2020

БДЗ

МОИСЕЕВ ВЛАДИСЛАВ ПИН 12

1. Вычислить значения $n_0(0.01)$, $n_0(0.001)$ в MatLab. Сравнить со значениями, получившимися в БДЗ-1 по математическому анализу. Сравнение оформить в виде таблицы. Сделать графическую иллюстрацию.

Решение:

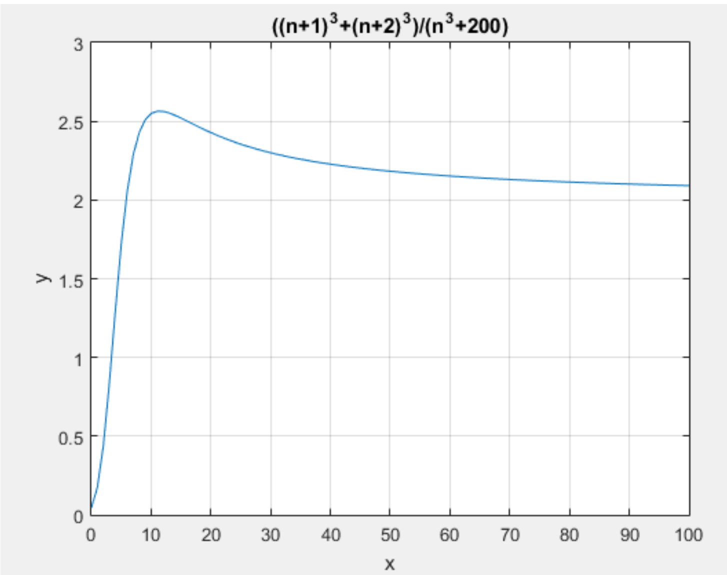
```
clear; clc; cla; close all;
E1 = 0.01; E2 = 0.001; d = 0.00001; a = 2;
syms n;
n = 0:100;

f = ((n+1).^3+(n+2).^3)./(n.^3+200);
F = @(n)((n+1)^3+(n+2)^3)/(n^3+200);
abs(f-a)<E1;
f1 = f-a;
plot(n, f1);
grid on;
n = 10;
f = ((n+1)^3+(n+2)^3)/(n^3+200);
f-a-E1==0;%т.к f-a положителен при n>6

while f-a-E1>0
    n = n+1;
    f = ((n+1)^3+(n+2)^3)/(n^3+200);
end
n1 = n-1, n=100;
while f-a-E2>0
    n = n+1;
    f = ((n+1)^3+(n+2)^3)/(n^3+200);
end
n2 = n-1
```

Результат:

n1	901
n2	9001



Вывод: пока не преисполнюсь познанием не пойму, как, да и зачем находить дельту из определения предела. Матлаб или я были ограничены в возможности посчитать ее без помощи перебора циклов, потому пришлось прибегнуть к ним. В ответе получились значения n = 901 и 9001, что на 1 меньше минимального входящего в окрестность индекса. Сравнить таблицей не представилось возможным потому, что в то время, когда я выполнял письменное бдз, я не совсем понимал, что вообще от меня хотят и как это делать, так что сравнивать оказалось не с чем. И смотря на старые ошибки, теперь вижу их нелепость, как и предвижу нелепость сегодняшних. Выводы – тоже не мой конек, потому не корите за это, я устал.

