

Лаб 9

Владислав Моисеев Пин12

|

Упражнение 1

1) Постройте в одной системе координат график функции $f(x)$ (см. п. а) и б)) и график многочленов Тейлора $R_n(x)$ этой функции в точке $x_0 = 0$ для $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

2) Рассчитайте разности между численными значениями функции $f(x)$ и значениями многочленов $R_n(x)$ при $x = \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$. Результат представьте в виде таблицы, в первой строке которой разместите указанные значения x , во второй – соответствующие им значения $f(x)$, в остальных строках – модули разностей значений функции $f(x)$ и многочленов $R_n(x)$ при указанных значениях x).

а) $f(x) = \sin x$

б) $f(x) = \cos x$

Решение:

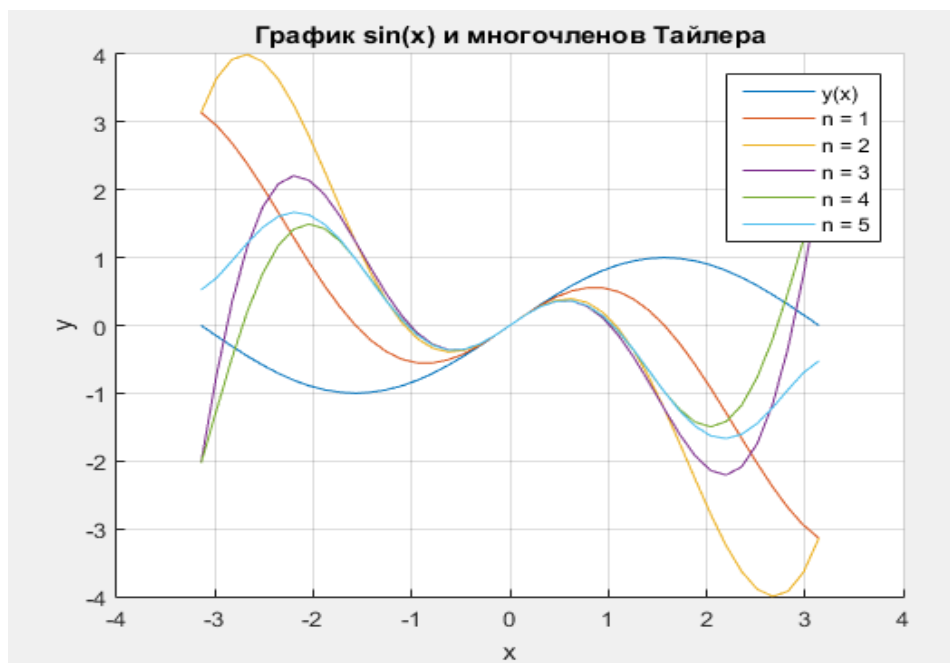
А)

```
clear; clc; cla; close all;
%A1
x0 = 0; x = -pi:pi/20:pi; syms z;
ya = @(x)sin(x);
%вычисляем значение n-го члена в многочлене Тейлора
yap = @(n, x, x0)subs(diff(sin(z), n), z, x).*(x-x0).^n./factorial(n);

hold on; grid on;
plot(x, ya(x));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, 0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, 0)+yap(2, x, 0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, 0)+yap(2, x, 0)+yap(3, x, 0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, 0)+yap(2, x, 0)+yap(3, x, 0)+yap(4, x, 0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, 0)+yap(2, x, 0)+yap(3, x, 0)+yap(4, x, 0)+yap(5, x, 0));
xlabel('x'); ylabel('y'); title('График sin(x) и многочленов Тейлора'); legend('y(x)', 'n = 1', 'n = 2', 'n = 3', 'n = 4', 'n = 5');

%A2
Ra = [pi/12 pi/8 pi/6 pi/4 pi/3 pi/2];
for a = 1:6
    Ra(2, a) = ya(Ra(1, a));
    Ra(3, a) = abs(Ra(2, a)-(ya(x0)+yap(1, Ra(1, a), 0)));
    Ra(4, a) = abs(Ra(2, a)-(ya(x0)+yap(1, Ra(1, a), 0)+yap(2, Ra(1, a), 0)));
    Ra(5, a) = abs(Ra(2, a)-(ya(x0)+yap(1, Ra(1, a), 0)+yap(2, Ra(1, a), 0)+yap(3, Ra(1, a), 0)));
    Ra(6, a) = abs(Ra(2, a)-(ya(x0)+yap(1, Ra(1, a), 0)+yap(2, Ra(1, a), 0)+yap(3, Ra(1, a), 0)+yap(4, Ra(1, a), 0)));
    Ra(7, a) = abs(Ra(2, a)-(ya(x0)+yap(1, Ra(1, a), 0)+yap(2, Ra(1, a), 0)+yap(3, Ra(1, a), 0)+yap(4, Ra(1, a), 0)+yap(5, Ra(1, a), 0)));
end
```

