

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 РЕЗОНАНСЫ В ЦЕПЯХ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

### **Цель работы**

Исследование явления резонанса в последовательном и параллельном колебательных контурах и определение параметров колебательных контуров.

### **Теоретические сведения и расчетные формулы**

#### **1. Общие положения**

Под резонансом понимают такой режим работы электрической цепи, при котором её входное сопротивление имеет чисто резистивный характер и, следовательно, сдвиг фаз между напряжением  $u$  и током  $i$  на её входе равен нулю ( $\varphi = 0$ )

Цепи, в которых возникают резонансные явления, называют резонансными цепями или колебательными контурами. Простейший колебательный контур содержит один индуктивный  $L$  и один емкостный  $C$  элементы, соединенные между собой и источником синусоидального напряжения последовательно (последовательный колебательный контур) или параллельно (параллельный колебательный контур).

Различают две основные разновидности резонансных режимов: резонанс напряжений и резонанс токов.

#### **2. Резонанс напряжений**

Резонанс напряжений возникает в последовательном колебательном контуре (рисунок 13). В схему замещения цепи, кроме индуктивного  $L$  и ёмкостного  $C$  элементов, включен также элемент  $R$ , учитывающий все виды

активных потерь в контуре (в катушке, в конденсаторе, во внутреннем сопротивлении источника питания, в соединительных проводах).

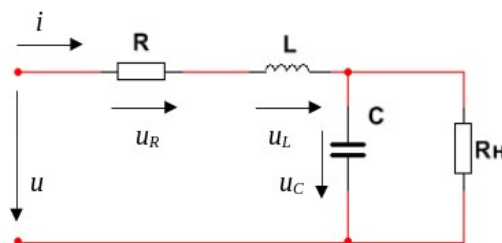


Рисунок 13

Условием наступления резонанса напряжений в схеме (рисунок 13) является равенство нулю реактивного сопротивления на входе цепи:

$$X_{PH} = X_{L(PH)} - X_{C(PH)} = 0 \text{ или}$$

$$\omega_{PH}L = 1/(\omega_{PH}C),$$

откуда угловая (в рад/с) и циклическая (в Гц) резонансные частоты контура

$$\omega_{PH} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ и } f_{PH} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Характеристическое (волновое) сопротивление  $\rho$  (в Ом) последовательного колебательного контура равно его индуктивному или ёмкостному сопротивлению при резонансе:

Добротностью  $Q$  контура называют отношение характеристического сопротивления  $\rho$  контура к активному сопротивлению  $R$  при резонансе:

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{X_{L(PH)}}{R} = \frac{X_{C(PH)}}{R}$$

Чем больше  $\rho$  и меньше  $R$ , тем "добротнее" контур, тем будут уже частотные характеристики тока и напряжений на элементах контура. В радиотехнических контурах добротность  $Q = 100 \dots 1000$ ; в электрических цепях добротность обычно не превышает  $3 \dots 5$ .

Добротность показывает, во сколько раз напряжение на зажимах конденсатора  $U_C$  или индуктивное напряжение  $U_L$  катушки при резонансе больше напряжения питания контура  $U$ :

$$Q = \frac{(U_C)_{PH}}{U} = \frac{(U_L)_{PH}}{U} = \frac{\rho}{R}$$

Ток  $I$  при резонансе напряжений имеет максимальное значение, т.к.

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_{L(PH)} - X_{C(PH)})^2}} = \frac{U}{R} = I_{max}$$

Нормированная амплитудно-частотная характеристика тока  $N_i(f) = I(f)/I_{max}$  и фазочастотная характеристика  $\varphi(f)$  на входе контура при  $Q > 1$  представлены на рисунке 14.

