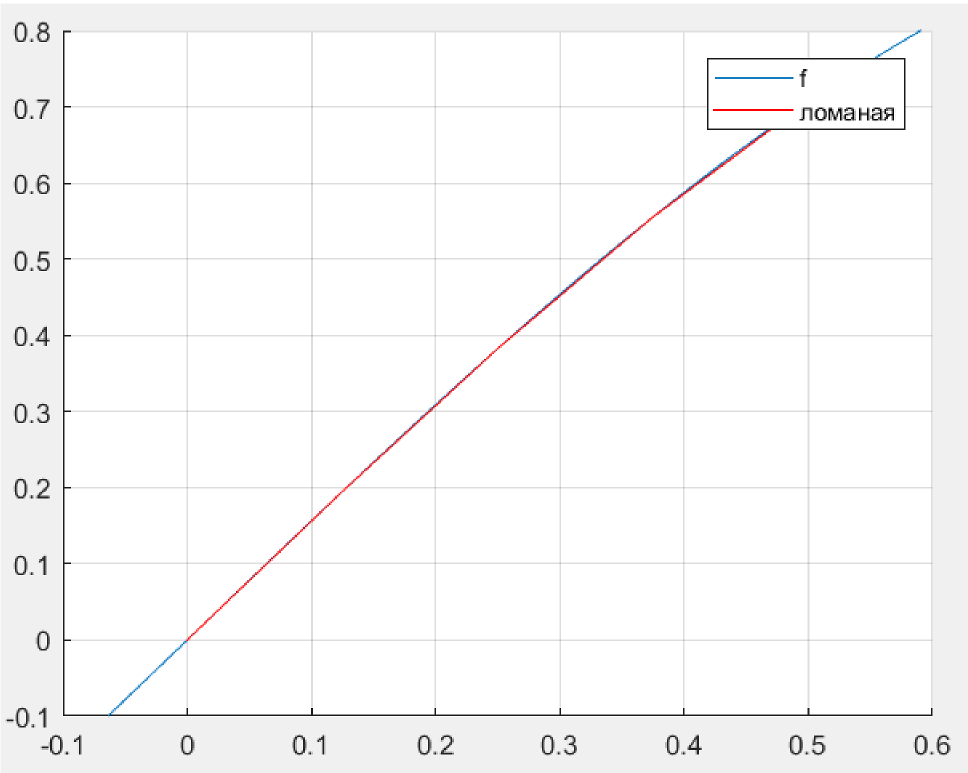
Моисеев ПИН-22 лаб 3 отчет

28. $f(t) = \sin\frac{\pi t}{2}$, $\quad t_i = \frac{i}{8}$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$;

① Используя линейную интерполяцию, найдите значения функции в точках: $t_i$ и сравните с реальным значением $f(t)$ в этих точках. Постройте графики $f(t)$ и ломаной, проходящей через пять заданных точек. Отметьте, насколько сильно они различаются в разных частях графика. Чем это обусловлено?

```
clear; close all; clc;
figure; hold on; grid on; xlim([-0.1, 0.6]); ylim([-0.1, 0.8]);
k = 8; t = 0:1/k:4/k;
f = @(t)sin(pi.*t./2);
fplot(f)

for i = 1:1:(length(t)-1)
    line([t(i), t(i+1)], [f(t(i)), f(t(i+1))],'color','red');
end
```




графики почти не отличаются из-за особенности участка, но совпадают лишь в узлах t. это обусловлено  гладкостью функции

① Постройте по заданным пяти точкам интерполяционный многочлен Лагранжа или Ньютона и, используя его, найдите значения функции в точках $t_i$, Сравните результаты со значениями, полученными при линейной интерполяции, и значениями $f(t)$ в этих точках. Постройте графики $f(t)$ и интерполяционного многочлена. Какую максимальную ошибку мы допускаем при аппроксимации $f(t)$ данным полиномом? Сравните экспериментальную погрешность с теоретической.

```
clear; close all; clc;
syms x;
figure; hold on; grid on;
xlim([0, 0.7]); ylim([0, 0.8]);
format long e

f = sin(pi*x/2);
k = 8; t = 0:1/k:4/k;
P = lagrange2(f, t, x);
fplot(P,[0, 0.5], 'r')

f = @(x)sin(pi.*x./2);
fplot(f, [0, 0.5], '--k');

kdiff = k/4*6; tdiff = 0:1/kdiff:6/kdiff;

%погрешность по лагранжу по графику
for i = 1:1:length(tdiff)
    delta(i) = subs(P, tdiff(i)) - f(tdiff(i));
end
plotdiff = double(max(delta))
```

```
plotdiff =

     5.052758063257547e-06
```

```
%погрешность теоретическая Rn
for i=1:1:5
a(i)=(x-t(i));
end
w=prod(a);

%оценим погрешность сверху
M5 = max(subs(diff(sin(pi*x/2), 5), tdiff));
teorDiff = double(M5/factorial(5)*int(abs(w), 0, 1))
```

```
teorDiff =

     1.895662891625782e-03
```

Теоретическая погрешность больше практической на несколько порядков

② В программе сделать возможность строить многочлен Лагранжа или Ньютона для произвольного набора точек $t = t_0, t_1, \ldots, t_n$.