Результат А



Ra =

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.2618 | 0.3927 | 0.5236 | 0.7854 | 1.0472 | 1.5708 |
| 0.2588 | 0.3827 | 0.5000 | 0.7071 | 0.8660 | 1.0000 |
| 0.0059 | 0.0199 | 0.0466 | 0.1517 | 0.3424 | 1.0000 |
| 0.0148 | 0.0494 | 0.1151 | 0.3698 | 0.8173 | 2.2337 |
| 0.0177 | 0.0587 | 0.1358 | 0.4269 | 0.9130 | 2.2337 |
| 0.0176 | 0.0583 | 0.1342 | 0.4157 | 0.8696 | 1.9800 |
| 0.0176 | 0.0583 | 0.1340 | 0.4140 | 0.8643 | 1.9800 |

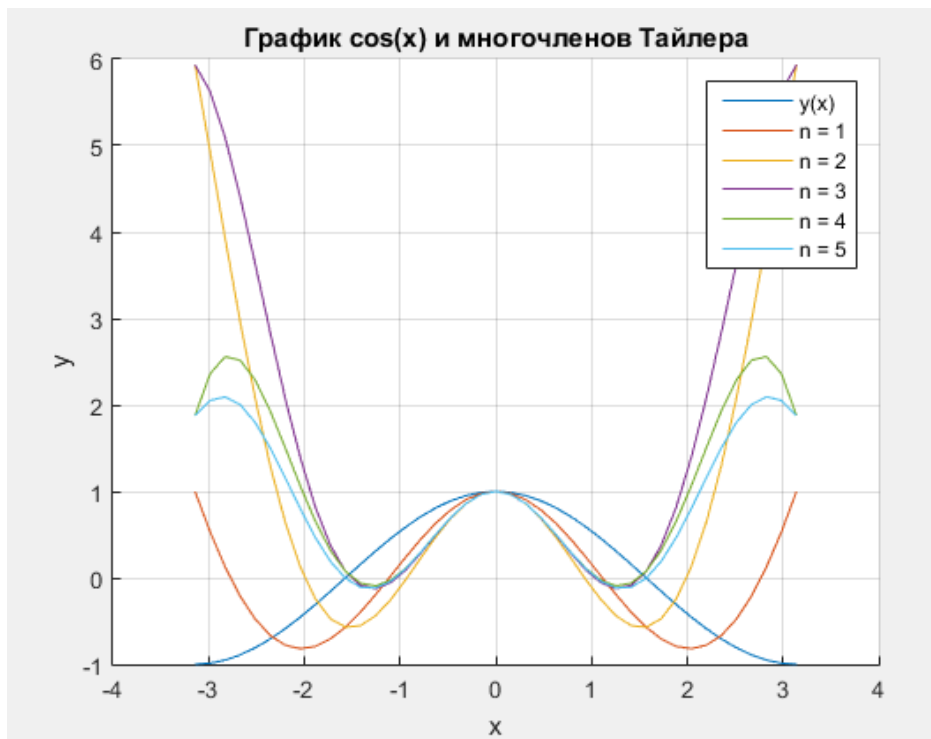
Решение Б

```
%B
yb = @(x)cos(x);
%вычисляем значение nного члена в многочлене Тейлора
ybp = @(n, x, x0)subs(diff(cos(z), n), z, x).*(x-x0).^n./factorial(n);

figure(); hold on; grid on;
plot(x, yb(x));
plot(x, yb(x0)+ybp(1, x, 0));
plot(x, yb(x0)+ybp(1, x, 0)+ybp(2, x, 0));
plot(x, yb(x0)+ybp(1, x, 0)+ybp(2, x, 0)+ybp(3, x, 0));
plot(x, yb(x0)+ybp(1, x, 0)+ybp(2, x, 0)+ybp(3, x, 0)+ybp(4, x, 0));
plot(x, yb(x0)+ybp(1, x, 0)+ybp(2, x, 0)+ybp(3, x, 0)+ybp(4, x, 0)+ybp(5, x, 0));
xlabel('x'); ylabel('y'); title('График cos(x) и многочленов Тейлора'); legend('y(x)', 'n = 1', 'n = 2', 'n = 3', 'n = 4', 'n = 5');

%E2
Rb = [pi/12 pi/8 pi/6 pi/4 pi/3 pi/2];
for a = 1:6
    Rb(2, a) = ya(Rb(1, a));
    Rb(3, a) = abs(Rb(2, a) - (ya(x0)+yap(1, Rb(1, a), 0)));
    Rb(4, a) = abs(Rb(2, a) - (ya(x0)+yap(1, Rb(1, a), 0)+yap(2, Rb(1, a), 0)));
    Rb(5, a) = abs(Rb(2, a) - (ya(x0)+yap(1, Rb(1, a), 0)+yap(2, Rb(1, a), 0)+yap(3, Rb(1, a), 0)));
    Rb(6, a) = abs(Rb(2, a) - (ya(x0)+yap(1, Rb(1, a), 0)+yap(2, Rb(1, a), 0)+yap(3, Rb(1, a), 0)+yap(4, Rb(1, a), 0)));
    Rb(7, a) = abs(Rb(2, a) - (ya(x0)+yap(1, Rb(1, a), 0)+yap(2, Rb(1, a), 0)+yap(3, Rb(1, a), 0)+yap(4, Rb(1, a), 0)+yap(5, Rb(1, a), 0)));
end
```

