

Lab 12

Влад Моисеев
|

Упражнение 1

Исследовать функцию $y = \frac{x^4 + 2x^2 + x + 2}{x^3 + 2x^2 + x + 2}$ и построить ее график. При необходимости для полноты картины построить графики функции на разных промежутках. Нанести на графики информацию о нулях функции, координатах экстремумов и точек перегиба. Дополнить график асимптотами (при их наличии).

Производные и построение

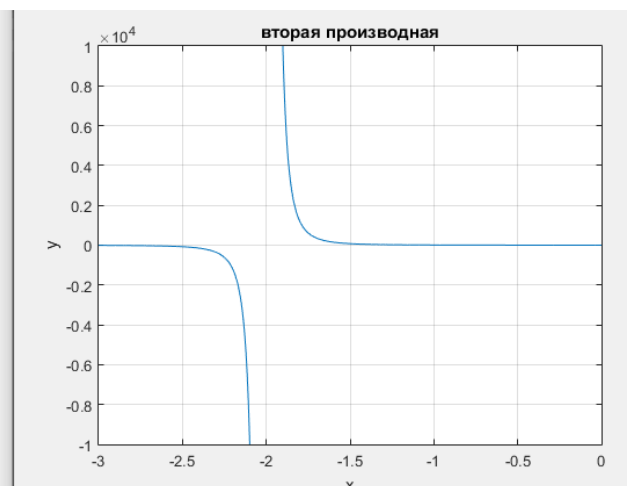
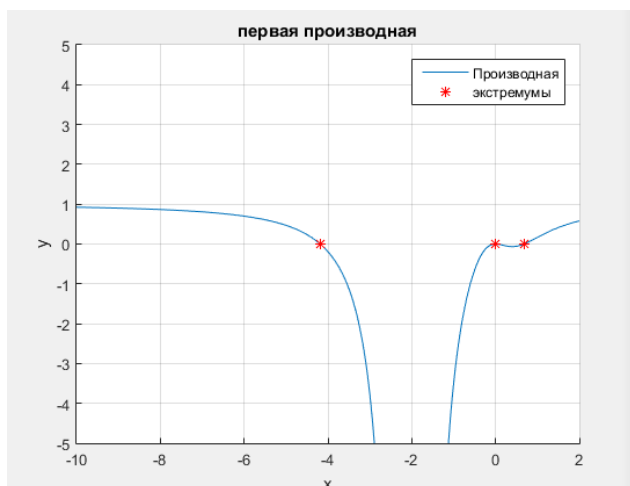
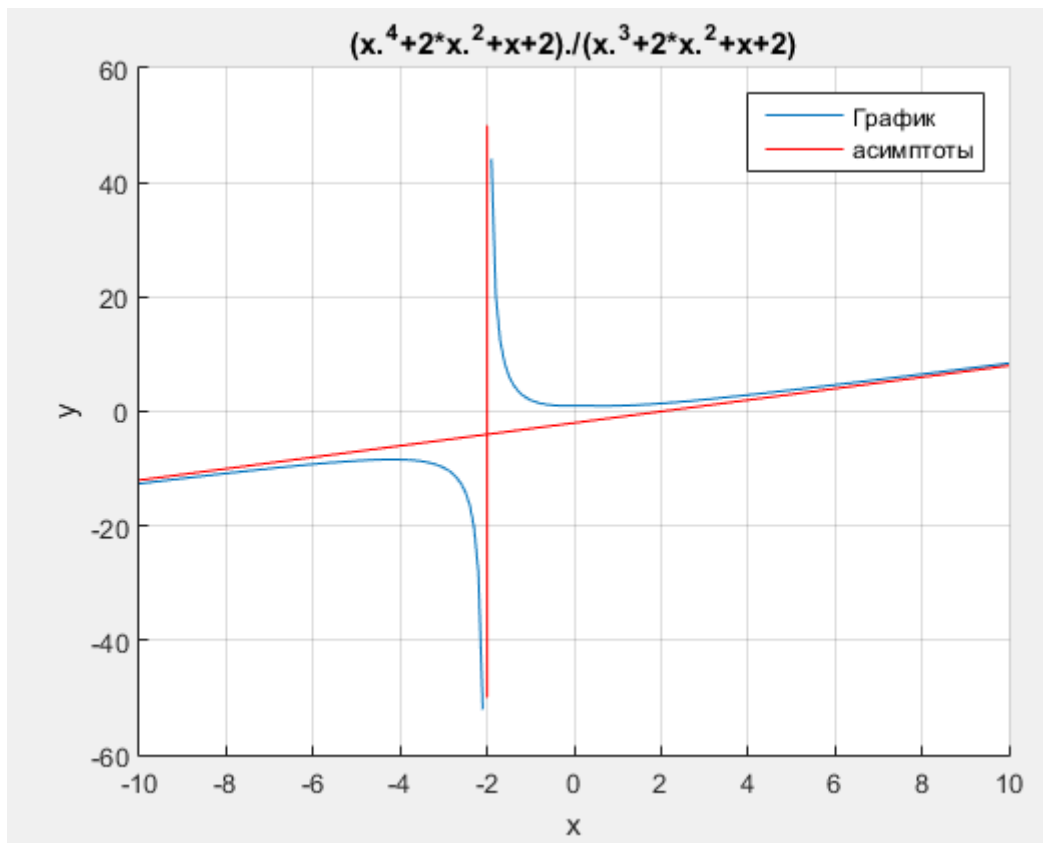
```
clear; clc; cla; close all;
y = @(x) (x.^4+2*x.^2+x+2)./(x.^3+2*x.^2+x+2);
syms x
simplify(diff((x.^4+2*x.^2+x+2)./(x.^3+2*x.^2+x+2)));
simplify(diff((x.^4+2*x.^2+x+2)./(x.^3+2*x.^2+x+2), 2));
dy = @(x) (x.^2*(x.^4 + 4.*x.^3 + x.^2 + 6.*x - 6))./(x.^3 + 2.*x.^2 + x + 2).^2;% первая производная
ddy = @(x) (2.*x.*(5.*x.^5 + 3.*x.^4 + 27.*x.^3 + 19.*x.^2 + 18.*x - 12))./(x.^3 + 2.*x.^2 + x + 2).^3;% вторая производная
x = -10:0.1:10;
hold on; grid on;
plot(x, y(x), x, x-2, 'r')
line([-2 -2], [-50 50], 'Color','r')
xlabel('x'); ylabel('y'); title('x.^4+2*x.^2+x+2)./(x.^3+2*x.^2+x+2)');
legend('График', 'асимптоты')

figure()
x = -10:0.01:2;
hold on;
plot(x, dy(x))
plot(-4.1854, dy(-4.1854), 'r*', 0, dy(0), 'r*', 0.6790, dy(0.6790), 'r*')
grid on; ylim([-5, 5]);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('первая производная'); legend('Производная', 'экстремумы')

figure()
x = -3:0.001:0;
plot(x, ddy(x))
grid on; ylim([-10000, 10000]);
xlabel('x'); ylabel('y'); title('вторая производная');
```