③ При вычислении многочлена стараться заменить циклы матричными операциями (см. первое практическое занятие).

Лагранж без матриц но с циклом для произвольного кол ва членов

```
function P = lagrange(f, x0, t)
y = subs(f, t, x0);
n = length(x0); P = 0;
for i = 1 : n
    Pbuff = y(i);
    for j = 1 : n
        if i~=j
            Pbuff = Pbuff*(t - x0(j))/(x0(i) - x0(j));
        end
    end
    P = P + Pbuff;
end
end
```

Лагранж матричный для произвольного кол ва членов

```
function P = lagrange2(f, x0, t)
y = subs(f, x0); %массив значений функции
n = length(x0);     %количество точек
A = t - x0;
A = repmat(A, n, 1);                        %(t - x0(j))
B = repmat(x0, n, 1)' - repmat(x0, n, 1) + eye(n).*A;  %(x0(i) - x0(j)
A = A./B;
P = prod(A, 2).*(y');
P = sum(P);
end
```

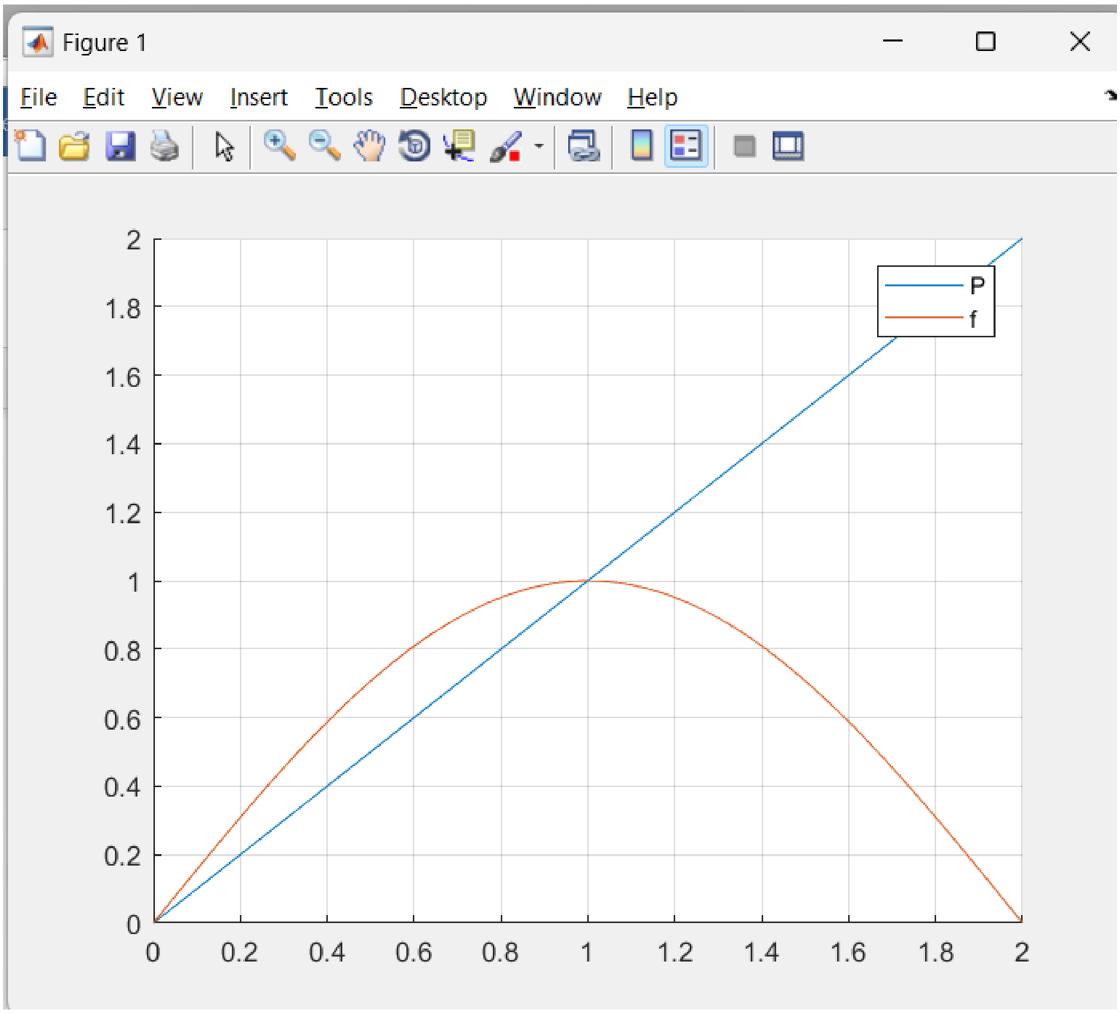
① Найдите значение интерполяционного полинома при $t = 2$. Почему оно так сильно отличается от значения $f(t)$ в этой точке?

```
clear; clc; close all;
syms x;
f = sin(pi.*x./2);

k = 8; t = 0:1/k:4/k;
P = lagrange2(f, t, x);

f1 = subs(f, 2)
p1 = double(subs(P, 2))

hold on; grid on;
fplot(P, [0, 2])
fplot(f, [0, 2])
legend('P', 'f')
%при приближении к точке t=2,полином теряет точность, т. к. эта точка
%не лежит внутри интервала [x0,x4], и не удовлетворяет условиям.
```