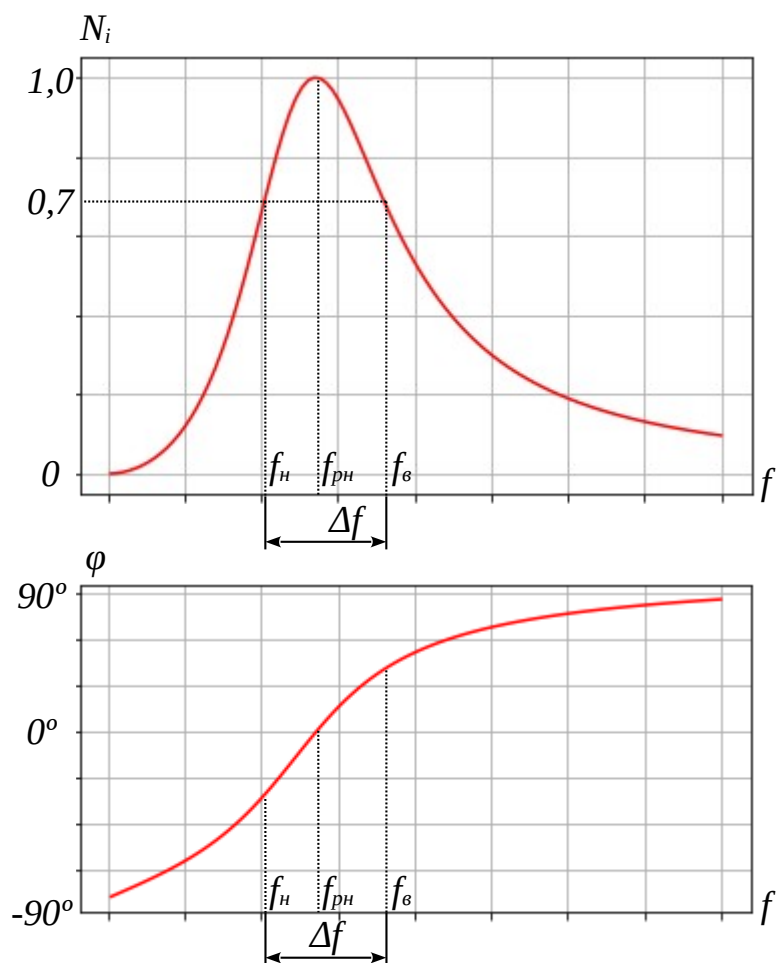


Рисунок 14

Характерной особенностью режима резонанса напряжений является превышение напряжениями  $U_L$  и  $U_C$  входного напряжения  $U$  контура, первопричиной которого является ЭДС самоиндукции  $e_L = -L di/dt = -U_L$ .

Векторные диаграммы напряжений на элементах контура до режима резонанса (а), при режиме резонанса (б) и после режима резонанса (в) представлены на рисунке 15. Отметим, что векторы напряжений на индуктивном  $U_L$  и ёмкостном  $U_C$  элементах при резонансе напряжений больше вектора входного напряжения  $U$  в  $Q$  раз, а угол сдвига фаз на входе цепи  $\varphi = 0$  (рисунок 15, б), т. е. цепь при резонансе носит чисто активный характер. До резонанса ( $f < f_{PH}$ , угол  $\varphi < 0$ ) цепь носит активно-ёмкостный характер (рисунок 15, а), а после резонанса ( $f > f_{PH}$ , угол  $\varphi > 0$ ) активно-индуктивный характер (рисунок 15, в).

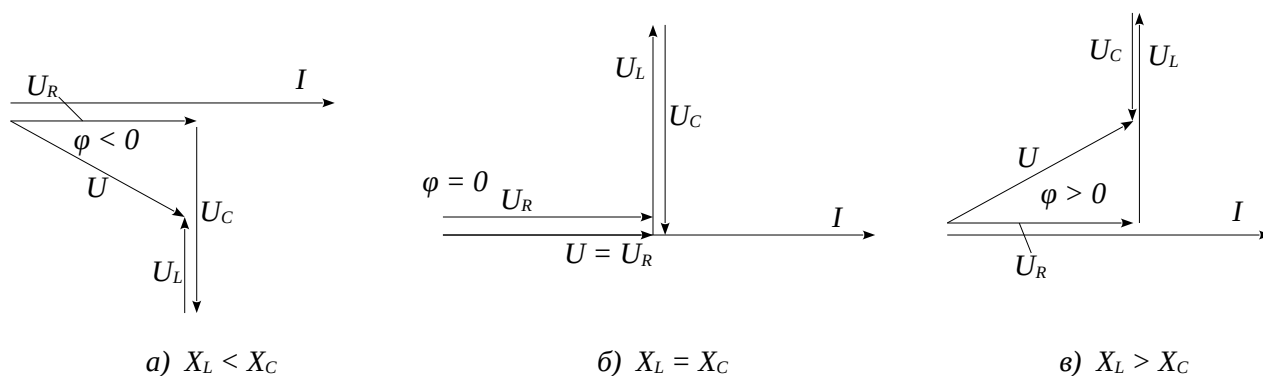


Рисунок 15

Важнейшей характеристикой контура является его полоса пропускания (рисунок 14):

$$f = f_{\text{в}} - f_{\text{н}} \text{ или } \Delta\omega = \omega_{\text{в}} - \omega_{\text{н}},$$