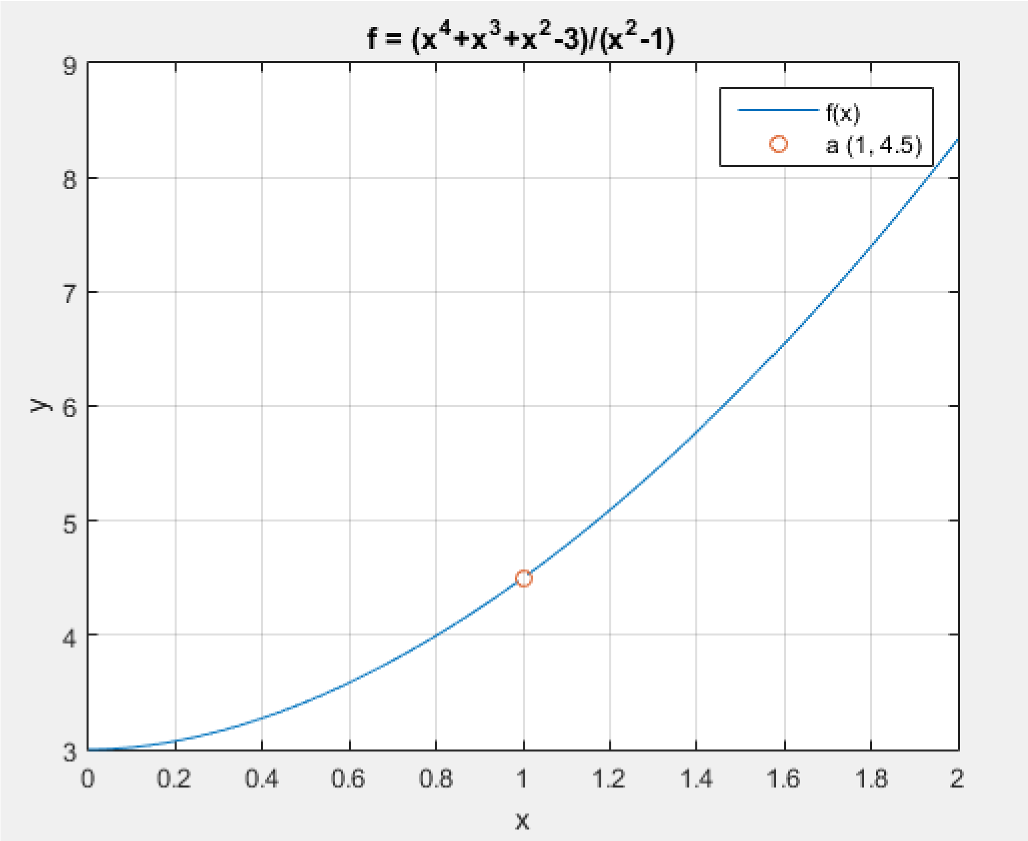
2. Доказать по определению, найдя **общую формулу** для $\delta(\varepsilon)$ аналитически (задание из БДЗ по ОМА). Найти значения $\delta(0.01)$, $\delta(0.001)$, решив соответствующие неравенства в MatLab. Сравнить со значениями, получающимися по найденной формуле. Сравнение оформить в виде таблицы. Сделать графическую иллюстрацию.

Решение 2:

```
clear; clc; cla; close all;
x0 = 1; E1 = 0.01; E2 = 0.001; a = 4.5;
syms x d E;
f = simplify((x^4+x^3+x^2-3)/(x^2-1))
%abs(x-1)<d;
%abs(f-a)<E;
simplify(abs(f-a)<E);% abs(2*x^3 + 4*x^2 - 3*x - 3)/(2*abs(x + 1)) < E
%abs(2*x^3 + 4*x^2 - 3*x - 3)*abs(x-1)/(2*abs(x^2 - 1)) < E
%abs(x-1)<E*2*abs(x^2 - 1)/abs(2*x^3 + 4*x^2 - 3*x - 3);
d<E*2*abs(x^2 - 1)/abs(2*x^3 + 4*x^2 - 3*x - 3);
x = 0.6;
f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
while abs(f-a)>E1
    x = x+0.0001;
    f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
end
d11=abs(x-0.0001-x0)% = 0.0037
x = 1.2;
f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
while abs(f-a)>E1
    x = x-0.0001;
    f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
end
d12=abs(x+0.0001-x0) % = 0.0037
x = 0.6;
f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
while abs(f-a)>E2
    x = x+0.0001;
    f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
end
d21=abs(x-0.0001-x0)% = 0.0004
x = 1.2;
f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
while abs(f-a)>E2
    x = x-0.0001;
    f = (x^3 + 2*x^2 + 3*x + 3)/(x + 1);
end
d22=abs(x+0.0001-x0) % = 0.0004

x = 0:0.01:2;
f = (x.^4+x.^3+x.^2-3)./(x.^2-1);
plot(x, f, x0, a, 'o'); grid on;
xlabel('x'); ylabel('y'); title('f = (x^4+x^3+x^2-3)/(x^2-1)'); legend('f(x)', 'a (1, 4.5)');
```

Результат: для эпсилоп = 0.01 дельта = 0.0037, для эпсилон = 0.001 дельта = 0.0004



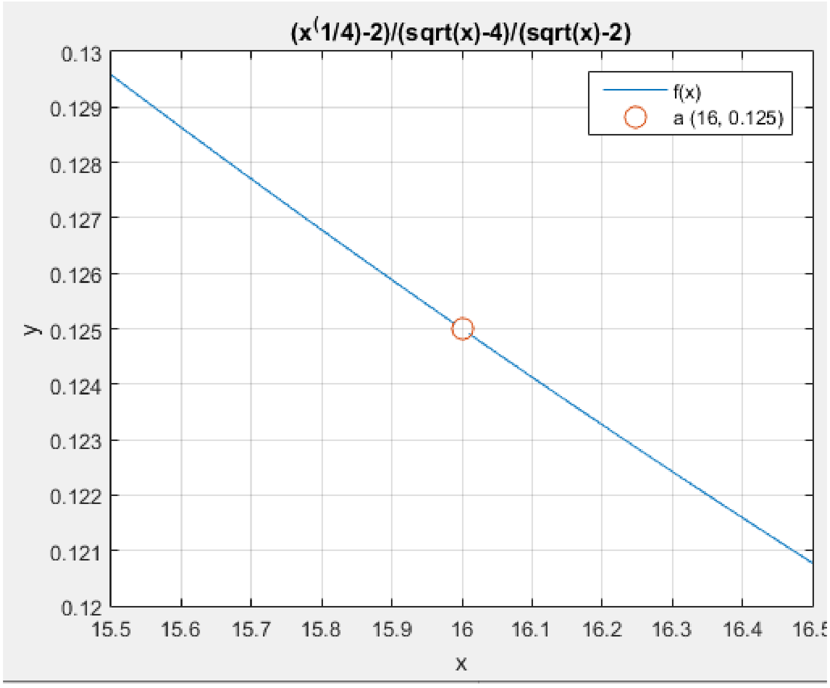
Вывод: Преобразовал abs(f-a)<E пока не получил зависимость дельты от эпсилона. Применить полученное неравенство не вышло, т. к. я не понял что делать с x. С помощью циклов нашел дельты с двух сторон от x0 и они оказались попарно равны для E1 и E2. Сравнение также не получилось ибо сравнивать оказалось не с чем.

