выражения тока, а также из графика видно, что переходный процесс в этом случае является колебательным вследствие периодического перераспределения запасов энергии в магнитном и электрическом полях элементов L и C цепи.

Скорость затухания колебаний тока в переходном процессе зависит от постоянной времени $\tau = 1/\alpha = 2L/R$ цепи и определяется декрементом затухания $\Delta = I_{1m}/I_{2m} = e^{\alpha T_{св}}$ или $\Delta = U_{C1m}/U_{C2m} = e^{\alpha T_{св}}$, а логарифм натуральный от Δ называют логарифмическим декрементом затухания $\Theta = \ln \Delta = \alpha T_{св} = 2\pi \alpha / \omega_c$.

Отсюда коэффициент затухания $\alpha = \ln(I_{1m}/I_{2m})/T_{св}$ или $\alpha = \ln(U_{C1m}/U_{C2m})/T_{св}$.

Из выражения декремента Θ видно, что за период $T_{св}$ ток i затухает в $e^{\alpha T_{св}}$ раз.



а) б)

Рисунок 23

Графики напряжений (при $\alpha < \omega_c$) $u_L(t) = Ue^{-\alpha t}(\cos \omega_c t - (\alpha / \omega_c)\sin \omega_c t)$ и $u_C(t) \approx U(1 - e^{-\alpha t} \sin \omega_c t)$ и тока *i(t)* изображены на рисунках 23, а и 23, б. Напряжения и ток периодически меняют знак. Амплитуда колебаний изменяется по экспоненциальному закону. В цепи совершаются затухающие колебания тока и напряжений с периодом $T_{св} = 2\pi/\omega_c$.

В предельном случае $\alpha = 0$ ($R = 0$), $\omega_c = \omega_0$ колебания будут незатухающими с периодом $T_0 = 2\pi\sqrt{L/C}$ соответствующими характеру этих кривых при установившемся процессе в случае резонанса напряжений.

Случай 3.

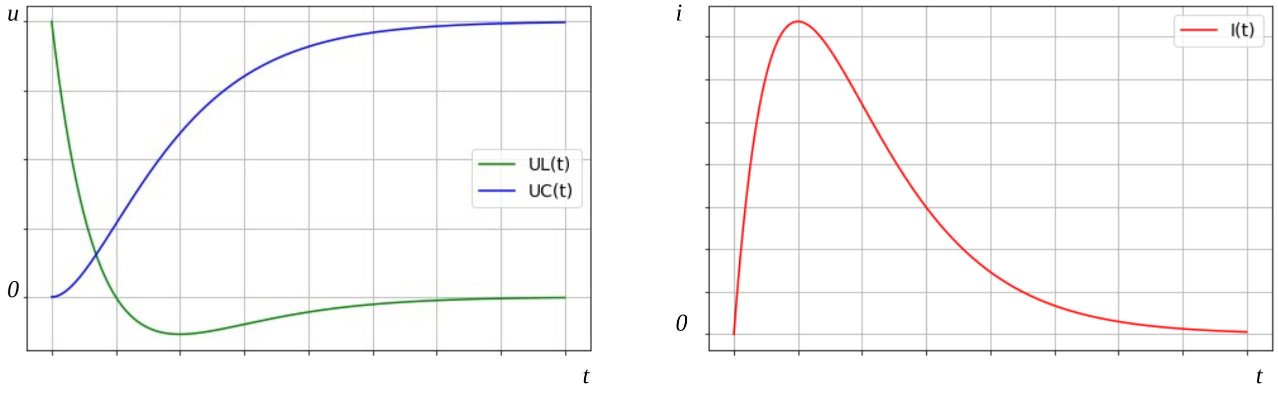
$R = R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$ при данном равенстве сопротивление называется критическим ($\alpha = \omega_0$ и корни $p_1 = p_2 = -\alpha = -R/2L$ уравнения $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$ вещественны и равны друг другу), получим $\omega_c = 0$ и $T_{св} = \infty$. При этом периодические затухающие колебания переходят в апериодические. Этот случай называют критическим (предельно апериодическим), а ток i, напряжения на катушке u_L и на конденсаторе u_C в переходном процессе определяют по формулам:

$$i = (U/L)\,t\,e^{-\alpha t} \quad ;$$

$$u_L = (1 - \alpha t)\,U e^{-\alpha t} \quad ;$$

$$u_C = U\left(1 - (1 + \alpha t)\,e^{-\alpha t}\right) \quad .$$

Графики напряжений и тока изображены на рисунках 24, а и 24, б.