под которой понимают диапазон частот, в пределах которого значение нормированного тока  $Ni(f) = I(f)/I_{\text{max}}$  равно или больше  $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ . На границах полосы пропускания, т.е. на частотах  $f_{\text{в}}$  и  $f_{\text{н}}$  (или  $\omega_{\text{в}}$ ,  $\omega_{\text{н}}$ ), называемых

верхней и нижней частотами среза, нормированный ток  $N_i = I_{max}/\sqrt{2}$  активная мощность  $P = 0,5 \cdot P_{max}$ , а угол  $\varphi = \pm 45^\circ$ .

Приближённо полосу пропускания контура определяют по формуле:  $\Delta f \approx f_{PH}/Q$  или  $\Delta \omega \approx \omega/Q$ , откуда следует, что чем больше добротность, тем уже полоса пропускания контура (рисунок 28).

На практике параллельно конденсатору подключают приёмник, сопротивление которого порядка  $R_n = 10, \dots, 100$  кОм. При небольших значениях  $R_n$  полоса пропускания  $\Delta f$  увеличивается, а добротность контура снижается и равна:  $Q_n = \frac{\rho}{R + \rho^2/R_n}$ .

### 3. Резонанс токов

Резонанс токов возникает в параллельном колебательном контуре (рисунок 16), условием которого является равенство нулю входной реактивной проводимости  $b_{PT} = b_{L(PT)} - b_{C(PT)} = 0$  или

$$b_{L(PT)} = \frac{\omega_{PT} L}{R_1^2 + (\omega_{PT} L)^2} = b_{C(PT)} = \frac{1/(\omega_{PT} C)}{R_2^2 + 1/(\omega_{PT} C)^2}, \text{ откуда резонансная частота}$$

$$\omega_{PT} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}, \text{ где } \omega_{PT} = 1/\sqrt{LC} - \text{резонансная частота}$$

контура без потерь ( $R_1 = R_2 = 0$ ).  $\rho = \sqrt{L/C}$  - характеристическое сопротивление контура.

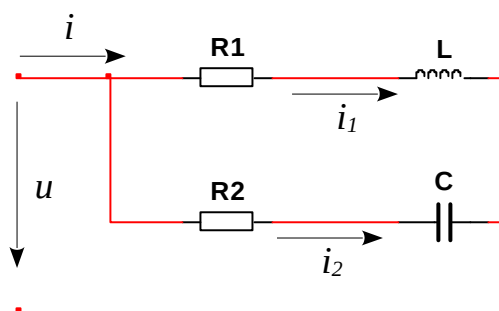


Рисунок 16

## Учебные задания и методические указания к их выполнению

### Задание 1 Напряжение, ток и сдвиг фаз в контурах

Найти параметры элементов схем контуров (рисунок 17) по формулам:

$E = \text{int}(10/\sqrt[4]{N})$  В, [ $E \in (10, \dots, 4)$ , В];  $e = \sqrt{2}E \sin(2\pi ft)$ ; , где  $N$  - номер по списку.

$R_1 = \text{int}(10/\sqrt{N})$  Ом; [ $R \in 10, \dots, 2$  Ом];  $R_2 = R_3 = 0.2$  Ом;

$L_1 = \text{int}(100/\sqrt{N})$  мГн; [ $L_1 \in 100, \dots, 18$  мГн];

$C_1 = C_2 = 100 + 10N$ , мкФ [ $C \in 110, \dots, 400$  мкФ];

$L_2 = \text{int}(25/\sqrt{N})$  мГн [ $L_2 \in 25, \dots, 4,6$  мГн]

и занести их значения в таблицу 5.