3, 4, 5. Вычислить предел. Построить график функций в окрестности точки x_0, отметить значение предела.

Решение 3:

```
clear; clc; cla; close all;
%3
x03 = 16;
x = 15.5:0.01:16.5;
f3 = (x.^(1/4)-2)./(sqrt(x)-4)./(sqrt(x)-2);
F3 = @(x) (x^(1/4)-2)/(sqrt(x)-4)/(sqrt(x)-2);
d = 0.01;
lim3 = (F3(x03+d)+F3(x03-d))/2% = 0.125
plot(x, f3)
grid on; hold on;
plot(x03, lim3, 'o', 'MarkerSize',10);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('(x^(1/4)-2)/(sqrt(x)-4)/(sqrt(x)-2)');
```

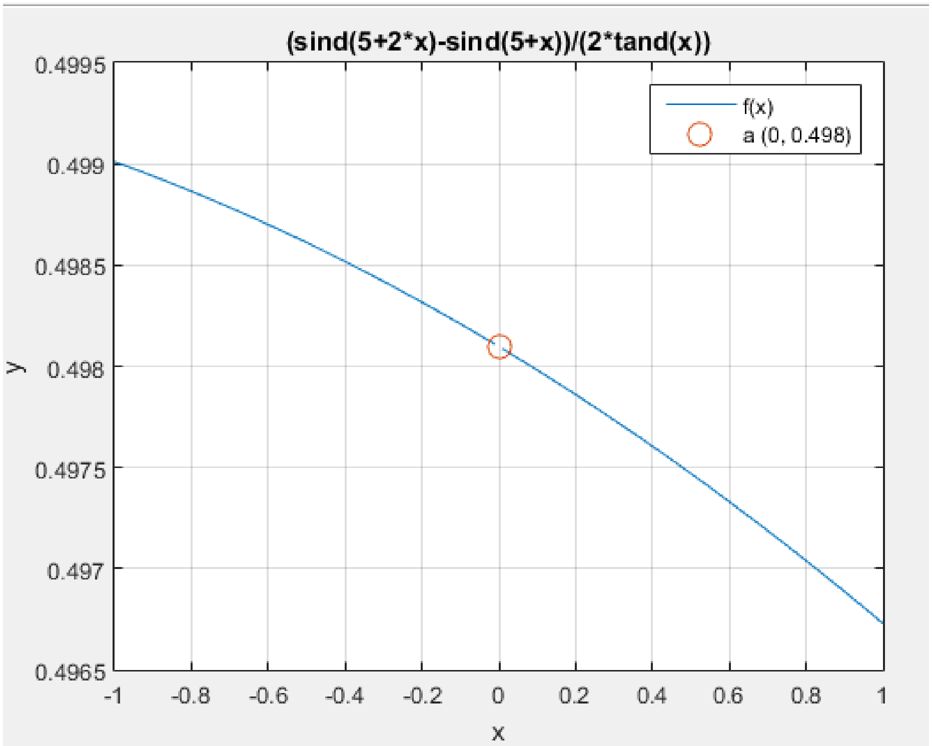
Результат: lim f(x) = 0.125



Решение 4:

```
%4
figure();
x04 = 0;
x = -1:0.01:1;
f4 = (sind(5+2.*x)-sind(5+x))./(2*tand(x));
plot(x, f4);
grid on; hold on;
F4 = @(x)(sind(5+2*x)-sind(5+x))/(2*tand(x));
lim4 = (F4(x04+d)+F4(x04-d))/2% = 0.498
plot(x04, lim4, 'o', 'MarkerSize',10);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('(sind(5+2*x)-sind(5+x))/(2*tand(x))');legend('f(x)', 'a (0, 0.498)');
```