а) б)

Рисунок 24

Учебные задания и методические указания к их выполнению

Задание 1 Определение постоянной времени

Для чётных вариантов N: рассчитать переходный процесс в RL-цепи (рисунок 18, а) при U = 4 В; $R = R_{кр}$ = 2, Ом; C = int(100/N), мкФ; L = 10int(100/N), мГн, где N - номер по списку, изобразив на одном рисунке графики функций $i(t)$ и $u_L(t)$. Определить постоянную времени τ RL-цепи и найти значения напряжения $u_L(0_+)$, $u_L(\tau)$, $u_L(2\tau)$ и $u_L(3\tau)$, записав их в таблицу с дополнительной строкой для заполнения экспериментальными данными.

Для нечётных вариантов N: рассчитать переходный процесс в RC-цепи (рисунок 19, а) при U = 4 В; $R = R_{кр}$ = 2, Ом; L = 10int(100/N), мГн; C = int(100/N), мкФ, изобразив на одном рисунке графики функций $i(t)$ и $u_C(t)$. Определить постоянную времени τ RC-цепи и найти значения напряжения $u_C(0_+)$, $u_C(\tau)$, $u_C(2\tau)$ и $u_C(3\tau)$, записав их в таблицу с дополнительной строкой для заполнения экспериментальными данными.

Задание 2 Расчет коэффициента затухания

Рассчитать коэффициент затухания α , частоту свободных колебаний ω_c и период свободных колебаний $T_{св}$ переходного тока в RLC-цепи (рисунок 20, а) при её подключении к источнику постоянного напряжения U, если напряжение

U = 4 В; индуктивность катушки L = 10int(100/N), мГн; ёмкость конденсатора C = int(100/N), мкФ; сопротивление резистора R = (0,1…0,2)$R_{кр}$, где $R_{кр}=2\sqrt{L/C}$. Построить график $i(t)$ (рисунок 22).

Задание 3 RC и RC-цепи

Собрать на рабочем поле схему (рисунок 5) для исследования переходных процессов в неразветвлённых цепях первого и второго порядков.

- подключить выходы функционального генератора XFG1 и входы осциллографа XSC1 к указанным на схеме (рисунок 25) узлам. Управляемый током источник напряжения INUT включен в схему для снятия кривой напряжения, идентичной по форме кривой тока $i(t)$;