Анализ

```
%1) область определения (-беск, -2)U(-2, +беск)
%2) ни четная ни нечетная, не периодична
%3) нулей нет (по графику)
%4) Разрыв второго рода в x=-2, lim y(-2-0) = -беск, lim y(-2+0) = +беск
%Вертик. асимптоты: x = -2
%5) Наклонные асимптоты:
syms x
k = limit((x.^4+2*x.^2+x+2)./(x.^3+2*x.^2+x+2)./x, x, inf);% 1
b = limit((x.^4+2*x.^2+x+2)./(x.^3+2*x.^2+x+2)-k*x, x, inf);% -2
%y = x-2
%6) первая производная (x.^2*(x.^4 + 4.*x.^3 + x.^2 + 6.*x - 6))./(x.^3 + 2.*x.^2 + x + 2).^2
x1 = fzero(dy, -4.2); % -4.1854 максимум
x2 = fzero(dy, 0); % 0 стационарная точка
x3 = fzero(dy, 0.75); % 0.6790 минимум
%функция возрастает при x = (-беск, -4.1854)U[0.679, +беск)
%функция убывает при x = [-4.1854, 2)U(2, 0)U(0, 0.679]
%7) Вторая производная (2*x*(5*x.^5 + 3*x.^4 + 27*x.^3 + 19*x.^2 + 18*x - 12))./(x.^3 + 2*x.^2 + x + 2).^3
%точек перегиба нет, функция имеет выпуклость вверх до -2, выпуклость вниз
%- после -2|
```