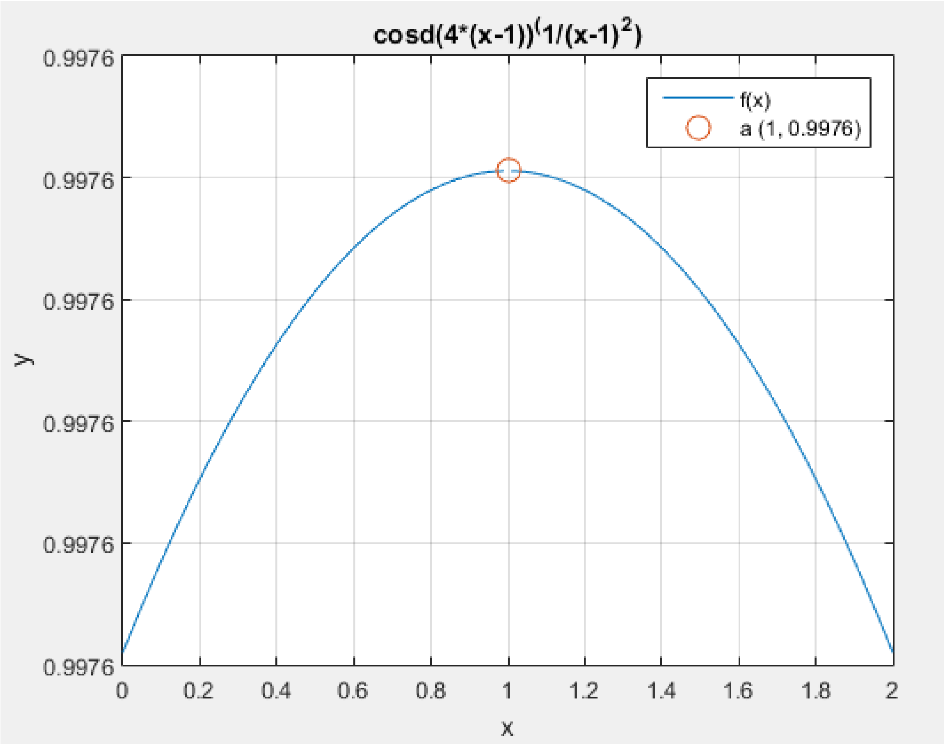
Результат: lim f(x) = 0.498



Решение 5:

```
%5
figure();
x05 = 1;
x = 0:0.01:2;
f5 = cosd(4.*(x-1)).^(1./(x-1).^2);
plot(x, f5);
grid on; hold on;
F5 = @(x)cosd(4*(x-1))^(1/(x-1)^2);
lim5 = (F5(x05+d)+F5(x05-d))/2% = 0.9976
plot(x05, lim5, 'o', 'MarkerSize',10);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('cosd(4*(x-1))^(1/(x-1)^2)');legend('f(x)', 'a (1, 0.9976)');
```

Результат: lim f(x) = 0.9976



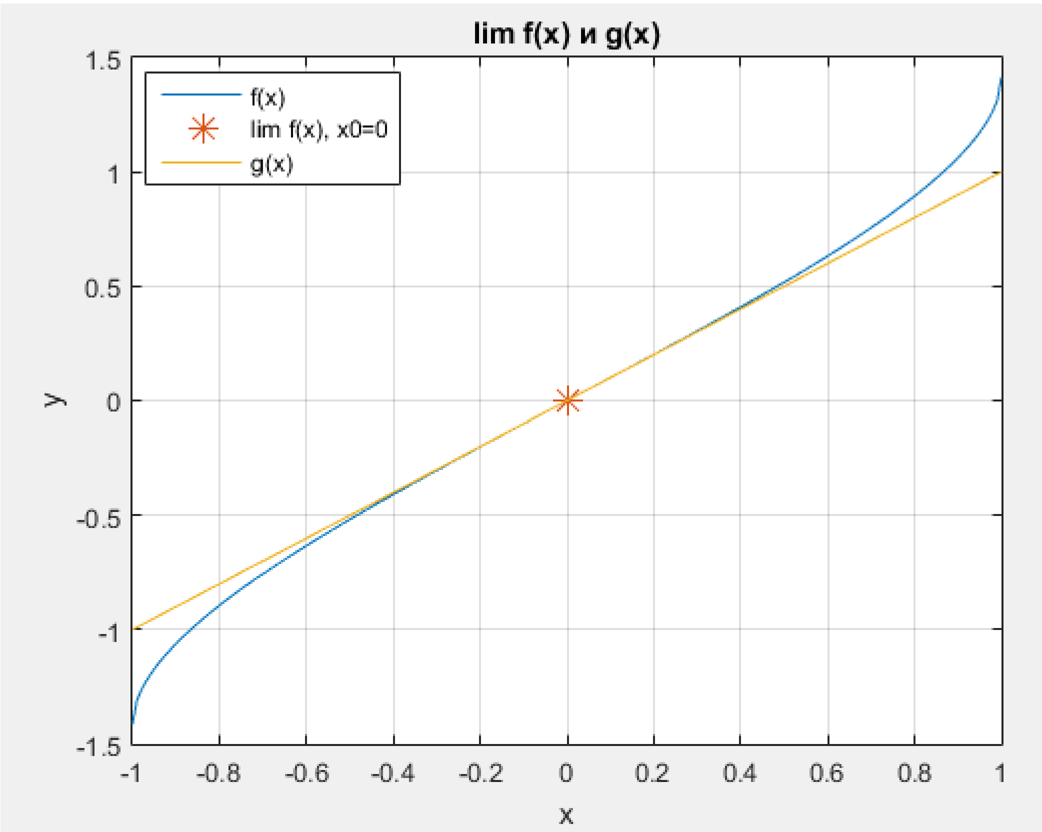
Вывод к 3-5: данные функции имеют устранимый разрыв в точках x0, монотонны, потому для нахождения точного значения предела брал среднее арифметическое правого и левого предела с dx = 0.001. Они должны быть равны, но существует погрешность из-за dx, которую я успешно решаю среднеарифметическим. Как в последствии оказалось, в матлабе существует функция для нахождения пределов, но было уже слишком поздно.

