Практикум 7. Производная функции и ее физический смысл

МОИСЕЕВ ПИН 12

Упражнение 1

Тело движется по прямой. Формула зависимости пути от времени нам неизвестна, но опытным путем получены данные об этой зависимости, представленные в виде таблиц. С помощью этих таблиц можно найти средние значения скорости тела на малых промежутках времени и, тем самым, составить представление о мгновенной скорости в различные моменты времени.

а) Составьте отношения $\frac{Vs(t_0,Vt)}{Vt}=\frac{s(t_0+Vt)-s(t_0)}{Vt}$ для разных значений t_0 и представьте их в виде матрицы, в первой строке которой указаны значения t_0, а во второй – значения средних скоростей на промежутках времени $[t_0;t_0+Vt]$.

б) Постройте «график» зависимости пройденного телом пути от времени и «график мгновенной скорости тела». Графики постройте в разных системах координат одного графического окна, расположив их друг под другом.

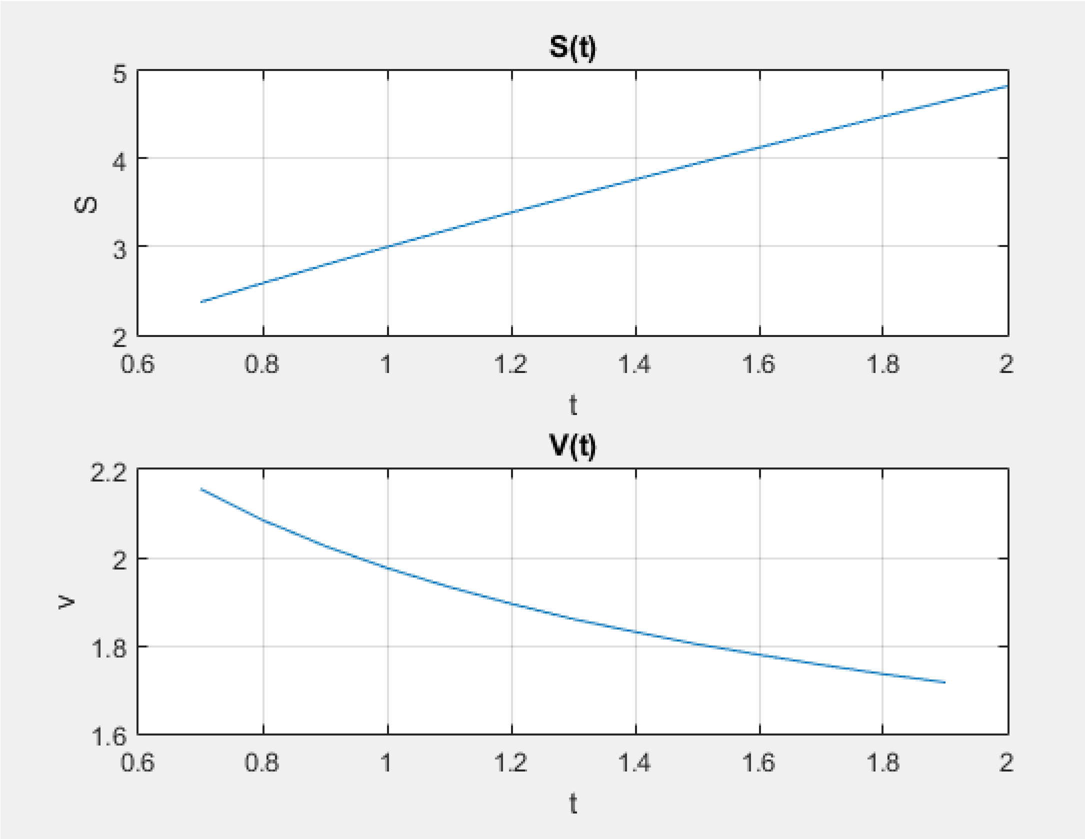
Решение. А:

```
clear; clc; cla; close all;
t = 0.7:0.1:2;
S=[2.3733 2.5889 2.7974 3.0000 3.1976 3.3909 3.5804 3.7664 3.9495 4.1298 4.3077 4.4833 4.6568 4.8284];
A=[0.7:0.1:2.0; 0.7:0.1:2.0];
subplot(2, 1, 1)
plot(t, S)
grid on; xlabel('t'); ylabel('S'); hold on;
title('S(t)');

for i=1:13
    Vm=(S(i+1)-S(i))/0.1;
    A(2, i) = Vm;
end
subplot(2, 1, 2)
plot(A(1, 1:13), A(2, 1:13))
grid on;  xlabel('t'); ylabel('v'); title('V(t)');
```