Вывод: подробно по пунктам расписал в матлабе ибо думал что буду сдавать на паре.

Упражнение 2

Скорость молекул идеального газа, находящегося в равновесии при определенной температуре, является случайной величиной, подчиняющейся распределению Максвелла с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta^{3/2} x^2 e^{-\beta x^2/2}, & x > 0 \end{cases}$$

(параметр $\beta > 0$ определяется температурой и массой молекул).

а) Исследовать функцию $f(x)$ при $\beta = 1$ и построить ее график (на рисунок нанести информацию о характерных точках и асимптотах).

б) Изучить на качественном уровне влияние параметра β на поведение функции.

Построение и производные

```
clear; clc; cla; close all
f = @(x, B) sqrt(2/pi) .* B.^(3/2) .* x.^2 .* exp(-B.*x.^2./2);
B = 1;

syms x
simplify(diff(sqrt(2/pi) .* B.^(3/2) .* x.^2 .* exp(-B.*x.^2./2)));
simplify(diff(sqrt(2/pi) .* B.^(3/2) .* x.^2 .* exp(-B.*x.^2./2), 2));
dy = @(x) -(7186705221432913*x.*exp(-x.^2/2).*(x.^2 - 2))./9007199254740992;% первая производная при B = 1
ddy = @(x) (7186705221432913*exp(-x.^2/2).*(x.^4 - 5*x.^2 + 2))./9007199254740992;% вторая производная при B = 1

x = 0:0.1:6;
plot(x, f(x, B), 0, 0, 'r')
hold on; grid on;
