Моисеев ПИН-22 лаб 4 отчет

28. $f(t) = \operatorname{sh} \frac{\pi x}{2}, \qquad \xi = 2{,}8;$

① Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке ξ (используя любую формулу численного дифференцирования) с точностью 10^{-3}, 10^{-6}.

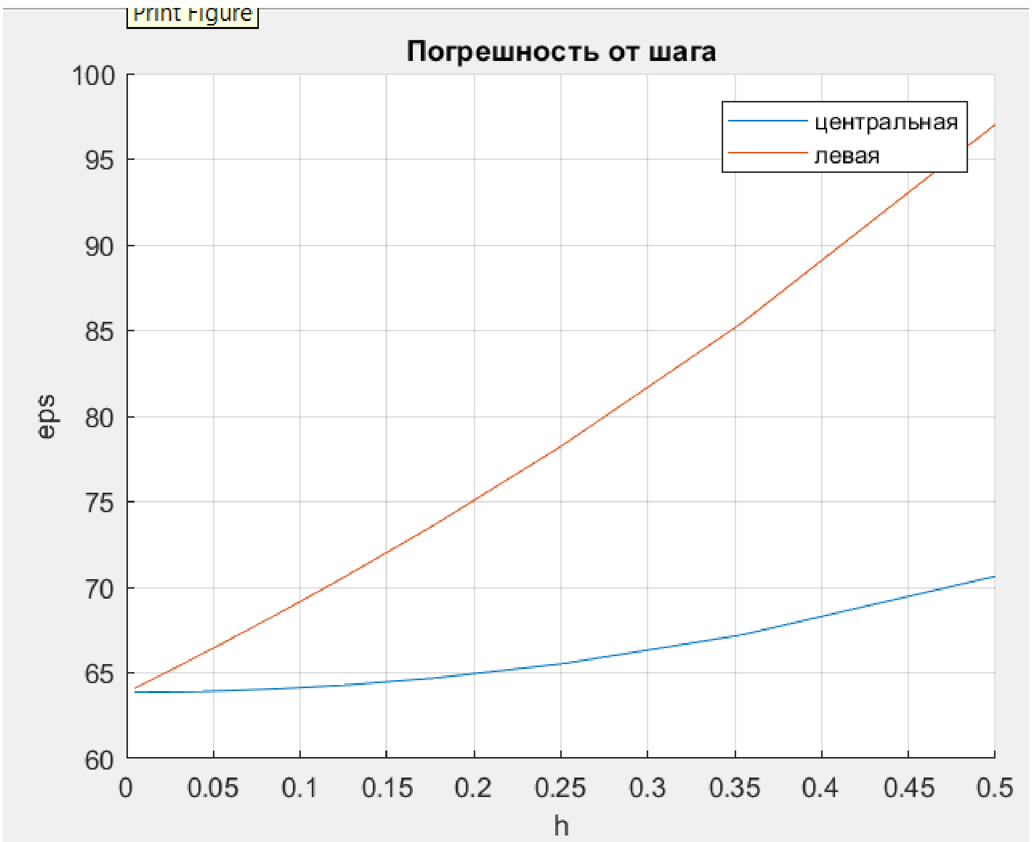
```
clear; clc;
syms x
x0 = 2.8;
f = sinh(pi*x/2);
h1 = 10^(-3); h2 = 10^(-6);
df1 = double(newDiff(f, x0, h1))
df2 = double(newDiff(f, x0, h2))
```

```
function df = newDiff(f, x, h)
df = (subs(f, x+h) - subs(f, x-h))/2/h;
%df = double(df);
end
```

```
df1 =

     6.386790124567699e+01


df2 =

     6.386787499001649e+01
```

② Выберите функцию $f(x)$ и точку ξ, как указано выше. Сравните погрешности у формул с разными порядками погрешностей (например, $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ и $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$) для последовательности убывающих шагов (например, $h = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$). С какими скоростями убывают погрешности для каждой формулы? Дайте теоретическую оценку и подтвердите ответ экспериментом[4].

```
clear; clc; close all;
syms x
x0 = 2.8;
f = sinh(pi*x/2);
fdf1 = @(f, x, h)(subs(f, x+h) - subs(f, x-h))/2/h; %центральная
fdf2 = @(f, x, h)(subs(f, x+h) - subs(f, x))/h;     %левая
eps1 = []; eps2 = [];
fperfect = double(fdf2(f, x0, 10^(-10)));
h=2.^-(1:0.5:8);
for i = 1:length(h)
    eps1(i) = abs(fdf1(f, x0, h(i)));
    eps2(i) = abs(fdf2(f, x0, h(i)));
end

figure()
hold on; grid on;
plot(h, eps1)
plot(h, eps2)
title('Погрешность от шага'); xlabel('h'); ylabel('eps');
legend('центральная', 'левая')
```



На данном графике это не очевидно, но центральная разность имеет экспоненциальный рост погрешности в зависимости от шага, а левая – линейный. Что соответствует теоретической оценке погрешности на данных разностях

③ Неустойчивость численного дифференцирования. Выберите функцию $f(x)$ и точку ξ, как указано выше. Попробуйте применить формулу $f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ для стремящейся к нулю последовательности $h = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$). Будет ли погрешность $\varepsilon = \left| f'(x) - \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right|$ монотонно убывать при уменьшении h? Сравните практический и теоретический результаты.

Погрешность будет монотонно убывать. Я проверил это, использовав последовательность h в предыдущем задании

Ответы на вопросы

1. Как теоретически узнать погрешность формулы численного дифференцирования? Как узнать порядок погрешности?

Использовать левую, правую или центральную разность, подставив в нее выраженный из полинома лагранжа производную функции.

2. Какие есть способы получения формул численного дифференцирования?

Левая, правая, центральная разности, вразить из полинома лагранжа

3. Какие есть способы практической (при вычислении на компьютере) оценки погрешности численного дифференцирования?

4. Являются ли формулы численного дифференцирования устойчивыми к погрешностям входных данных? Ответ обоснуйте.

Нет. Погрешность состоит из методической и неустранимой

$$\leqslant \frac{M_2}{2}h + \frac{\delta}{h} + \frac{\delta}{h} = \Phi(h),$$

и при увеличении h рано или поздно все сломается.