Результат Б:



Rb =

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.2618 | 0.3927 | 0.5236 | 0.7854 | 1.0472 | 1.5708 |
| 0.2588 | 0.3827 | 0.5000 | 0.7071 | 0.8660 | 1.0000 |
| 0.0059 | 0.0199 | 0.0466 | 0.1517 | 0.3424 | 1.0000 |
| 0.0148 | 0.0494 | 0.1151 | 0.3698 | 0.8173 | 2.2337 |
| 0.0177 | 0.0587 | 0.1358 | 0.4269 | 0.9130 | 2.2337 |
| 0.0176 | 0.0583 | 0.1342 | 0.4157 | 0.8696 | 1.9800 |
| 0.0176 | 0.0583 | 0.1340 | 0.4140 | 0.8643 | 1.9800 |

Вывод: для построения графиков многочленов Тейлора написал функцию определения n – ного члена последовательности. Для этого использовал функцию поиска производной n порядка diff и функцию подстановки значений в уравнение subs. Прописал plot с нужным количеством элементов последовательности в каждом. Значения последовательности тем точнее, чем ближе они к x_0 , что видно из графиков и матриц полученных результатов разности.

Упражнение 2

Постройте в одной системе координат график функции $f(x)$ и график многочленов Тейлора $R_n(x)$ этой функции в точке x_0 для $n = 1, 2, 3, 4$.