xlabel('v'); ylabel('f'); title('sqrt(2/pi) .* B.^(3/2) .* x.^2 .* exp(-B.*x.^2./2)');

figure()
hold on;
plot(x, dy(x), 1.4142, dy(1.4142), 'r');
grid on; xlabel('v'); ylabel('f'); title('первая производная');
legend('Производная', 'экстремумы')

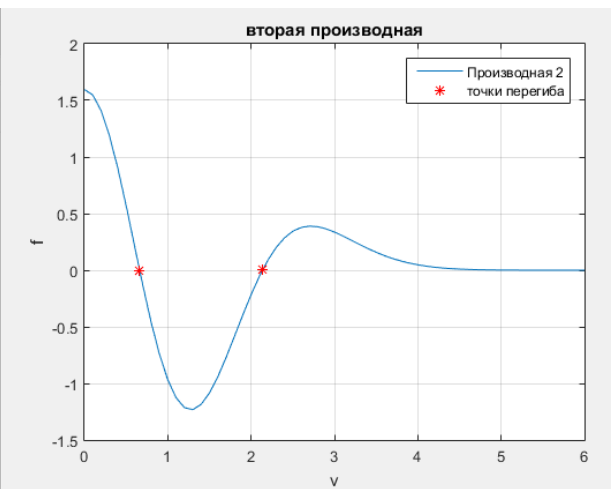
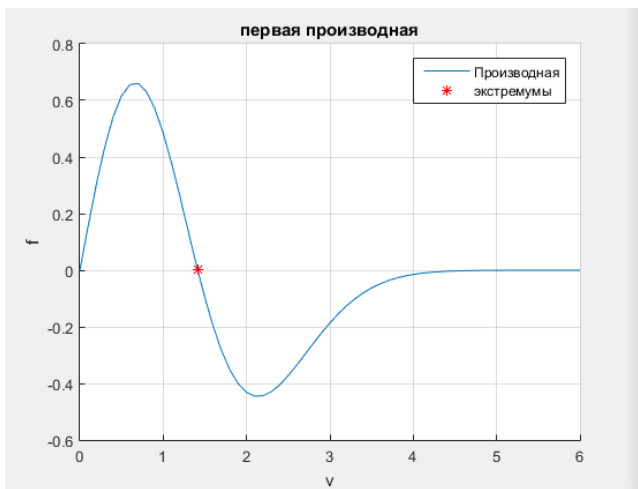
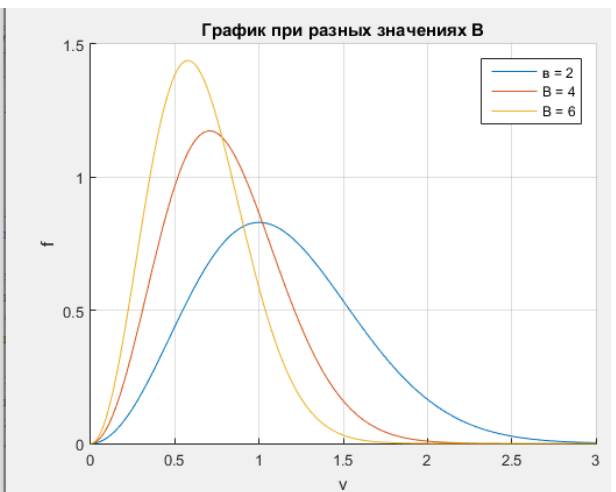
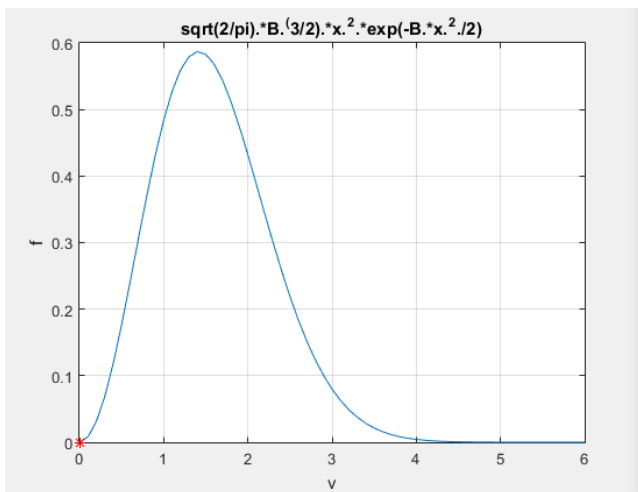
figure()
plot(x, ddy(x), 0.6622, ddy(0.6622), 'r', 2.1358, ddy(2.1358), 'r')
grid on; xlabel('v'); ylabel('f'); title('первая производная');
legend('Производная 2', 'точки перегиба')
```

Анализ

```
%1) область определения (-беск, +беск)
%2) ни четная ни нечетная, не периодична
%3) y = 0, при x <= 0 при x > 0, y > 0
%4) точек разрыва и вертикальных асимптот нет. Граничные пределы = 0
%5) Наклонные асимптоты y = 0;
%6) первая производная -(7186705221432913*x*exp(-x^2/2)*(x^2 - 2))/9007199254740992
x1 = fzero(dy, 1.3); %1.4142 максимум
%7) Вторая производная (7186705221432913*exp(-x^2/2)*(x^4 - 5*x^2 + 2))/9007199254740992
xx1 = fzero(ddy, 0.75); %0.6622 точка перегиба
xx2 = fzero(ddy, 2.1); %2.1358 точка перегиба
%Выпуклости вниз при x = (0, 0.6622] U [2.1358, +inf)
%Выпуклости вверх при x = [0.6622, 2.1358]
```

