Lab 1

[ПОДЗАГОЛОВОК ДОКУМЕНТА]

Влад Моисеев ПИН12

Упражнение 1. Вычислить неопределённые интегралы:

а) $\int x \sin 5x dx$; б) $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x-2)^2}$.

```
clear; clc;
%a
syms x; fa = sym('x*sin(5*x)');
Ia = int(fa,x)

%b
fb = sym('1/((x^2+1)*(x-2)^2)');
Ib = int(fb, x)
```

```
Ia =

sin(5*x)/25 - (x*cos(5*x))/5


Ib =

- (4*log(x - 2))/25 + log(x - 1i)*(2/25 - 3i/50) + log(x + 1i)*(2/25 + 3i/50) - 1/(5*(x - 2))
```

Упражнение 2. Вычислить определённые интегралы в символьном виде:

а) $\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2} dx$; б) $\int_{0}^{1} xe^{3x} dx$.

```
clear; clc;
%a
syms x; fa = sym('sqrt(1-x^2)');
Ia = int(fa, x, [-1, 1])

%b
fb = sym('x*exp(3*x)');
Ib = int(fb, x, [0, 1])
```

```
Ia =

pi/2


Ib =

(2*exp(3))/9 + 1/9
```

Вывод: Быстро, просто, по инструкции

Упражнение 3. Создать М-функции, вычисляющие значения интегральных сумм на отрезке $[a;b]$ при равномерном разбиении его на n отрезков и выбором точек на:

а) левых концах отрезков разбиения;

б) правых концах отрезков разбиения.

Проверить работу М-функций, сопоставив результат выполнения программы и результат, полученный вручную, для интегральных сумм функции $f(x)=x$ на отрезке $[1;2]$ при разбиении его на четыре равных части.

```
clear; clc;
a = 1; b = 2; n = 4; f = sym('x');
right = 0;

S = MV_3f(a, b, f, n, right)

right = 1;
S = MV_3f(a, b, f, n, right)
```

```
function S = MV_3f(a, b, f, n, r)
step=(b-a)/n;
syms x;
S = 0;
if r == 0
    for i = a:step:b-step
        S = S+step*subs(f, x, i);
    end
end
if r == 1
    for i = a+step:step:b
        S = S+step*subs(f, x, i);
    end
end
S = double(S);
end
```

```
S =

    1.3750


S =

    1.6250
```

Вывод: Дабы не писать две аналогичные функции добавил условие на правость. В цикле сложил произведения значения функции на шаг разбиения. Для правой части начал с отступа, для левой – без. Обработал ответ с помощью double ибо в 5 номере он выходил в виде суммы экспонент в огромных степенях.

Упражнение 4. Создать M-функции, вычисляющие значения верхних и нижних сумм Дарбу на отрезке $[a;b]$ при равномерном разбиении его на n отрезков. Проверить работу M-функций, сопоставив результат выполнения программы и результат, полученный вручную, для сумм Дарбу функции $f(x)=x$ на отрезке $[1;2]$ при разбиении его на четыре равных части.

```
clear; clc;
a = 1; b = 2; n = 4; f = sym('x');
[S, s] = MV_4f(a, b, f, n)
```

```
function [S, s] = MV_4f(a, b, f, n)
step=(b-a)/n;

syms x u; S = 0; s = 0;
funp = @(u)double(subs(f, x, u));
funm = @(u)double(subs(-f, x, u));

 for i = a:step:b-step
        s = s+step*subs(f, x, fminbnd(funp, i, i+step));
 end

 for i = a:step:b-step
        S = S+step*subs(f, x, fminbnd(funm, i, i+step));
 end
 S = double(S); s = double(s);
end
```

```
S =

    1.6250


s =

    1.3750
```

Вывод: Для вычисления сумм дарбу преобразовал предыдущую функцию заменив правые значения на значение функции в минимуме и максимуме, для поиска которых использовал функцию fmindbnd и подставил их в функции с помощью subs. Для максимума пришлось ввести дополнительную анонимную функцию с отрицательными значениями. Ответ преобразовывается для 5 задания.