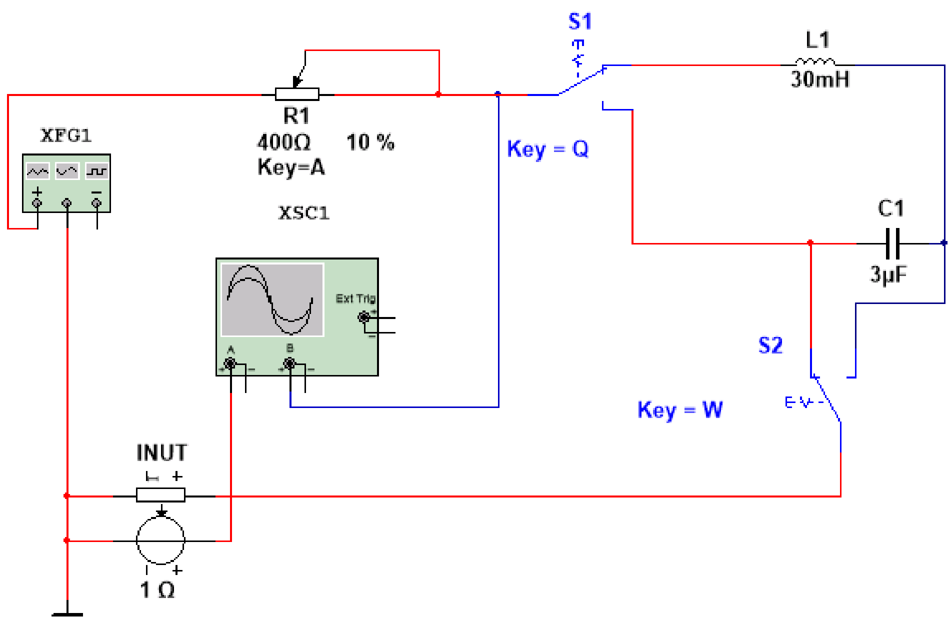


Рисунок 25

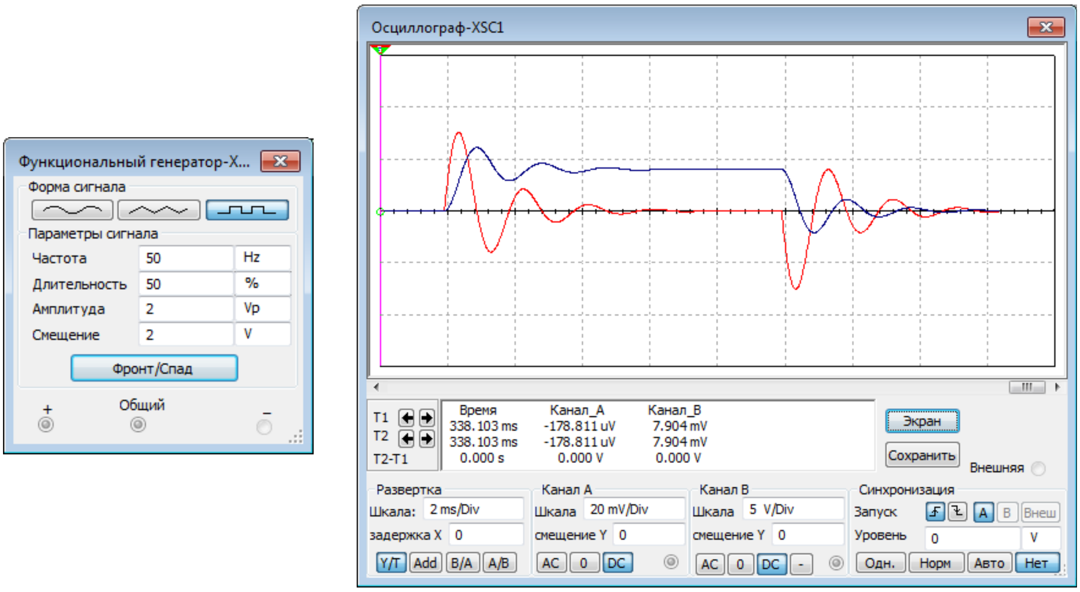


Рисунок 26

- установить параметры реактивных элементов L и C схемы, рассчитанные в Задании 1, и сопротивление потенциометра $R = 2R_{кр}$, его уровень `Setting` = 50%, шаг изменения `Increment` = 1%.

- задать параметры функционального генератора XFG1 (напряжение (`Amplitude`), частоту (`Frequency`), смещение (`Offset`)) (см. рисунок 26, слева) и осциллографа, ориентировочные значения которых приведены на рисунке 27. При этом длительность импульса генератора $t_и > (5\ldots8)\tau$.

