

1. Найти в MatLab, проверить аналитически:  $f^{(24)}(x)$  если  $f(x) = \cos(3x) \cdot (2x^3 - x + 1)$
2. Разложить функцию  $y = x \ln x$  по степеням  $(x - 1)$  до 2-го, 3-го и 4-го порядка. Построить в одном графическом окне графики функций и многочленов Тейлора.
3. Найти уравнения касательной и нормали к кривой. Сделать графическую иллюстрацию:  $y = \sqrt{x^2 + x + 5}$  в точке  $x = 4$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции аналитически и в MatLab. Сделать графическую иллюстрацию:  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$  на отрезке  $[2, 5; 5]$ .
5. Найти предел с помощью правила Лопиталя в MatLab и аналитически:  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{x}$
6. Исследовать в MatLab функцию из задания 10 БДЗ 2 по ОМА, построить график.

#### Номер 1

```
clear; clc;
syms x;
f = cos(3*x)*(2*x^3-x+1);
f24 = diff(f, 24)
```

f24 = 282429536481\*cos(3\*x)\*(2\*x^3 - x + 1) - 254061058594464\*sin(3\*x) - 103934069425008\*x\*cos(3\*x) + 2259436291848\*sin(3\*x)\*(6\*x^2 - 1)

Аналитически:

БДЗ 2. Моисеев Владислав

№1)  $f(x) = \cos 3x \cdot (2x^3 - x + 1)$

$$f^{(24)}(x) = \sum_{k=0}^{24} C_{24}^k (2x^3 - x + 1)^{(k)} \cos 3x^{(24-k)} = C_{24}^0 (2x^3 - x + 1) \cos 3x^{(24)} +$$

$$+ C_{24}^1 (6x^2 - 1) \cos 3x^{(23)} + C_{24}^2 (12x) \cos 3x^{(22)} + C_{24}^3 (12) \cos 3x^{(21)} + 0 + 0 =$$

$$\cos 3x^{(24)} = -3 \sin 3x = 3 \cos(3x + \frac{\pi}{2})$$

$$\cos 3x^{(23)} = -9 \cos 3x = 3 \cos(3x + \frac{3\pi}{2})$$

$$\cos 3x^{(22)} = 27 \sin 3x = 3 \cos(3x + \frac{5\pi}{2})$$

$$\cos 3x^{(n)} = (\cos 3x + \frac{n\pi}{2}) \cdot 3^n$$

$$= (2x^3 - x + 1) \cos 3x + \frac{24\pi}{2} 3^{24} + 24(6x^2 - 1) \cos(3x + \frac{3\pi}{2}) 3^{23} + 276 \cdot 12x \cdot \cos(3x + \frac{5\pi}{2}) \cdot 3^{22} +$$

$$+ 12024 \cdot 12 \cos(3x + \frac{7\pi}{2}) \cdot 3^{21} = 3(2x^3 - x + 1) \cos 3x + 24(6x^2 - 1) \sin 3x \cdot 3^{23} -$$

$$- 3 \cdot 3204x \cos 3x - 24288 \sin 3x \cdot 3^{22}$$

Совпадает с результатом в MatLab.