Результат

```
A =

    0.7000    0.8000    0.9000    1.0000    1.1000    1.2000    1.3000    1.4000    1.5000    1.6000    1.7000    1.8000    1.9000    2.0000
    2.1560    2.0850    2.0260    1.9760    1.9330    1.8950    1.8600    1.8310    1.8030    1.7790    1.7560    1.7350    1.7160    2.0000
```

Решение Б



Вывод: по предоставленной формуле получится посчитать мгновенные скорости на промежутках в 0.1 сек. Поэтому на первом или последнем отметке расстояния не будет посчитана мгновеная скорость. Мгновенная скорость здесь вычисляется как производная от расстояния по скорости.

Графики – это графики. Главное что все есть.

Упражнение 2

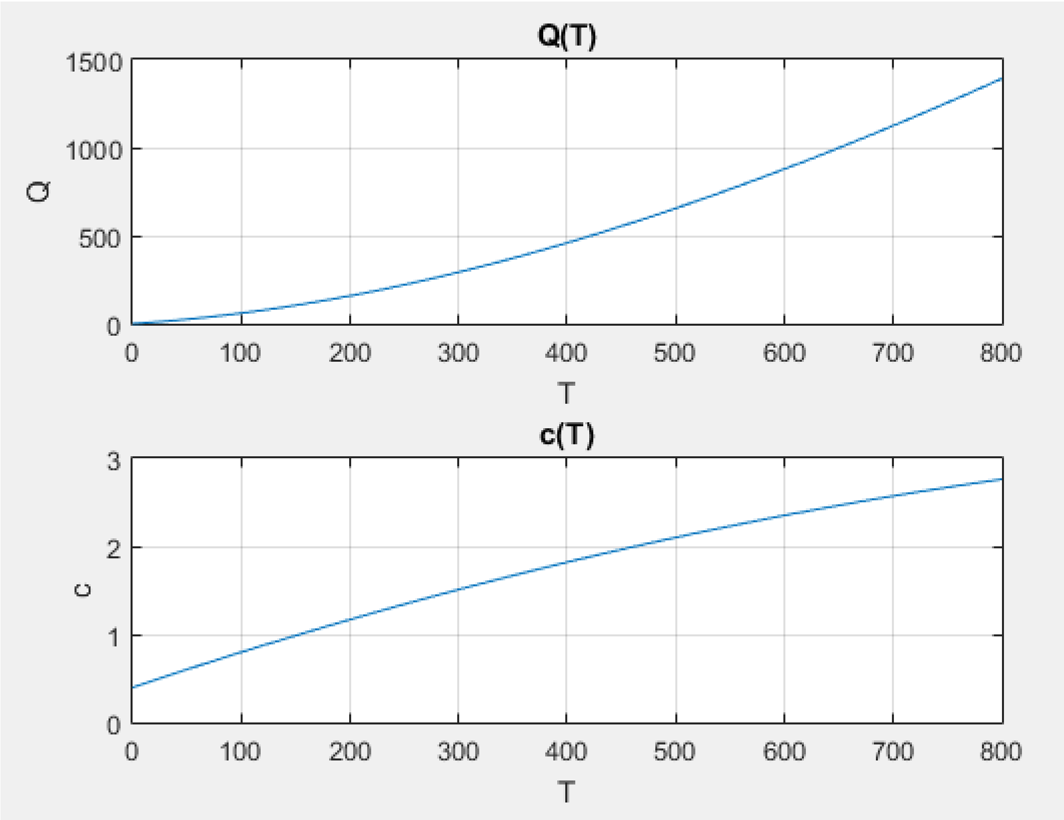
Для алмаза количество тепла (в Джоулях), необходимое для нагревания 1 кг вещества от 0° до T°C в пределах от 0° до $700-800^{\circ}$C хорошо передается следующей эмпирической формулой: $Q(t) = 0,3965T + 2,081\cdot10^{-3}T^2 - 5,024\cdot10^{-7}T^3$.

Найдите формулу, определяющую теплоемкость $c(T)$ алмаза. Постройте графики зависимостей $Q(T)$ и $c(T)$. Графики постройте в разных системах координат одного графического окна, расположив их друг под другом.