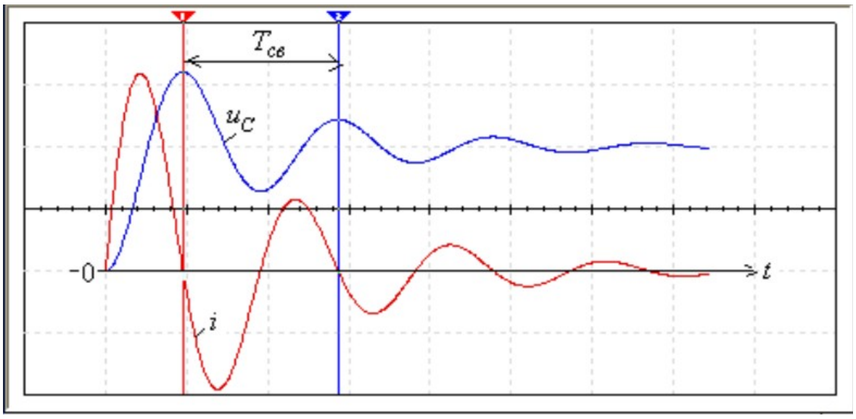


Рисунок 27

Примечание. *Исследование переходных процессов в электрических цепях проводить при положении регулятора горизонтальной развёртки луча осциллографа, обеспечивающим развертку исследуемых функций на 0,6…0,8 ширины его экрана.*

Для чётных вариантов *N*: установить переключатель Q в верхнее, а W - в правое положение для исследования переходных процессов в RL-цепи; скорректировать развёртку и уровни кривых $i(t)$ и $u_L(t)$ на экране осциллографа. Воспользовавшись визирными линиями и таблицей параметров, выводимой внизу экрана осциллографа, определить постоянную времени RL-цепи и измерить значения переходных функций $i(t)$ и $u_L(t)$ при $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ и $t = 3\tau$; занести их значения в строку таблицы, составленную при выполнении Задания 1; перенести схему и осциллограммы функций $i(t)$ и $u_L(t)$ в отчёт; сравнить полученные данные с расчётными значениями величин.

Для нечётных вариантов *N*: установить переключатель Q в нижнее, а W - в правое положение для исследования переходных процессов в RC-цепи; скорректировать развёртку и уровни кривых $i(t)$ и $u_C(t)$ на экране осциллографа. Воспользовавшись визирными линиями и таблицей параметров, выводимой внизу экрана осциллографа, определить постоянную времени RC-цепи и измерить значения переходных функций $i(t)$ и $u_C(t)$ при $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ и $t = 3\tau$; занести их значения в строку таблицы, составленную при выполнении Задания

1; перенсти схему и осциллограммы функций $i(t)$ и $u_C(t)$ в отчёт; сравнить полученные данные с расчётными значениями величин.

Задание 4 RLC-цепь

Установить переключатель Q в верхнее, а W - в левое положение для исследования переходных процессов в RLC-цепи (см. рисунок 25); задать сопротивление потенциометра $R = (0{,}08\ldots0{,}15)R_{кр}$ (`Setting` = (8…10)%); скорректировать развёртку и уровни кривых $i(t)$ и $u_C(t)$ на экране осциллографа.

Воспользовавшись визирными линиями и таблицей параметров, выводимой внизу экрана осциллографа, измерить период $T_{св}$ свободных колебаний тока, амплитуды тока I_{1m} и I_{2m} (см. рисунок 22), найти и сравнить с результатами расчёта (см. Задание 2) коэффициент затухания α и частоту собственных колебаний ω_c тока i и напряжения u_C.

Перенести осциллограммы тока $i(t)$ и напряжения $u_C(t)$ при $R < R_{кр}$ в отчёт.

Задание 5 Апериодический переходный процесс

Задать значение сопротивления $R = 2R_{кр}$. Убедиться, что вместо колебательного переходный процесс станет апериодическим. Перенсти осциллограмм напряжения на конденсаторе $u_C(t)$ и тока $i(t)$ в отчёт.

Уменьшив сопротивление R вдвое (задав `Setting` = 50%), сравнить крутизну нарастания критического переходного тока i и напряжения u_C в RLC-цепи с крутизной нарастания тока i и напряжения uC при $R = 2R_{кр}$.

Содержание отчёта

1. Наименование и цель работы.
2. Расчётные схемы цепей первого и второго порядков с исходными значениями параметров.

3. Расчётные формулы и вычисления. Таблица с занесенными предварительно вычисленными и измеренными переходными величинами.
4. Смоделированные схемы и осциллограммы переходных величин с оцифровкой шкал осей и характерных точек.
5. Сравнительный анализ расчётных и экспериментальных данных.
6. Выводы по работе.