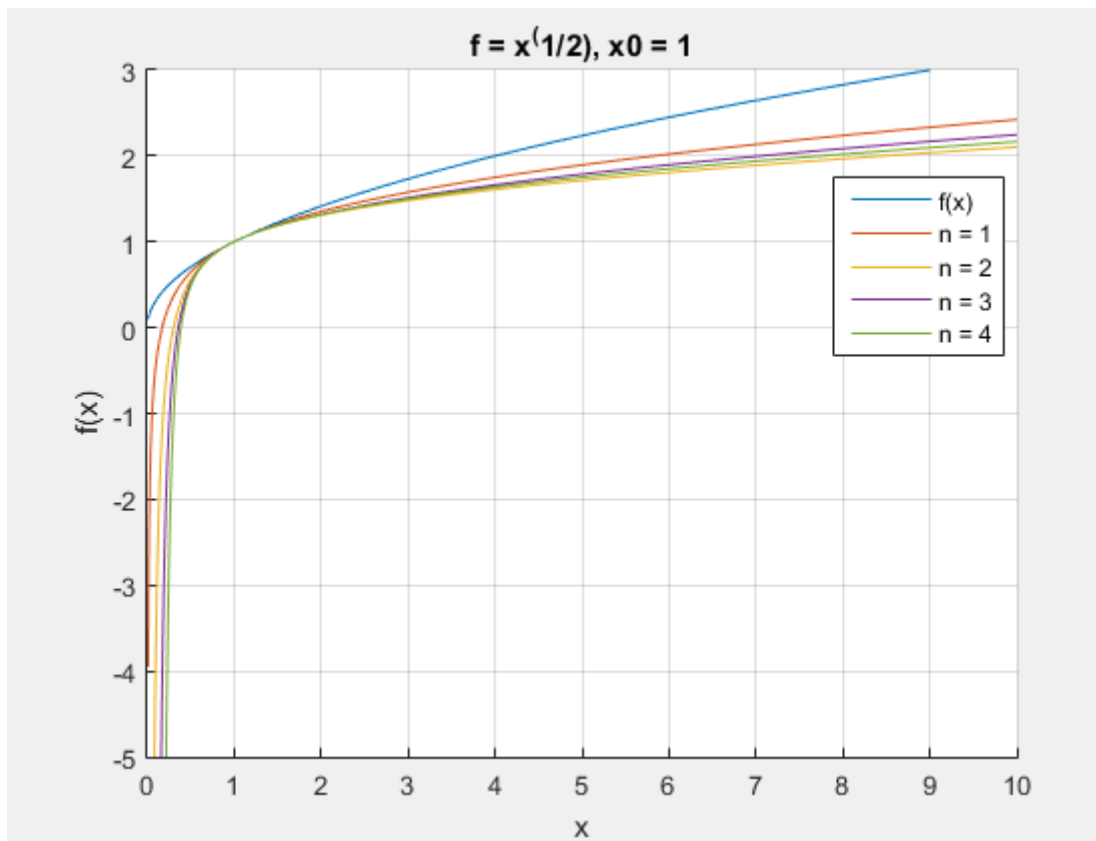
а) $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$ б) $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$, $x_0 = 2$

Решение А

```
clear; clc; cla; close all;
%A
x0 = 1; x = 0.01:0.01:10; syms z;
y = z^(1/2);
ya = @(x) sqrt(x);
%вычисляем значение nного члена в многочлене Тейлора
yap = @(n, x, x0) subs(diff(sqrt(z), n), z, x).*(x-x0).^n./factorial(n);

hold on; grid on; ylim([-5, 3]);
plot(x, ya(x));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0)+yap(2, x, x0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0)+yap(2, x, x0)+yap(3, x, x0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0)+yap(2, x, x0)+yap(3, x, x0)+yap(4, x, x0));
xlabel('x'); ylabel('f(x)'); title('f = x^(1/2), x0 = 1');
legend('f(x)', 'n = 1', 'n = 2', 'n = 3', 'n = 4');
```