6-7. Вычислить предел. В одной системе координат построить в окрестности точки x_0 графики исходной функции и функции $g(x) = C(x - x_0)^p$, где p - порядок малости, $C = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{(x - x_0)^p}$.

Решение 6:

```
clear; clc; cla; close all;
%6
x06 = 0; p6 = 1;%вычисленно в тетрадном бдз
x = -1:0.01:1; d = 0.001;
f6 = sqrt(1+x)-sqrt(1-x);
plot(x, f6)
hold on; grid on;
F6 = @(x)sqrt(1+x)-sqrt(1-x);
lim6 = F6(x06)
plot(x06, lim6, '*', 'MarkerSize',10);
%C = lim f(x)/(x-x0)^p
C6 = (F6(x06-d)/(x06-d-x06)^p6+F6(x06+d)/(x06+d-x06)^p6)/2;
G6 = C6*(x-x06).^p6;
plot(x, G6)
xlabel('x'); ylabel('y'); title('lim f(x) и g(x)'); legend('f(x)', 'lim f(x), x0=0', 'g(x)');
```

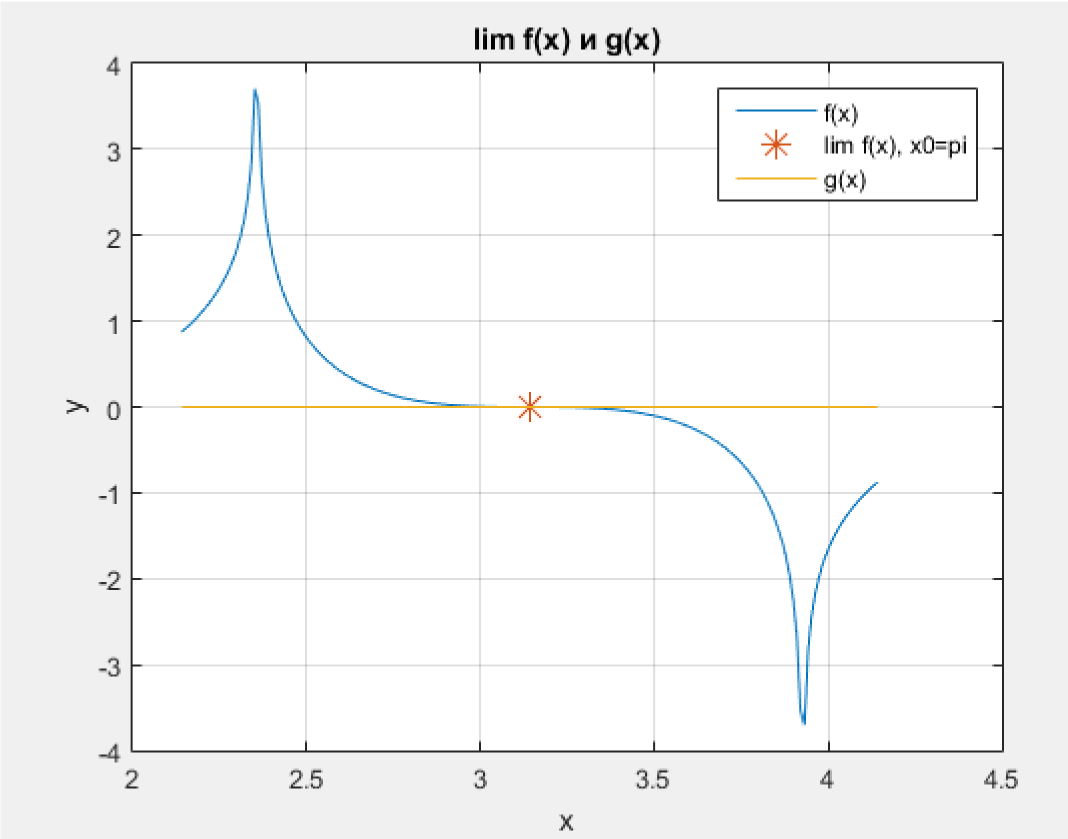
Результат: lim f(x) = 0



Решение 7:

```
%7
figure();
x07 = pi; p7 = 1;%вычисленно в тетрадном бдз
x = pi-1:0.01:pi+1;
f7 = (x-pi).*log(cos(2.*x));
plot(x, f7)