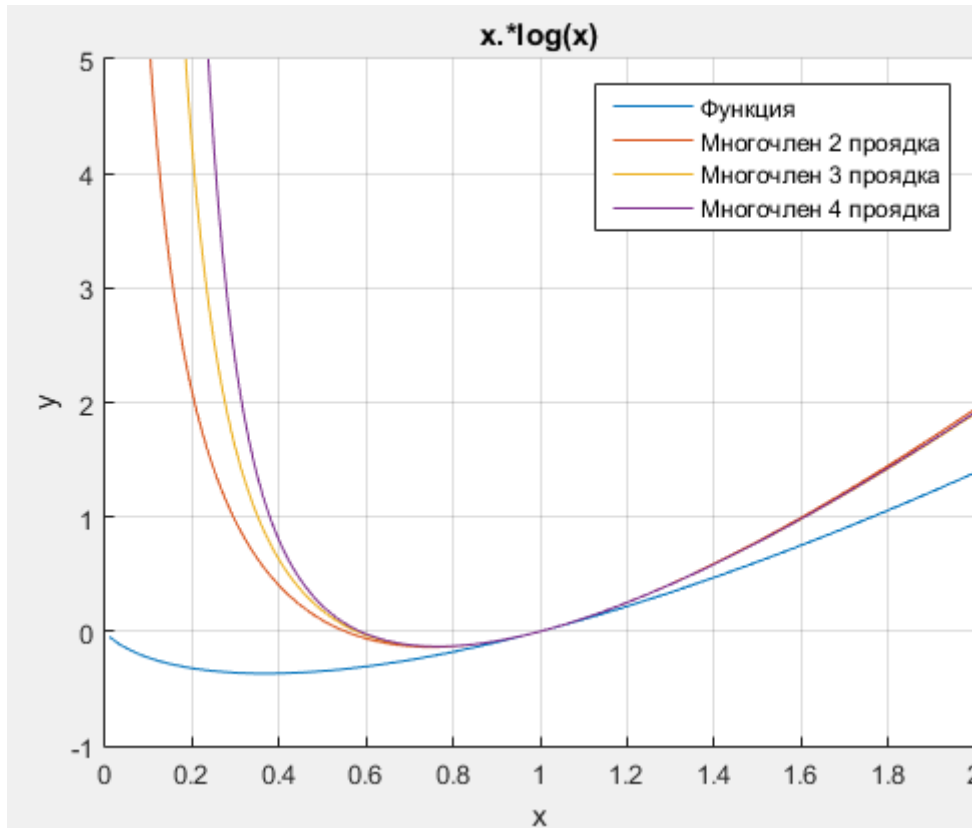
Вывод: Аналитические вычисления по формуле производной n порядка от произведения сходится с результатом матлаб

#### Номер 2

```

clear; clc; cla; close all;
syms z;
ya = @(x)x.*log(x);
x0 = 1; x = [0:0.01:-0.01,0.01:0.01:2];
yap = @(n, x, x0)subs(diff(z*log(z), n), z, x).*(x-x0).^n./factorial(n);
hold on; grid on; ylim([-1, 5])
plot(x, ya(x));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0)+yap(2, x, x0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0)+yap(2, x, x0)+yap(3, x, x0));
plot(x, ya(x0)+yap(1, x, x0)+yap(2, x, x0)+yap(3, x, x0)+yap(4, x, x0));
xlabel('x'); ylabel('y'); title('x.*log(x)');
legend('Функция', 'Многочлен 2 проядка', 'Многочлен 3 проядка', 'Многочлен 4 проядка');

```



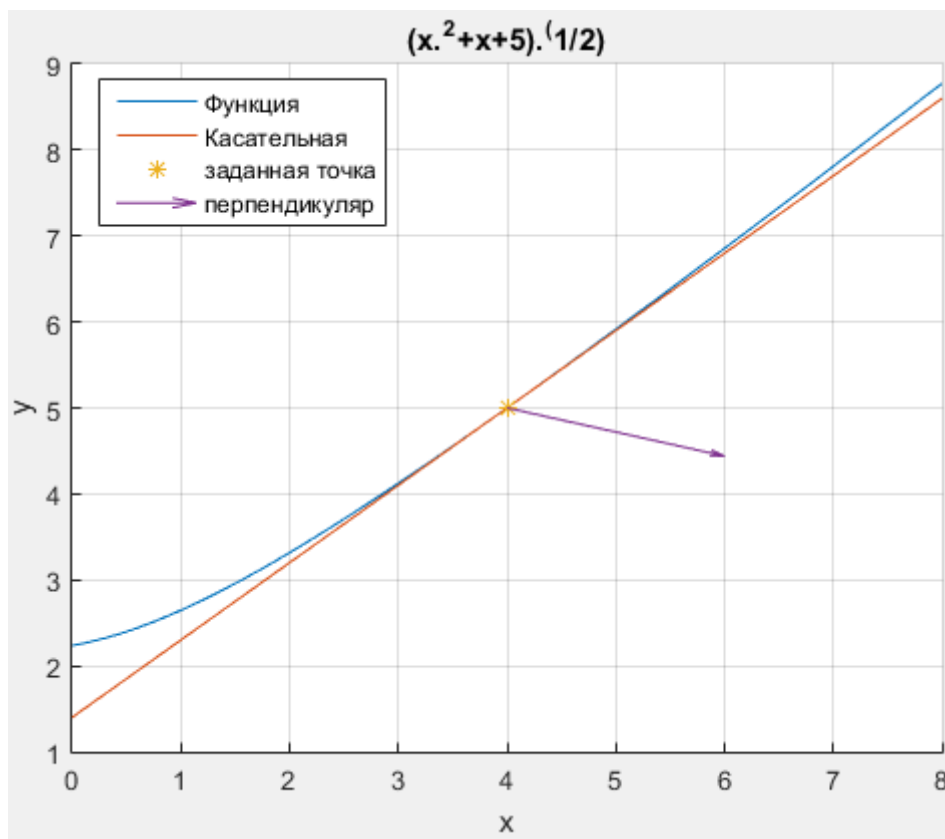
Вывод: Написал функцию для поиска заданного члена последовательности, построил, сложив члены в необходимом количестве. В окрестности точки  $x = 1$  получились искомые значения

