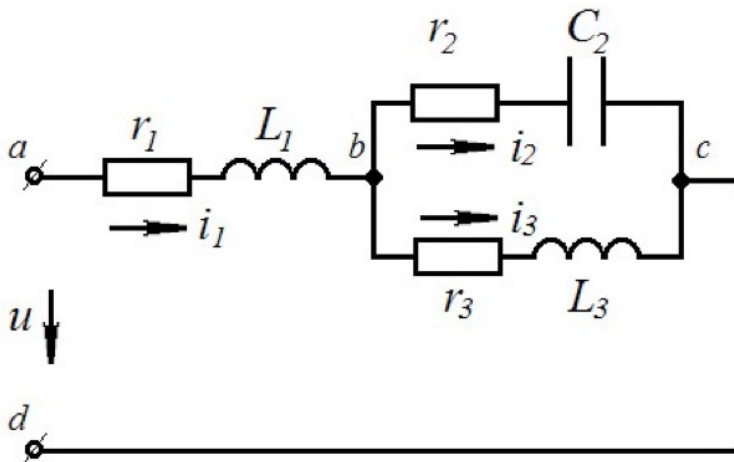


ПРИМЕР. Для схемы, изображенной на рисунке ,



известно, что

$$U = 120 \text{ В}; r_1 = 10 \text{ Ом}; r_2 = 24 \text{ Ом}; r_3 = 15 \text{ Ом}; L_1 = 19,1 \text{ мГн}, \\ L_3 = 63,5 \text{ мГн}; C_2 = 455 \text{ мкФ}, f = 50 \text{ Гц}.$$

Определить токи  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$  в ветвях цепи, напряжения на участках цепи  $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}$ , активную, реактивную и полную мощности и построить векторную диаграмму.

РЕШЕНИЕ. Выражаем сопротивление ветвей в комплексной форме:

$$Z = r \pm jx = ze^{+j\varphi};$$

$$Z_1^\varphi = r_1 + j\omega L_1 = 10 + j2\pi \cdot 50 \cdot 19,1 \cdot 10^{-3} = 10 + j6 \text{ Ом}$$

Переходя от алгебраической записи комплексного числа к показательной, получаем:

$$Z_1 = z_1 e^{j\varphi_1} = 11,6 e^{j31^\circ} \text{ Ом}$$

где

$$Z_1 = \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2} \quad \text{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L_1}{r_1}$$

$$Z_2 = r_2 - j \frac{1}{\omega C_2} = 24 - j \frac{10^{-6}}{2\pi \cdot 50 \cdot 455} = 24 - j7 \text{ Ом} = 25 e^{-j16^\circ 25'} \text{ Ом}$$

$$Z_3 = r_3 + j\omega L_3 = 15 + j2\pi \cdot 50 \cdot 63,5 \cdot 10^{-3} = 15 + j20 \text{ Ом} = 25 e^{j53^\circ 05'} \text{ Ом},$$

Выражаем заданное напряжение  $U$  в комплексной форме. Если начальная фаза напряжения не задана, то ее можно принять равной нулю и располагать вектор напряжения совпадающим с положительным и направлением действительной оси. В этом случае мнимая составляющая комплексного числа будет отсутствовать:

$$\dot{U} = U = 120\text{В},$$

Полное комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = 10 + j6 + \frac{(24 - j7)(15 + j20)}{39 + j13} = \\ &= 10 + j6 + \frac{25e^{-j16^\circ 15'} \cdot 25e^{j53^\circ 10'}}{41e^{j18^\circ 25'}} = 24,4 + j10,8 \\ &= 26,7e^{j23^\circ 55'} \text{ Ом} \end{aligned}$$

Определяем ток  $\dot{I}_1$  в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{120}{26,7e^{j23^\circ 55'}} = 4,5e^{-j23^\circ 55'} \text{ А}$$

Токи  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}_3$  в параллельных ветвях могут быть выражены через ток в неразветвленной части цепи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = 4,5e^{-j23^\circ 55'} \cdot \frac{15 + j20}{39 + j13} = 2,74e^{+j10^\circ 45'} \text{ А} \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} = 4,5e^{-j23^\circ 55'} \cdot \frac{24 - j7}{39 + j13} = 2,74e^{-j58^\circ 35'} \text{ А} \end{aligned}$$

Токи  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}_3$  можно найти и по-другому:

$$\dot{U}_{bc} = Z_{bc} \dot{I}_1 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \dot{I}_1 = \frac{(24 - j7)(15 + j20)}{39 + j13} \cdot 4,5e^{-j23^\circ 55'} = 68,4e^{-j5^\circ 30'} \text{ В}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_2} = \frac{68,4e^{-j5^\circ 30'}}{25e^{-j1^\circ 15'}} = 2,74e^{-j10^\circ 45'} \text{ А}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_3} = \frac{68,4e^{-j5^\circ 30'}}{25e^{j53^\circ 05'}} = 2,74e^{-j58^\circ 35'} \text{ А}$$

Найдем мощности всей цепи и отдельных ее ветвей:

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = 120 \cdot 4,5e^{j23^\circ 55'} = 540e^{j23^\circ 55'} \text{ ВА}$$

Для определения активной и реактивной мощностей полную мощность, выраженную комплексным числом в показательной форме, переводим в алгебраическую форму. Тогда действительная часть комплекса будет представлять собой активную мощность, а мнимая - реактивную:

$$\tilde{S} = 540 \cos 23^\circ 55' + j 540 \sin 23^\circ 55' = 494 + j 218 \text{ ВА.}$$

откуда

$$P = 494 \text{ Вт}; Q = 218 \text{ ВАр.}$$

Активную и реактивную можно найти и по-другому:

$$P = \operatorname{Re}[\dot{U} \dot{I}_1] = \operatorname{Re}[120 \cdot 4,5 e^{j 23^\circ 55'}] = 120 \cdot 4,5 \cos 23^\circ 55' = 494 \text{ Вт};$$

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 10 \cdot 4,5^2 = 202 \text{ Вт}; P_2 = r_2 I_2^2 = 24 \cdot 2,74^2 = 180 \text{ Вт};$$

$$P_3 = r_3 I_3^2 = 15 \cdot 2,74^2 = 112 \text{ Вт}$$

Проверка показывает, что  $P = P_1 + P_2 + P_3$ .

$$Q = \operatorname{Im}[\dot{U} \dot{I}_1] = \operatorname{Im}[120 \cdot 4,5 e^{j 23^\circ 55'}] = 120 \cdot 4,5 \sin 23^\circ 55' = 218 \text{ ВАр};$$

$$Q_1 = x_1 I_1^2 = 6 \cdot 4,5^2 = 122 \text{ ВАр}; Q_2 = x_2 I_2^2 = -7 \cdot 2,74^2 = -52,5 \text{ ВАр};$$

$$Q_3 = x_3 I_3^2 = 20 \cdot 2,74^2 = 150 \text{ ВАр}$$

Учитывая, что  $Q_1$  и  $Q_3$  положительны (реактивные мощности индуктивных катушек), а  $Q_2$  отрицательно (реактивная мощность конденсатора), получим

$$Q = Q_1 - Q_2 + Q_3 = 218 \text{ ВАр.}$$

На рисунке приведена векторная диаграмма токов и напряжений, построенная