hold on; grid on;
F7 = @(x)(x-pi)*log(cos(2*x));
lim7 = F7(x07)% = 0
plot(x07, lim7, '*', 'MarkerSize',10);
C7 = (F7(x07-d)/(x07-d-x07)^p7+F7(x07+d)/(x07+d-x07)^p7)/2;
G7 = C7*(x-x07).^p7;
plot(x, G7);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('lim f(x) и g(x)'); legend('f(x)', 'lim f(x), x0=pi', 'g(x)');
```

Результат: lim f(x) = 0



Вывод: функции непрерывны, и нахождение предела обошлось подстановкой x0 в функцию.

Функция g оказалась касательной к графику в точке x0, или же ее производной. По предоставленным формулам посчитал g и построил графики изначальных функций и g.

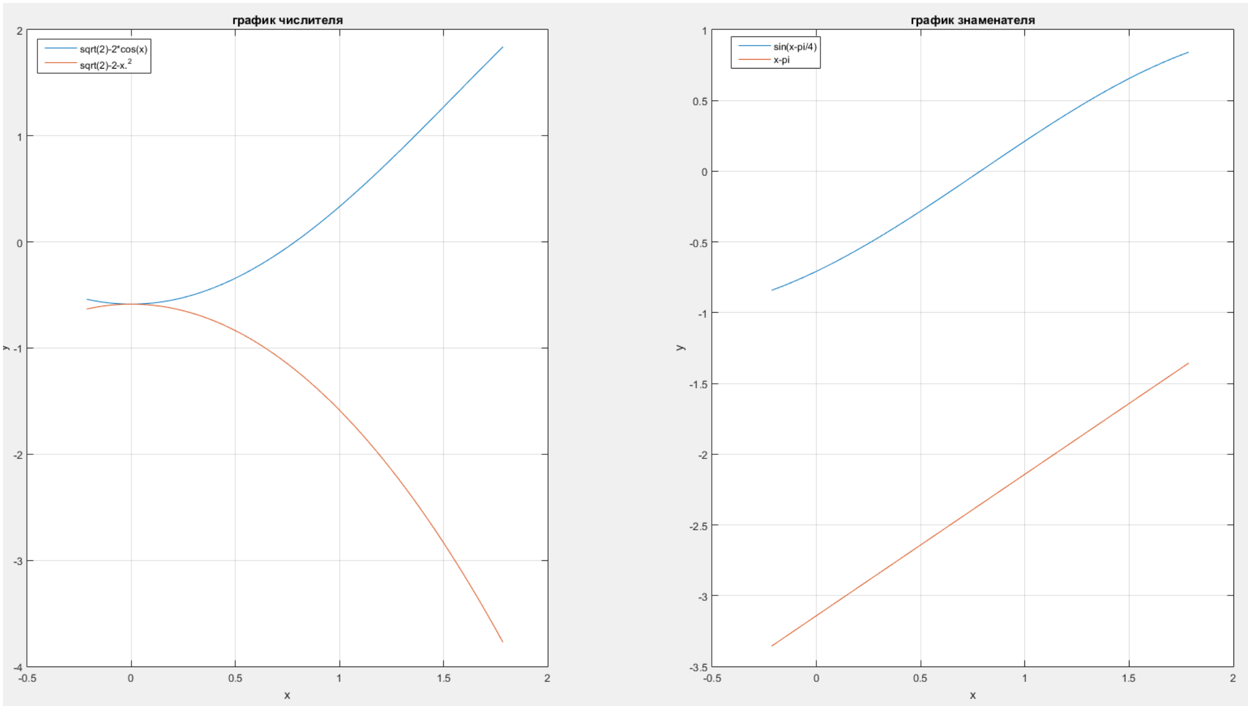
8, 9. Вычислить предел. В одной системе координат построить в окрестности точки x_0 график числителя и функции, получившейся из него после замены на эквивалентную, в другой системе координат - график знаменателя и функции, получившейся из него после замены на эквивалентную,

