Лаб 3

Влад Моисеев ПИН 12

Контрольные вопросы:

1) А расходится, Б не сходится, не расходится

сравним с меньшим $\frac{1}{4n}$

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{4n-1} = 0$ $\quad \int \frac{1}{4n} dn = \frac{1}{4} \ln n$ – расход. =>

$\Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n-1}$ – расход.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \sin\frac{\pi n}{2} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$ – неопределен => расходится

2)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{2}{7} + \frac{2}{9} \ldots\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n+3} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} - \frac{2}{7} + \frac{2}{9} - \frac{2}{11} \ldots\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} = \frac{2}{3} + \sum \frac{(-1)^{n-1}}{2n+3} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\sum \frac{(-1)^{n-1}}{2n+3} = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{3} \approx 0,12$$

3) Ряд станет расходящимся после отнятия от каждого члена единицы

до отнятия 1:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = l = a_1 + a_2 + \quad + a_n$$

после:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n - 1 = a_1 - 1 + a_2 - 1 + \quad + a_n - 1$$

$$= l - n$$

$$\lim_{n \to \infty} l - n = \infty \Rightarrow$$ ряд расходится

4) An <= Bn

А) Если ряд а сходится то о ряде В мы ничего не можем точно сказать, тк все его члены больше или равны членам ряда А. Ряд может как сходится так и расходится

Б) Если ряд В расходится то о ряде А мы также ничего не можем точно сказать, тк все его члены меньше или равны членам ряда В. Ряд может как сходится так и расходится

5)При оценке суммы ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ можно использовать оценку остатка ряда из Утверждения об оценке остатка ряда, т к ряд удовлетворяет условиям. А именно: он монотонно сходящийся. Его сумма равна сумме членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии а значит остаток можно записать в виде: Rk <= a(k-1)/(1-q) $R_k \le \frac{a_{k+1}}{1-q}$.

6) Для вычисления суммы знакопеременного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2+\cos \pi n}{n}$ с заданной точностью нельзя воспользоваться оценкой остатка ряда из Признака Лейбница т к ряд расходится

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos\pi n}{n}(-1)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n}(-1)^n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{n}(-1)^n + \frac{1}{n}\right)$$

$\int_1^{\infty} \frac{1}{n}\,dn = \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ – расход. $\Rightarrow$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cos\pi n}{n}(-1)^n$ – расходится.

По свойству рядов