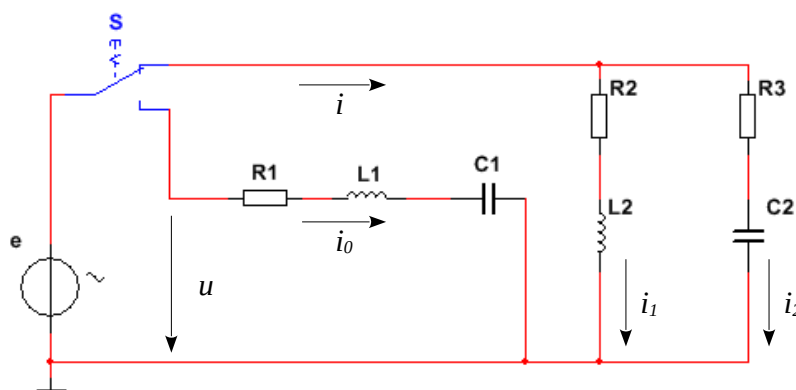


Рисунок 17

Таблица 5

Вариант N = ...	
$R_1 L_1 C_1$ - контур	$R_2 L_2 R_3 C_2$ - контур
$E = \dots$ , В	$E = \dots$ , В
$R_1 = \dots$ , Ом	$R_2 = R_3 = \dots$ , Ом
$L_1 = \dots$ , мГн	$L_2 = \dots$ , мГн
$C_1 = \dots$ , мкФ	$C_2 = \dots$ , мкФ

Рассчитать напряжения на элементах схемы, токи ветвей и углы сдвига фаз  $\varphi_k$  ветвей и токи на входе колебательных контуров при резонансных частотах:

$$f_{PH} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}, \quad f_{PT} = (1/2\pi\sqrt{L_2 C_2})\sqrt{(L_2/C_2 - R_2^2)/(L_2/C_2 - R_3^2)} \quad \text{и занести их значения}$$

в таблицу 6.

Таблица 6

Положение ключа S	Ток, напряжение, угол $\varphi$	Рассчитано		Измерено										
		Частота		Частота $f$ , Гц										
		$f_{PH}$ , Гц	$f_{PT}$ , Гц	30	40	50	60	70	80	90	110	130	140	$f_p$
Нижнее	$I_0$ , А													
	$U_R$ , В													
	$U_L$ , В													
	$U_C$ , В													
Верхнее	$I_1$ , А													
	$I_2$ , А													
	$I$ , А													
	$\varphi_1$ , град			Примечание. $\varphi_1 = \arctg(X_{L2}/R_2)$ ; $\varphi_2 = -\arctg(X_{C2}/R_3)$ .										
	$\varphi_2$ , град													

## Задание 2 Построение векторных диаграмм

По данным таблицы 6 построить векторные диаграммы напряжений и токов схем замещения контуров в режиме резонанса. Убедиться, что угол  $\varphi$  между вектором напряжения  $\underline{U} = \underline{E}$  и вектором тока  $I_0$  в последовательном колебательном контуре и угол  $\varphi$  между вектором  $\underline{U}$  и вектором тока  $\underline{I}$  в параллельном колебательном контуре близки к нулю.

## Задание 3 Параметры колебательных контуров

Рассчитать параметры колебательных контуров:

- добротность  $Q_{PH} = U_c/U$  последовательного контура и добротность  $Q_{PT} = I_2 \sin \varphi_2 / I$  параллельного контура;
- характеристическое сопротивление  $\rho = U_c / I_0$  и характеристическую проводимость  $1/\rho \approx I_c / U = I_2 \sin \varphi_2 / U$  контуров;

- полосу пропускания  $\Delta f_{pH} \approx f_{pH} / Q_{pH}$  последовательного контура и полосу пропускания  $\Delta f_{pT} \approx f_{pT} / Q_{pT}$  параллельного контура.

#### **Задание 4 Исследование резонансных явлений в колебательных контурах**

Собрать на рабочем поле схему (рисунок 18) для исследования резонансных явлений в колебательных контурах, и установить параметры её элементов (см. таблицу 5), а также режим АС работы измерительных приборов.

В нижнем положении переключателя  $S$  формируется последовательный колебательный контур, а в верхнем - параллельный. С помощью ваттметра и осциллографа, включенных на входе цепи, удобно наблюдать за характером изменения потребляемой контуром активной мощности  $P$  и угла сдвига фаз  $\varphi$  при изменении частоты  $f$  входного напряжения  $u$ .

Модуль угла  $|\varphi| = \arccos(P/UI)$ , а знак  $\varphi$  определять по расположению осциллограмм напряжения  $u$  и тока  $i$  на экране осциллографа: если ток  $i$  опережает по фазе напряжение  $u$ , то угол  $\varphi$  берётся со знаком "минус", а если ток  $i$  отстаёт по фазе от напряжения  $u$ , то угол  $\varphi$  имеет знак "плюс". Так же угол  $\varphi$  определить по ФЧХ с помощью Плоттера Боде ХВР1, воспользовавшись вкладкой Phase.