Решение 8:

```
clear; clc; cla; close all;
%8
x08 = pi/4;
x = pi/4-1:0.01:pi/4+1; d = 0.001;
f8 = (sqrt(2)-2*cos(x))./sin(x-pi/4)
F8 = @(x) (sqrt(2)-2*cos(x))./sin(x-pi/4);
lim8 = (F8(x08+d)+F8(x08-d))/2% = 1.414

subplot(1, 2, 1);
g81 = sqrt(2)-2*cos(x);%функция числителя
g82 = sqrt(2)-2-x.^2;%функция числителя после замены на эквивалентную
plot(x, g81); hold on; grid on;
plot(x, g82);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('график числителя'); legend('sqrt(2)-2*cos(x)', 'sqrt(2)-2-x.^2');
subplot(1, 2, 2);
v81 = sin(x-pi/4);%функция знаменателя
v82 = x-pi;%функция знаменателя после замены на эквивалентну.
plot(x, v81); hold on; grid on;
plot(x, v82);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('график знаменателя'); legend('sin(x-pi/4)', 'x-pi');
```

Результат: lim f(x) = 1.414

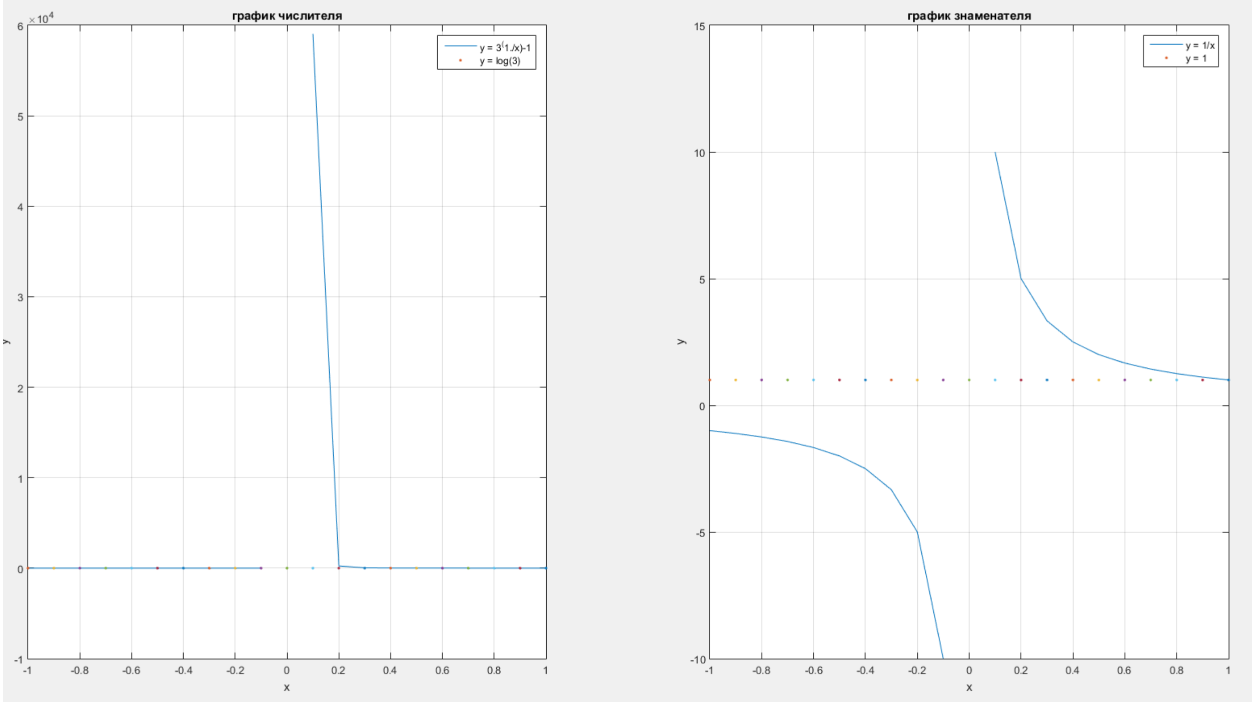


Решение 9:

```
%9
x09 = 10^100;
syms x;
f9 = x.*(3^(1./x)-1);
lim9 = log(3)%после замены функции на эквивалентну
%F9 = @(x)x*(3^(1/x)-1);
x = -1:0.1:1;
g91 = 3.^(1./x)-1;%функция числителя
g92 = log(3);%функция числителя после замены на эквивалентную
figure()
subplot(1, 2, 1);
plot(x, g91); hold on; grid on;
plot(x, g92, '.');
xlabel('x'); ylabel('y'); title('график числителя'); legend('y = 3^(1./x)-1', 'y = log(3)');

subplot(1, 2, 2);
v91 = 1./x;%функция знаменателя
v92 = 1;%функция знаменателя после замены на эквивалентну.
plot(x, v91); hold on; grid on;
plot(x, v92, '.');
xlabel('x'); ylabel('y'); title('график знаменателя'); legend('y = 1/x', 'y = 1');
```

Результат: lim f(x) = ln3



Вывод: Часть задания почему-то была утеряна, но надеюсь запятая там случайно. Нашел пределы в первом случае подставив x0 в функцию, во втором нашелся сам при вычислении эквивалентных. Построил графики согласно заданию. Единственное но – в 9 номере у меня был предел без знаменателя и для графика пришлось создать его искусственно. Также в 9 номере взял побольше шаг на графике для наглядности.