Задания 5-6

Упражнение 5. Используя M-функции упр. 3 и 4, вычислить интегральные суммы и суммы Дарбу для $f(x)=e^{-x^2}$ на отрезке $[1;2]$ при $n=1000$.

Упражнение 6. Вычислить $\int_{1} e^{-x^2}$, используя функцию **quad.** Сравнить результат с результатами упражнения 5, вычислив разности между численным значением интеграла, полученным по формуле Симпсона, и значениями интегральных сумм и сумм Дарбу.

```
clear; clc;
%задание 5
a = 1; b = 2; n = 1000; f = sym('exp(-x^2)');
syms x;
fun = @(u)subs(f, x, u);

right = 0;
SL = MV_3f(a, b, f, n, right)

right = 1;
SR = MV_3f(a, b, f, n, right)

[S, s] = MV_4f(a, b, f, n)

%задание 6
SS = double(quad(fun,a,b))

d1 = SS - SL
d2 = SS - SR
d3 = SS - S
d4 = SS - s
```

Ответ к 5

```
SL =

    0.1354


SR =

    0.1351
```

```
S =

    0.1354


s =

    0.1351
```

Где SL – левая сумма, SR – правая сумма, S и s -

Ответ к 6

```
s =

    0.1351


SS =

    0.1353


d1 =

  -1.7488e-04


d2 =

   1.7468e-04


d3 =

  -1.5538e-04


d4 =

   1.5522e-04
```

Где SS – решение с помощью quad. D1 – d4 – разницы между полученным значением и значениями из 5 номера

Вывод: Степени экспонента были в виде огромных дробей, что сильно увеличивало время вычислений. Как это оптимизировать я так и не понял. Значения получились довольно точными, что говорит об их правильности. Наверное.

ЧАСТЬ С

Упражнение С1. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$:

а) используя средства MatLab;

б) без использования MatLab.

Сопоставить и объяснить результаты.

Упражнение 2С. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x^2\,dx$, используя символьное вычисление MatLab.

Упражнение 3С. Создать М-функцию, вычисляющую значения интегральных сумм на отрезке $[a;b]$ при равномерном разбиении его на n отрезков и выбором точек, делящих отрезки разбиения в произвольном заданном отношении λ.

Проверить работу М-функции, сопоставив результат выполнения программы и результат, полученный вручную, для интегральных сумм функции $f(x)=x$ на отрезке $[1;2]$ при разбиении его на четыре равных части и выбором точек, делящих отрезки разбиения пополам.

```
clear; clc;
%C1
syms x;
f1 = 1/(x^2+2*x+3)^(1/2);
I = int(f1, x)

%C2
fun = @(x)x.*cosd(x.^2);
a2 = 0; b2 = pi/2;
S2 = double(quad(fun,a2,b2))

%C3
a3 = 1; b3 = 2; n = 4; L = 0.5; f3 = sym('x');
S3 = MV_C3f(a3, b3, f3, n, L)
```