f1 = 0  p1 = 2

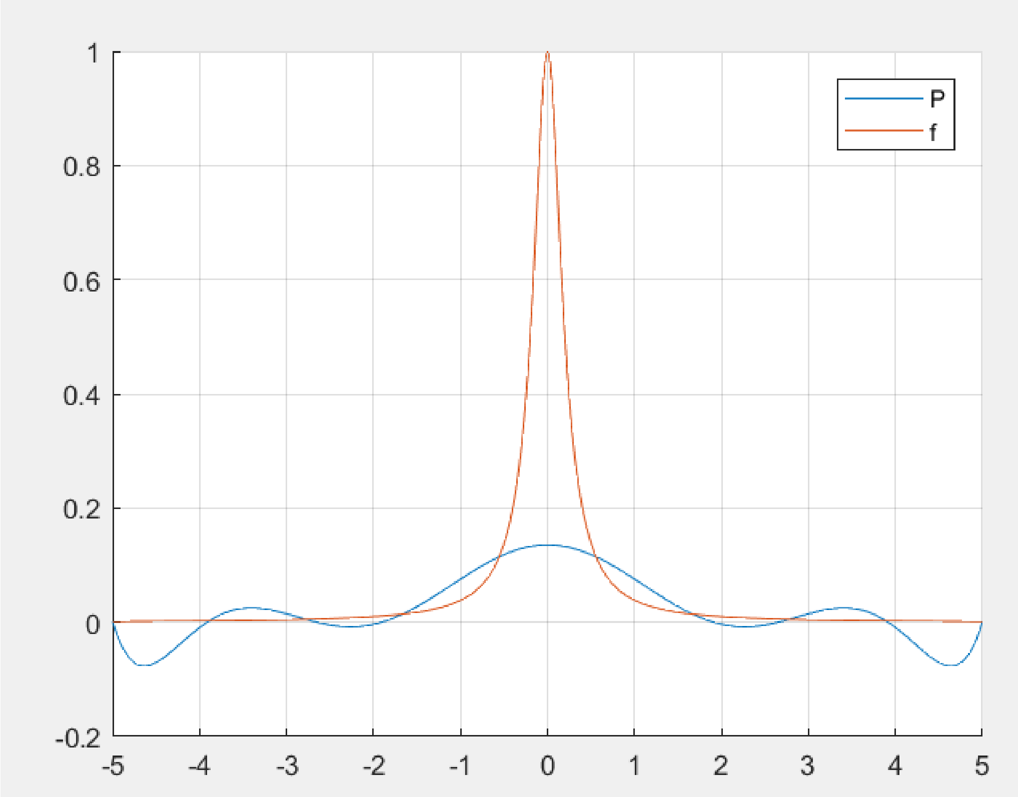
② Задайте функцию Рунге $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ на отрезке $[-5, 5]$ в десяти равноотстоящих точках. Сравните значения функции и интерполяционного полинома при $x = 4,5$. Постройте графики функции и полинома на заданном отрезке и объясните поведение интерполяционного полинома. Посмотрите, что будет происходить при постепенном увеличении числа узлов интерполяции и подумайте, как можно избавиться от получившегося эффекта.

```
close all; clear; clc;
syms x
knot = 10; a = -5; b = 5;
t = a:(b-a)/(knot-1):b;

f = 1/(1+25*x^2);
P = lagrange2(f, t, x);
diff4 = double(subs(abs(f - P), 4))
diff5 = subs(abs(f - P), 5)

hold on; grid on; %ylim([-1, 1]);
fplot(P, [a, b])
fplot(f, [a, b])
legend('P', 'f');

%При увеличении числа чебышевских узлов, на удалении от начала
%координат, в промежуточных точках происходит волнение с большей
%амплитудой
```