Решение

```
clear; clc; cla; close all;
T = 0:800;
Q = 0.3965*T+2.081*10^(-3)*T.^2-5.024*10^(-7)*T.^3;

subplot(2, 1, 1);
plot(T, Q);
hold on; grid on; xlabel('T'); ylabel('Q'); title('Q(T)');

c = 0.3965+2.081*10^(-3)*2*T-3*5.024*10^(-7)*T.^2;
subplot(2, 1, 2);
plot(T, c);
grid on; xlabel('T'); ylabel('c'); title('c(T)');
```

Результат:



Вывод: Теплоемкость здесь вычисляется, как производная количества тела по Т: с(Т)=(Q(T))’

c=0.3965+2.081*10^-3*2.*T-5.024*10^-7*3.*T.^2. А график с является графиком производной Q

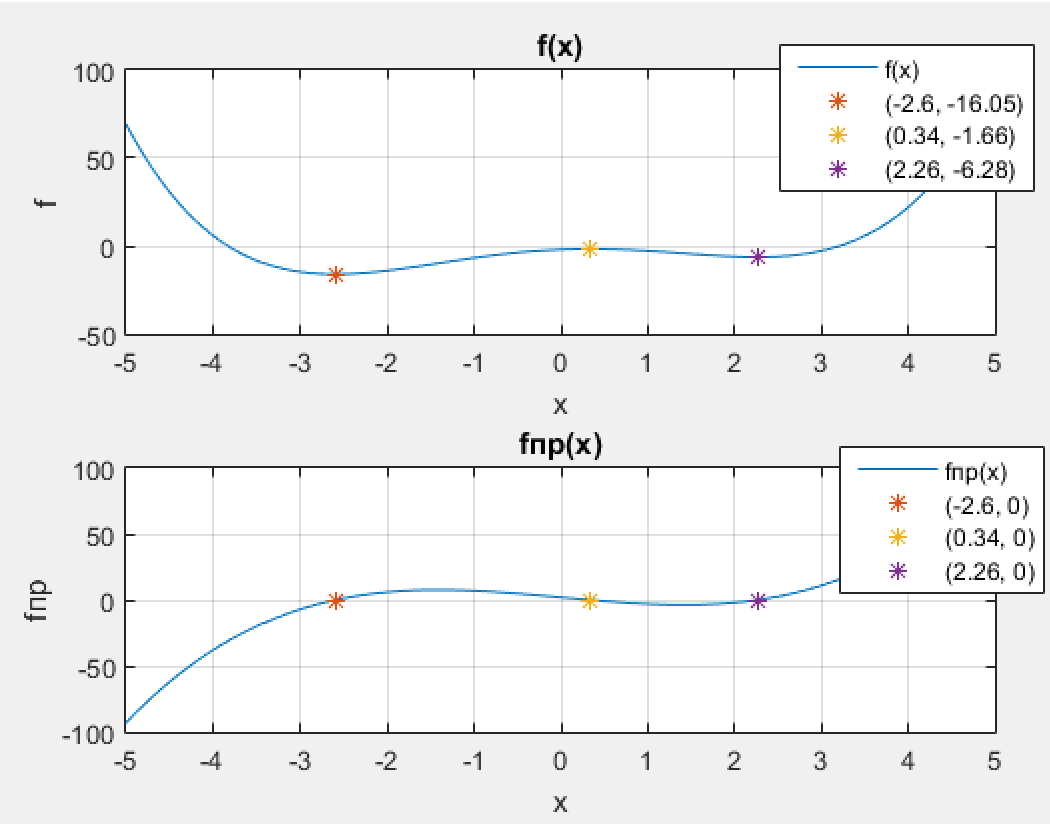
Упражнение 3

Постройте график функции $f(x) = 0,25x^4 - 3x^2 + 2x - 2$ и график ее производной. Укажите промежутки возрастания и убывания функции $f(x)$. Концы промежутков найдите с помощью функции fzero (как нули производной).

Решение:

```
clear; clc; cla; close all;
x = -5:0.1:5;
F = 0.25*x.^4-3*x.^2+2*x-2;
subplot(2, 1, 1);
plot(x, F);
hold on; grid on; xlabel('x'); ylabel('f'); title('f(x)');
f = x.^3-6*x+2;
subplot(2, 1, 2);
plot(x, f);
hold on; grid on; xlabel('x'); ylabel('fпр'); title('fпр(x)');

fun = @(x) x.^3-6*x+2;
x1 = fzero(fun, -3);
x2 = fzero(fun, 0);
x3 = fzero(fun, 2);

subplot(2, 1, 1);
x = [x1, x2, x3];
F = @(x)0.25*x^4-3*x^2+2*x-2;
plot(x1, F(x1), '*', x2, F(x2), '*', x3, F(x3), '*');
legend('f(x)','(-2.6, -16.05)', '(0.34, -1.66)', '(2.26, -6.28)')

subplot(2, 1, 2);
f = @(x)x^3-6*x+2;
plot(x1, f(x1), '*', x2, f(x2), '*', x3, f(x3), '*');
legend('fпр(x)', '(-2.6, 0)', '(0.34, 0)', '(2.26, 0)')
```