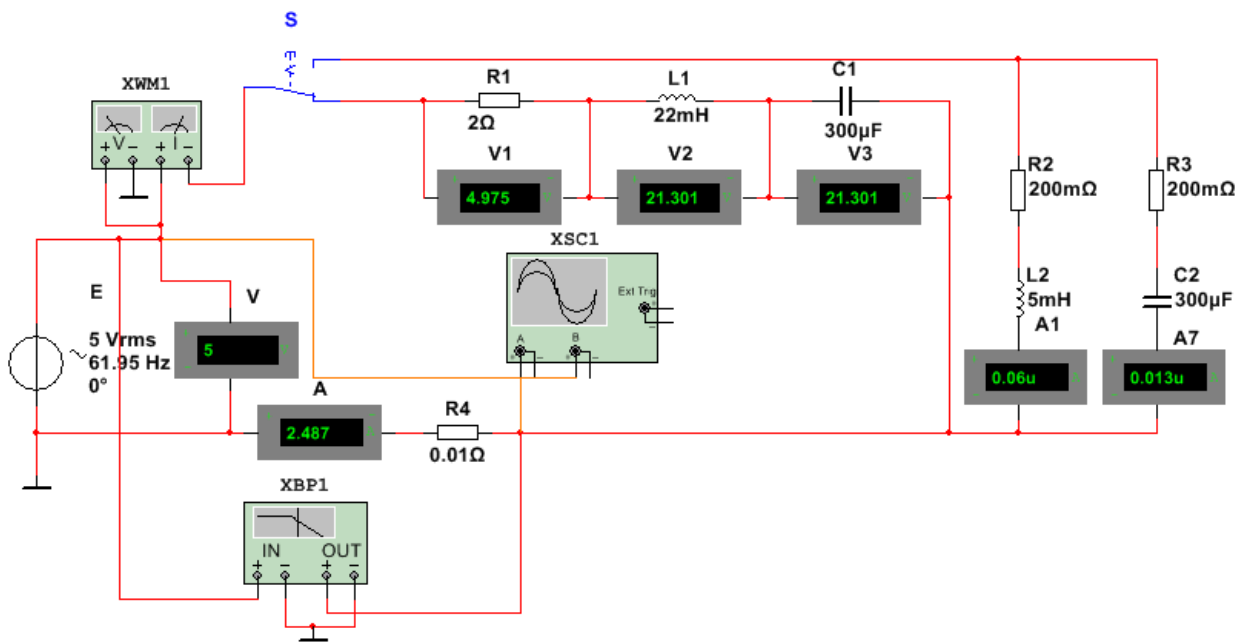


Рисунок 18

Ступенчато изменяя частоту ЭДС источника  $e$  от 30 Гц до 140 Гц, снимать показания приборов и заносить их в таблицу 6.

### Задание 5 Построение графиков

Используя данные эксперимента, построить графики амплитудно-частотных характеристик токов и напряжений: на одном рисунке разместить графики  $I_0(f)$ ;  $U_R(f)$ ;  $U_L(f)$ ;  $U_C(f)$ , а на втором - графики  $I(f)$ ;  $I_1(f)$  и  $I_2(f)$ .

Отметить на графиках координаты точек напряжений и токов при резонансных режимах. На первом рисунке провести пунктирную горизонтальную линию, соответствующую масштабу входного напряжения  $U$ .

Сформулировать в отчёте выводы о влиянии частоты входного напряжения на характер изменения резонансных кривых последовательного и параллельного колебательных контуров.

По данным таблицы 6 для чётных вариантов построить векторные диаграммы напряжений и тока последовательного контура при частотах 30 Гц и

90 Гц, а для нечётных вариантов - векторные диаграммы токов и напряжения параллельного контура при частотах 90 Гц и 120 Гц.

### **Содержание отчёта**

1. Наименование и цель работы.
2. Электрические расчётные схемы и копия схемы цепи, собранной в Multisim.
3. Расчётные формулы и значения параметров колебательных контуров, векторные диаграммы напряжений и токов, графики резонансных кривых.
4. Таблицы с расчётными и экспериментальными данными.
5. Выводы по работе.