Анализ влияния бетты на график

```
figure()
x = 0:0.01:3;
hold on;
for B = 2:2:6
    plot(x, f(x, B));
end
grid on; xlabel('v'); ylabel('f'); title('График при разных значениях B');
legend('B = 2', 'B = 4', 'B = 6');
%Чем больше B и тем выше и левее график к оси Oy,
%а значит меньше температура и больше масса молекул
```



Упражнение 3

Исследовать функцию $y = \sqrt{\frac{x^3 - 2x^2}{x - 3}}$ и построить ее график. При необходимости

для полноты картины построить графики функции на разных промежутках. Нанести на графики информацию о нулях функции, координатах экстремумов и точек перегиба. Дополнить график асимптотами (при их наличии).

Производные и построение

```

clear; clc; cla; close all
y = @(x)((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2);
%поиск производных
syms x
simplify(diff((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2));
simplify(diff((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2), 2));
dy = @(x)(x.*(2.*x.^2 - 11*x + 12))./(2*(x - 3).^2.*((x.^2.*(x - 2))./(x - 3)).^(1/2));% первая производная
ddy = @(x)(x.*(11*x - 24))./(4*(x - 2).*(x - 3).^3.*((x.^2.*(x - 2))./(x - 3)).^(1/2));% вторая производная
%графики
x = [-10:0.01:2, 3:0.01:10];
hold on; grid on;
plot(x, y(x)); plot(x, -x-0.5, 'r'); plot(x, x+0.5, 'r'); plot([0 2], [y(0), y(2)], 'g*')
xlabel('x'); ylabel('y'); title('((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2)'); %ylim([-1 1]); xlim([x(1), x(end)])
legend('функция', 'асимптоты', 'нули')

figure()
subplot(1, 2, 1)
hold on;
plot(x, dy(x))
grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); title('первая производная');

subplot(1, 2, 2)
x = [-5:0.01:2, 3:0.01:10];
hold on;
plot(x, dy(x)); plot(1.5, dy(1.5), 'r*', 4, dy(4), 'r*')
grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); title('первая производная'); ylim([-1 1]); xlim([x(1), x(end)])
legend('Производная', 'экстремумы')

figure()
x = [-20:0.01:2, 3:0.01:20];
plot(x, ddy(x))
grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); title('вторая производная'); ylim([-1 1]); xlim([x(1), x(end)])

```

Анализ

```

%Анализ
%1) область определения (-беск, 2] U [3, +беск)
%2) ни четная ни нечетная, не периодична
%3) Нули:
x1 = fzero(y, 0);% 0
x2 = fzero(y, 2);% 2
%функция неотрицательна на всех промежутках
%4) Разрыв второго рода на промежутке x = (2, 3) lim правый = +беск, lim
%левый = 2
%Вертик. асимптоты: x = 3
%5) Наклонные асимптоты:
syms x
k = limit(((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2)./x, x, -inf);% -1
b = limit(((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2)-k*x, x, -inf);% -0.5
%y = -x-0.5
k = limit(((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2)./x, x, +inf);% 1
b = limit(((x.^3-2*x.^2)./(x-3)).^(1/2)-k*x, x, +inf);% 0.5
%y = x+0.5
%6) первая производная (x.*(2.*x.^2 - 11*x + 12))./(2*(x - 3).^2.*((x.^2.*(x - 2))./(x - 3)).^(1/2))
xx1 = fzero(dy, 1);% 1.5
xx2 = fzero(dy, 4);% 4
%функция возрастает при x = (-inf, 0]U[4, +inf)
% функция убывает при x = (-inf, 0)U[1.5, 2)U(4, 4]
%7) Вторая производная (x.*(11*x - 24))./(4*(x - 2).*(x - 3).^3.*((x.^2.*(x - 2))./(x - 3)).^(1/2))
%точек перегиба нет. функция выпукла вниз при x = (-inf, 0)U(3, +inf),
%функция выпукла вверх при x = (0, 2)

```