Результат:

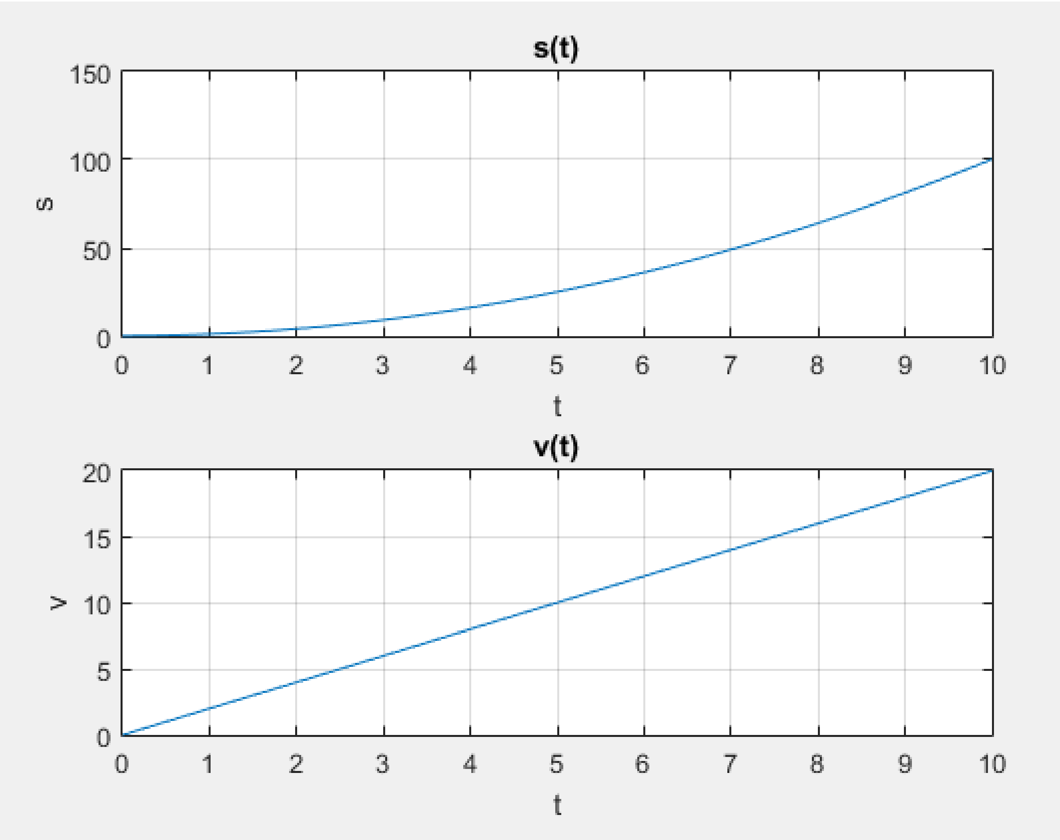


Вывод: f(x) убывает при x = (-беск; -2.6017], [0.3398; 2.2618] и возрастает при x = [-2.6016; 0.3398], [2.2618; +беск). Нашел производную и построил ее и график функции. Нашел экстремумы с помощью fzero и по графику определил промежутки возрастания и убывания.

Упражнение 4. Тело движется по прямой, удаляясь от начала координат по закону $s(t)=t^2+0,2\cos t$. На каком расстоянии от начала координат находится тело в момент, когда его скорость равна 4?

```
clear; clc; cla; close all;
t = 0:0.1:10;
s = t.^2 +0.2*cosd(t);
v = 2*t-0.2*sind(t);
subplot(2, 1, 1);
plot(t, s);
grid on; xlabel('t'); ylabel('s'); title('s(t)');
subplot(2, 1, 2);
plot(t, v);
grid on; xlabel('t'); ylabel('v'); title('v(t)');
syms t;
t  = solve(2*t-0.2*sin(t*3.14/180)-4)%t = 2.0035
S = t^2 +0.2*cos(t*3.14/180)        %s = 4.2139
```

Результат: `s = 4.2139`



Вывод: скорость вычисляется как производная от расстояния по времени. Приравняв производную расстояния к 4 нашел время, через которое скорость = 4. Подставил полученное время в уравнение расстояния. S = 4.2139. График для наглядности.