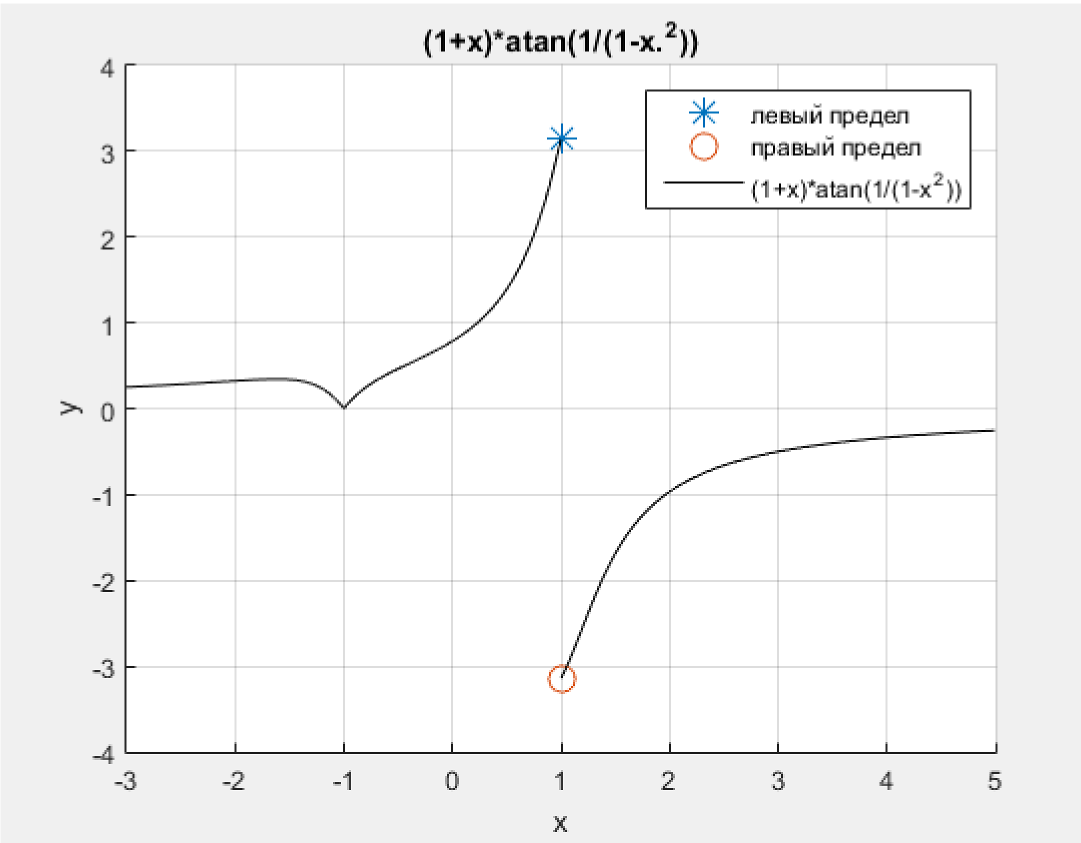
10. Вычислить односторонние пределы в точках разрыва. Построить график функции в окрестности точки разрыва, отметить точку разрыва.

Решение:

```
%10
clear; clc; cla; close all;
x = 0:0.001:2; d = 0.001
f10 = (1+x).*atan(1./(1-x.^2));%разрыв первого рода в x=1
x0 = 1;
y = (1+x0)*atan(1/(1-x0.^2))% = 3,14
F10 = @(x) (1+x)*atan(1/(1-x^2));
limL = F10(x0-d);
limR = F10(x0+d);
xl = -3:0.01:1; xr = 1+d:0.01:5;
f10L = (1+xl).*atan(1./(1-xl.^2));
f10R = (1+xr).*atan(1./(1-xr.^2));


hold on
plot(xl, f10L); hold on; grid on;
plot(xr, f10R);
plot(x0, y, '*', 'MarkerSize',10)
plot(x0, limR, 'o', 'MarkerSize',10)
xlabel('x'); ylabel('y'); title('(1+x)*atan(1/(1-x.^2))'); legend('y = 1/x', 'y = 1', 'левый предел', 'правый предел');
```

Результат: точка разрыва первого рода в x=1. Левый предел =3.136, правый = -3.139.



Вывод: Нашел пределы в точках x+dx, x-dx, определил функцию в x=1, f=3.14.

Разрыв первого рода с разницей в 2пи. Для построения функции взял массив x с приближенными к x0 значениями и двух сторон отдельно.