Функция для 3 номера

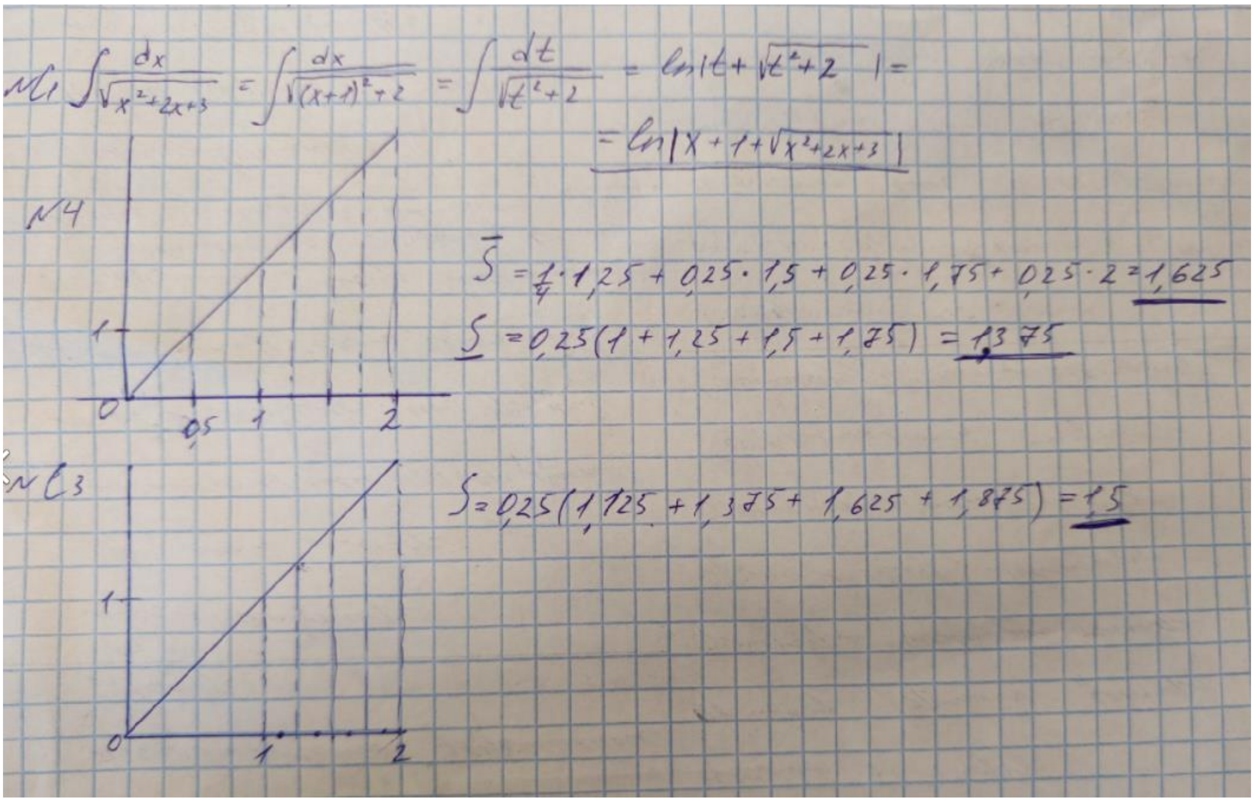
```
function S = MV_3f(a, b, f, n, L)
step=(b-a)/n;
syms x;
S = 0;
for i = a:step:b-step
        S = S+step*subs(f, x, i+step*L);
end
end
```

Результат

```
I =

log(x + (x^2 + 2*x + 3)^(1/2) + 1)


S2 =

    1.2333


S3 =

3/2
```

Вывод: Слегка преобразовал полученные ранее формулы. Для третьего задания написал функцию подобную предыдущим, но принимающую также дополнительный параметр лямбда, который использовал в цикле. Только после решения на бумаге понял как оптимизировать 5 номер но уже поздно.

Решения для номеров С1, С3, 4



ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1)Если в степени интегрируемой функции будет незаданный параметр а, то matlab может посчитать его за комплексное число в результате и ответ будет комплексным. К примеру exp(-ax^2). Если не указать, что а – положительное действительное число, то вылезут комплексные. Так же скорее всего комплексные числа возможны если не указать исключений при вычислении логарифмов и корней.

2) Интегральная сумма в геометрическом смысле представляет собой сумму площадей прямоугольников, на которые разбита криволинейная трапеция под графиком. Верхняя сумма Дарбу равна площади фигуры из прямоугольников, в которой лежит криволинейная трапеция. Нижняя сумма Дарбу - площади фигуры из прямоугольников внутри криволинейной трапеции.

3) Имея наибольшие и наименьшие значения в массивах, непрерывную функцию и равномерное разбиение можно найти верхнюю и нижнюю суммы Дарбу и тем самым примерное значение интеграла. Воспользоваться функцией quad не получится, т к одним из ее аргументов является сама функция.