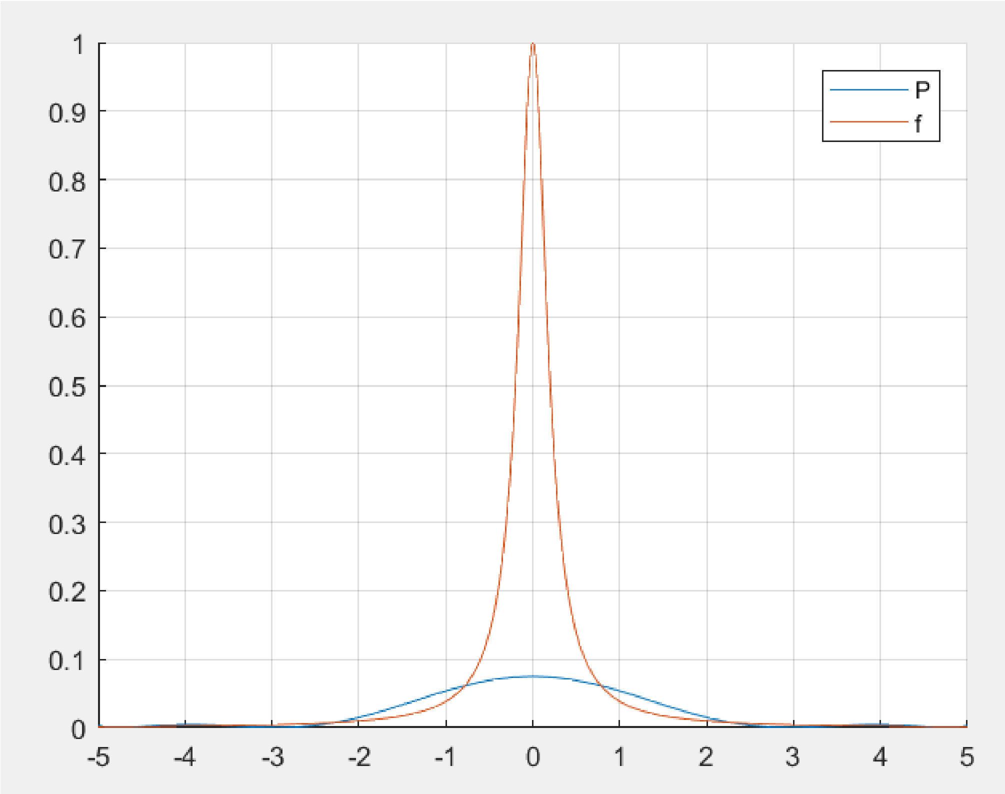



③ Для приближения функции Рунге используйте Чебышёвские узлы. Постройте графики функции и многочлена.

```
close all; clear; clc;
syms x
n = 10; a = -5; b = 5;
%t = a:(b-a)/(n-1):b;

for k = 1:n-1
    t(k) = (a + b)/2 + (b-a)/2*cos( (2*k-1)/(2*n)*pi );
end
f= 1./(1+25*x.^2);
P = lagrange2(f, t, x);
grid on; hold on;
fplot(P,[a, b])
fplot(f,[a, b])
```

На 10 узлах




Ответы на вопросы:

1. Системами каких функций можно приближать заданную таблично функцию? Из каких соображений выбирается эта система?

2. Чем различается построение интерполяционных полиномов Лагранжа и Ньютона?

При добавлении в полином дополнительных корней, полином лагранжа нужно будет полностью пересчитать. В то время как в ньютоне необходимо будет пересчитать только коэффициенты.

3. Сколько полиномов и какой степени можно провести через n точек?

1 полином n-1 степени

4. Пусть таблично заданно достаточное количество точек некоторой степенной функции. Возможно ли и как восстановить коэффициенты этого многочлена?

Только приблизительно

5. Каким образом за счёт выбора узлов можно добиться уменьшения ошибки интерполяции?

Использовать узлы чебышева с большой кучностью

7. Что называется кусочной интерполяцией?

Для приближения функции в точке x строится полином невысокой степени по данным в табличных точках, ближайшим к точке x. Для вычисления используется линейное приближение

$$f(x) \approx f_i + \frac{f_{i+1} - f_i}{h}(x - x_i), \text{ где } h = x_{i+1} - x_i.$$