Номер 3

```

clear; clc; cla; close all;
syms x; x0 = 4;
y = @(x) (x.^2+x+5).^(1/2);
simplify(diff(sqrt(x.^2+x+5)));
dy = @(x) (2*x + 1) ./ (2*(x.^2 + x + 5).^(1/2));
k = dy(x0);
k*x + y(x0)-x0*k;% (9*x)/10 + 7/5 касательная
ky = @(x) (9*x)/10 + 7/5;
q = [ky(0), ky(4)];
n = [-ky(4), ky(0)];
syms y1 x;
simplify((x-x0)/n(1) - (y1-y(x0))/n(2));%x/5 + (5*y1)/7 - 153/35
ny = @(x) (153/35-x/5)*7/5;
x = 0:0.1:8;
hold on; grid on;
plot(x, y(x), x, ky(x), x0, y(x0), '*')
quiver(x0, y(x0), 6-x0, ny(6)-y(x0), 0);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('(x.^2+x+5).^(1/2)');
legend('Функция', 'Касательная', 'заданная точка', 'перпендикуляр');

```



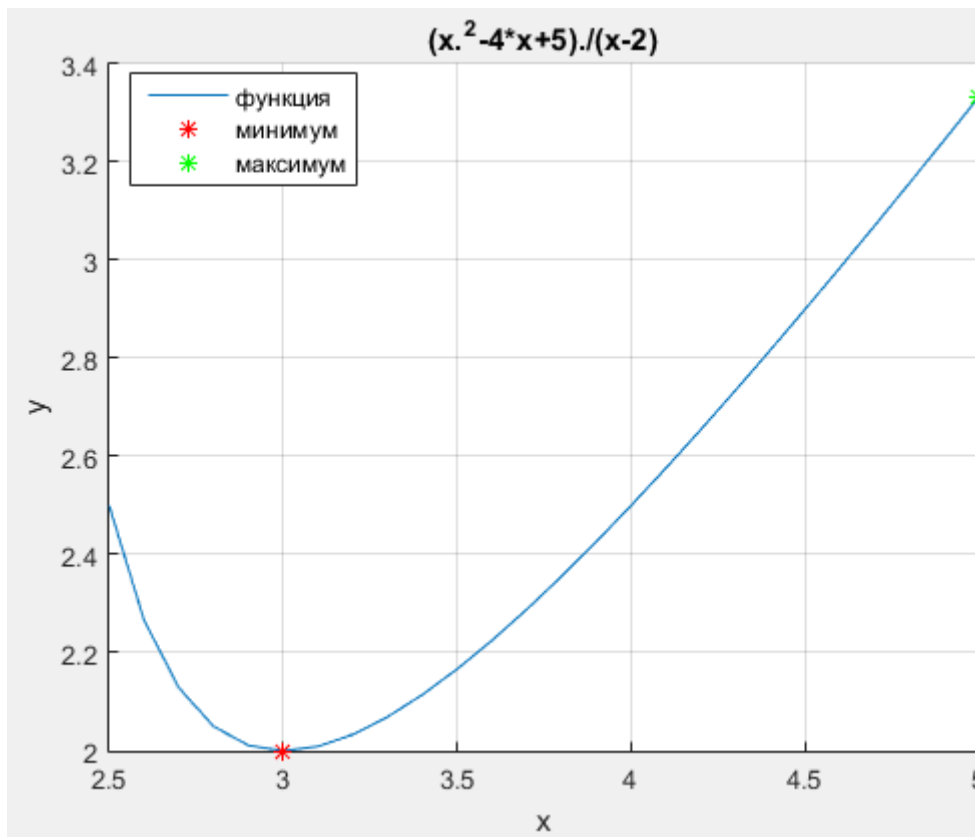
Вывод: касательную нашел как  $y=kx+b$ , где  $k$  – производная функции в данной точке,  $b$  – разность между значением функции и прямой  $kx$ . Определил направляющий вектор касательной с помощью произвольных точек, и по нему определил вектор нормали. Подставил его в канонический вектор прямой и выразил  $y$ . Получилось уравнение нормали. Построил