Результат А



Решение Б

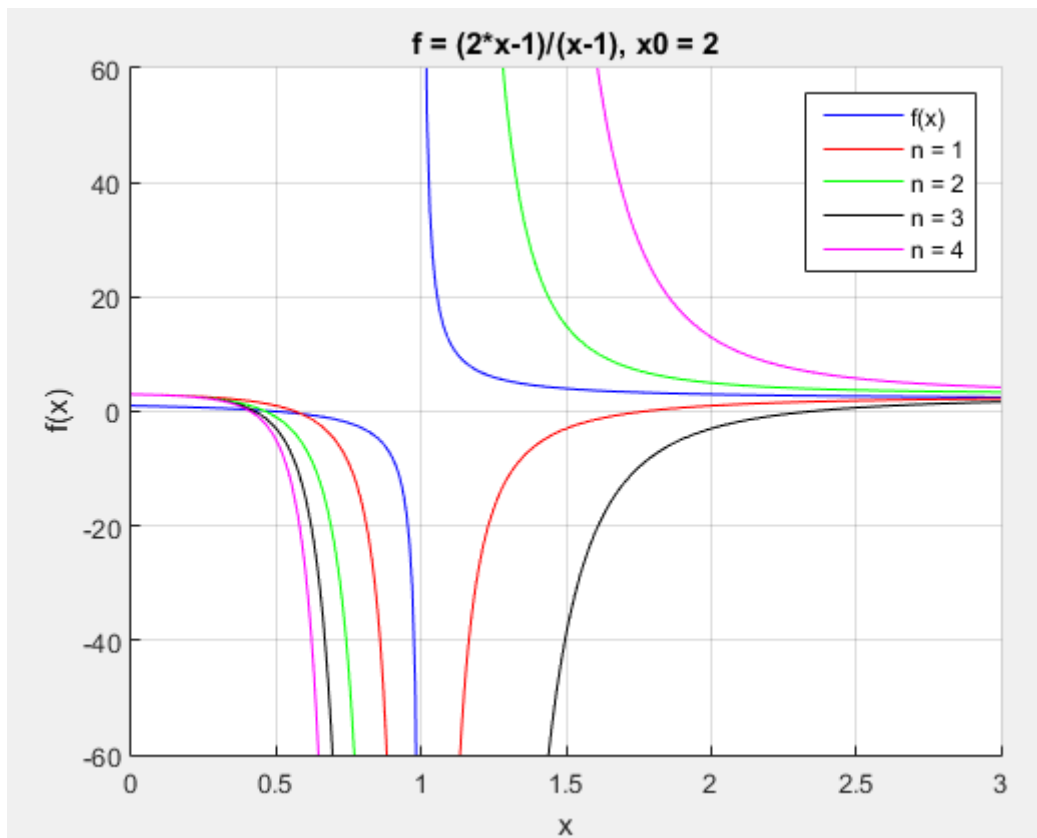
```
figure(); hold on; grid on; ylim([-60, 60]);
x0 = 2;
yb = @(x) (2*x-1)/(x-1);
xl = 0:0.01:0.99; xr = 1.01:0.01:3;

%вычисляем значение nного члена в многочлене Тейлора
ybp = @(n, x, x0)subs(diff((2.*z-1)/(z-1), n), z, x).*(x-x0).^n./factorial(n);

plot(xl, yb(xl), 'b');
plot(xl, yb(x0)+ybp(1, xl, 0), 'r');
plot(xl, yb(x0)+ybp(1, xl, 0)+ybp(2, xl, 0), 'g');
plot(xl, yb(x0)+ybp(1, xl, 0)+ybp(2, xl, 0)+ybp(3, xl, 0), 'k');
plot(xl, yb(x0)+ybp(1, xl, 0)+ybp(2, xl, 0)+ybp(3, xl, 0)+ybp(4, xl, 0), 'm');
plot(xr, yb(xr), 'b');
plot(xr, yb(x0)+ybp(1, xr, 0), 'r');
plot(xr, yb(x0)+ybp(1, xr, 0)+ybp(2, xr, 0), 'g');
plot(xr, yb(x0)+ybp(1, xr, 0)+ybp(2, xr, 0)+ybp(3, xr, 0), 'k');
plot(xr, yb(x0)+ybp(1, xr, 0)+ybp(2, xr, 0)+ybp(3, xr, 0)+ybp(4, xr, 0), 'm');

xlabel('x'); ylabel('f(x)'); title('f = (2*x-1)/(x-1), x0 = 2');
legend('f(x)', 'n = 1', 'n = 2', 'n = 3', 'n = 4');
```

Результат Б



Вывод: задание аналогично предыдущему, исключая массивы разности значений. Т. к. до этого писал в общем виде, изменений было внесено не много. Однако в функции б был разрыв второго рода и пришлось делать отдельно построение для правой и левой части от $x = 1$ с близкими к нему значениями.