Номер 4

```

clear; clc; cla; close all;
syms x;
x = 2.5:0.1:5;
Xymin = fminbnd ('(x.^2-4*x+5)/(x-2)', x(1), x(end));
Xymax = fminbnd ('-(x.^2-4*x+5)/(x-2)', x(1), x(end));
y = @(x) (x.^2-4*x+5)./(x-2);
ymin = y(Xymin)
ymax = y(Xymax)
hold on;
plot(x, y(x))
plot(Xymin, ymin, 'r*', Xymax, ymax, 'g*')
grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); title('(x.^2-4*x+5)/(x-2)');
legend('функция', 'минимум', 'максимум');

```



14.  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$   $[2.5; 5]$   
 $y' = \frac{(2x - 4)(x - 2) - (x^2 - 4x + 5)(1)}{(x - 2)^2} = \frac{2x^2 - 8x + 8 - x^2 + 4x - 5}{(x - 2)^2}$   
 $= \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$   $x \neq 2$   $x = 1, 3$   
  
 $x = 3$  — минимум  
 $y(3) = 2$   $y(2.5) = 2.5$   $y(5) = \frac{25 - 20 + 5}{(5 - 2)^2} = \frac{10}{9} \approx 1.11$   
 Ответ:  $y_{\min} = 2$ ,  $y_{\max} = 1.11$

Вывод: Нашел производную функции. В промежутке подставил крайние значения и экстремум в функцию, определил наибольшее и наименьшее значения.

```
clear; clc; cla; close all;
syms x a;
f = x*sin(a/x);
lim = subs(diff(sin(a/x))/diff(1/x), x, inf)
```

lim =

a

$$\text{NS, } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{x} = [\infty 0] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{a}{x}}{\frac{1}{x}} = \left[ \frac{0}{0} \right] \xrightarrow{\text{L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a \sin \frac{a}{x}}{\frac{a}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} a = a$$

$$I = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{a}{x^2} \cos \frac{a}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} a \cos \frac{a}{x} = a$$

Вывод: сделал из  $0 \cdot \infty \Rightarrow 0/0$ . Дальше по правилу Лопиталя.

Номер 6

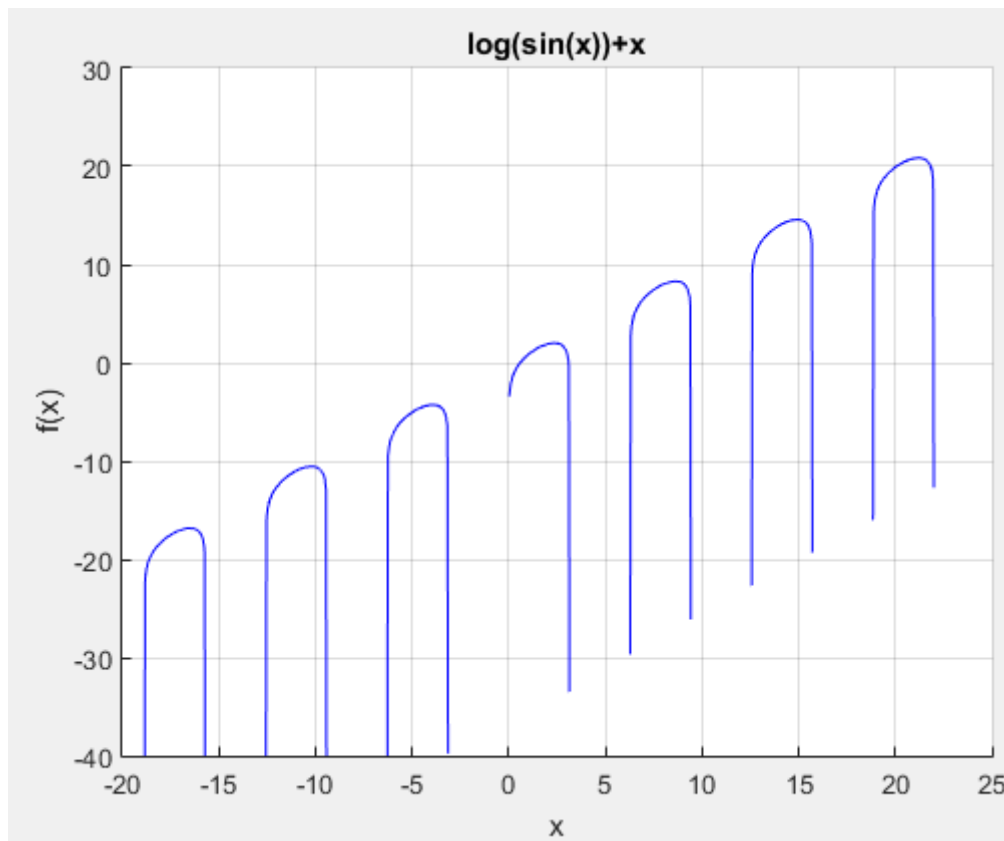
```
clear; clc; cla; close all;
syms x;
f = log(sin(x))+x;
y = @(x)log(sin(x))+x;
hold on;
for k = -3:1:3
    x = 2*pi*k:pi/100:2*pi*k+pi;
    plot(x, y(x), 'b')
end
grid on; xlabel('x'); ylabel('f(x)'); title('log(sin(x))+x'); ylim([-40, 30])

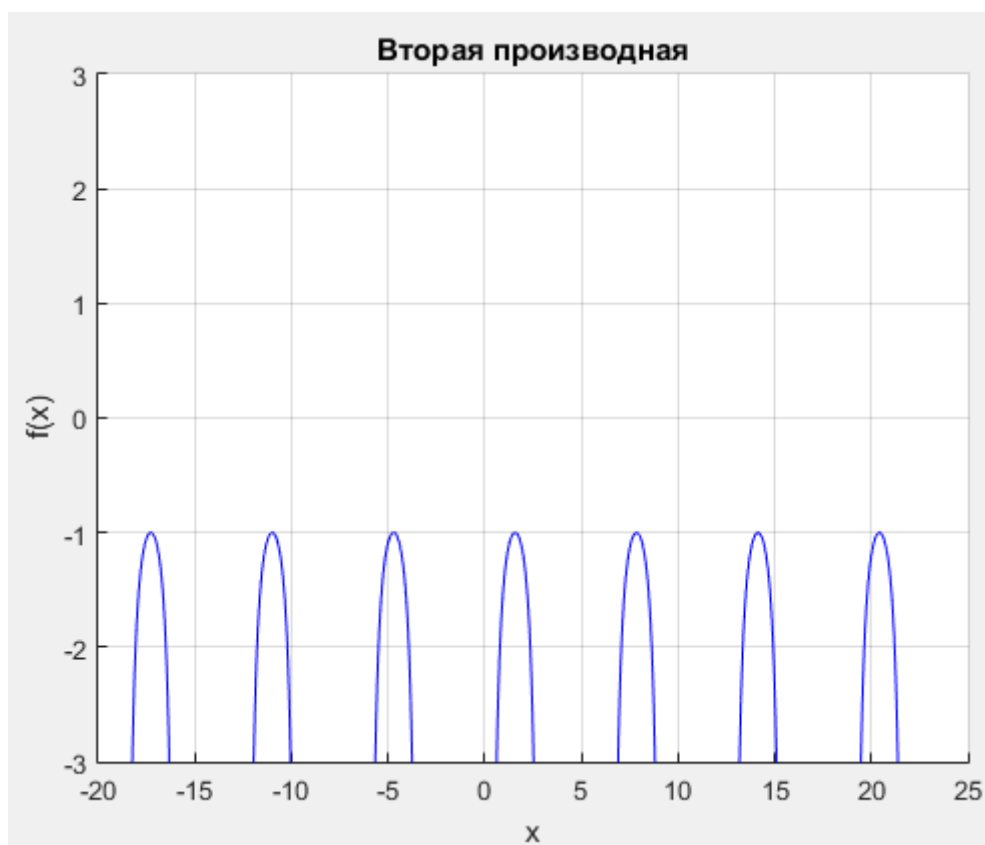
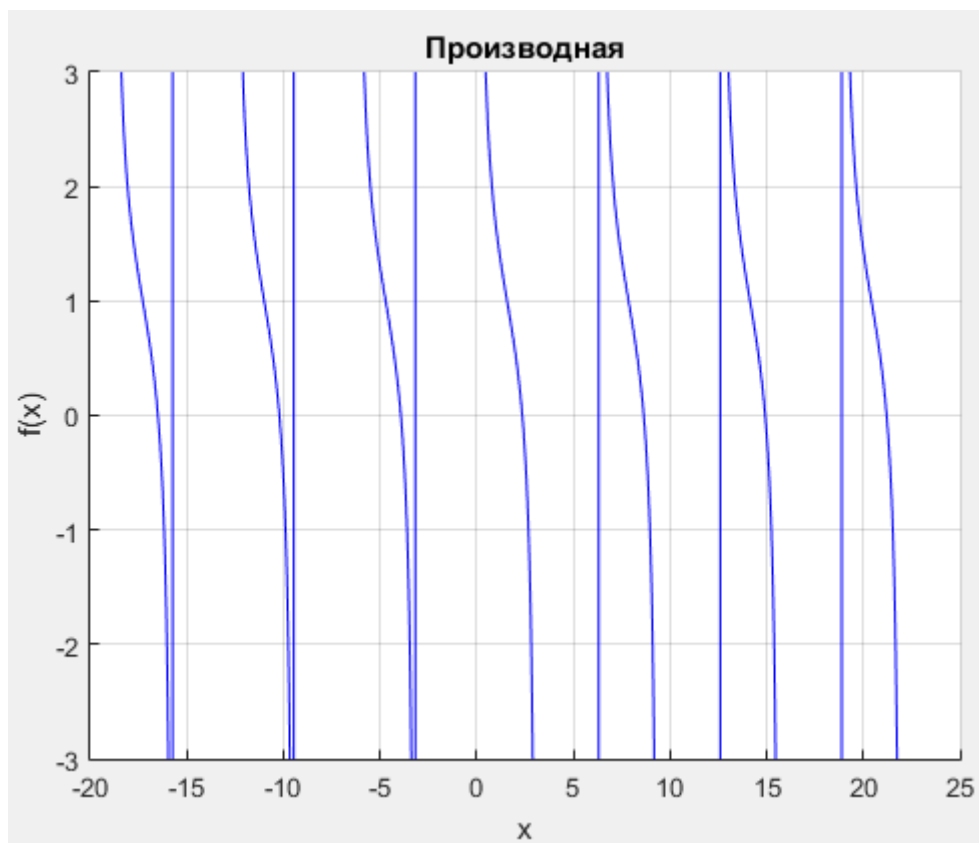
%1) y определена на x = (2*pi*k, 2*pi*k+pi) при k в Z
%2) функция не четная не нечетная, не периодична
%3) при x<0 - y <0, при x>0 - y>0 при x(2*pi*k; 2*pi*k+pi), в x уходит в
%минус беск
x0 = fzero(y, [0.1, 1]);%для первого икса 0.5885
%4) вертикальные асимптоты x = k*pi, для всех k в Z
%5)
syms x;
k = limit((log(sin(x))+x)./x, x, +inf); %k=1
b = limit(log(sin(x))+x-k*x, x, +inf); %limit(log(sin(x)), x == Inf) => наклонных асимптот нет
```

```

%6) первая Производная
syms x;
dy= diff(log(sin(x))+x);
dY = @(x) cot(x)+1;
figure()
hold on;
for k = -3:1:3
    x = 2*pi*k:pi/100:2*pi*k+pi;
    plot(x, dY(x), 'b')
end
grid on; ylim([-3, 3]); xlabel('x'); ylabel('f(x)'); title('Производная');
%максимумы в x = pi/2+2pi*k
%7) вторая производная
syms x;
ddy = simplify(diff(log(sin(x))+x, 2));
ddY = @(x)-1./sin(x).^2;
figure()
hold on;
for k = -3:1:3
    x = 2*pi*k:pi/100:2*pi*k+pi;
    plot(x, ddY(x), 'b')
end
grid on; ylim([-3, 3]); xlabel('x'); ylabel('f(x)'); title('Вторая производная');
%Выпукла вверх на всех промежутках определенности

```





Вывод: расписал все в матлабе. Надеюсь достаточно подробно