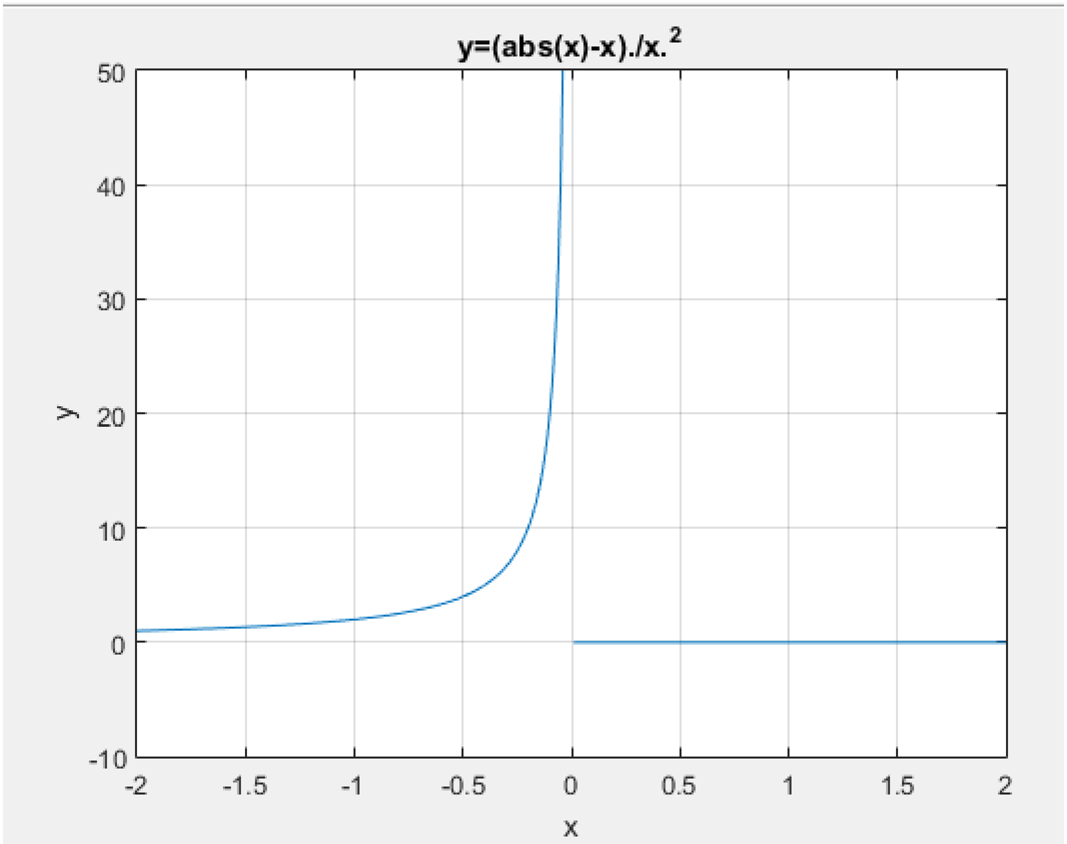
Практикум 6. Предел функции. Непрерывность

Упражнение 1.

Провести качественный анализ функций на непрерывность: построить графики функций и по их виду классифицировать точки разрыва, найти скачки функции в точках разрыва 1-го рода, доопределить функцию до непрерывной в точках устранимого разрыва:

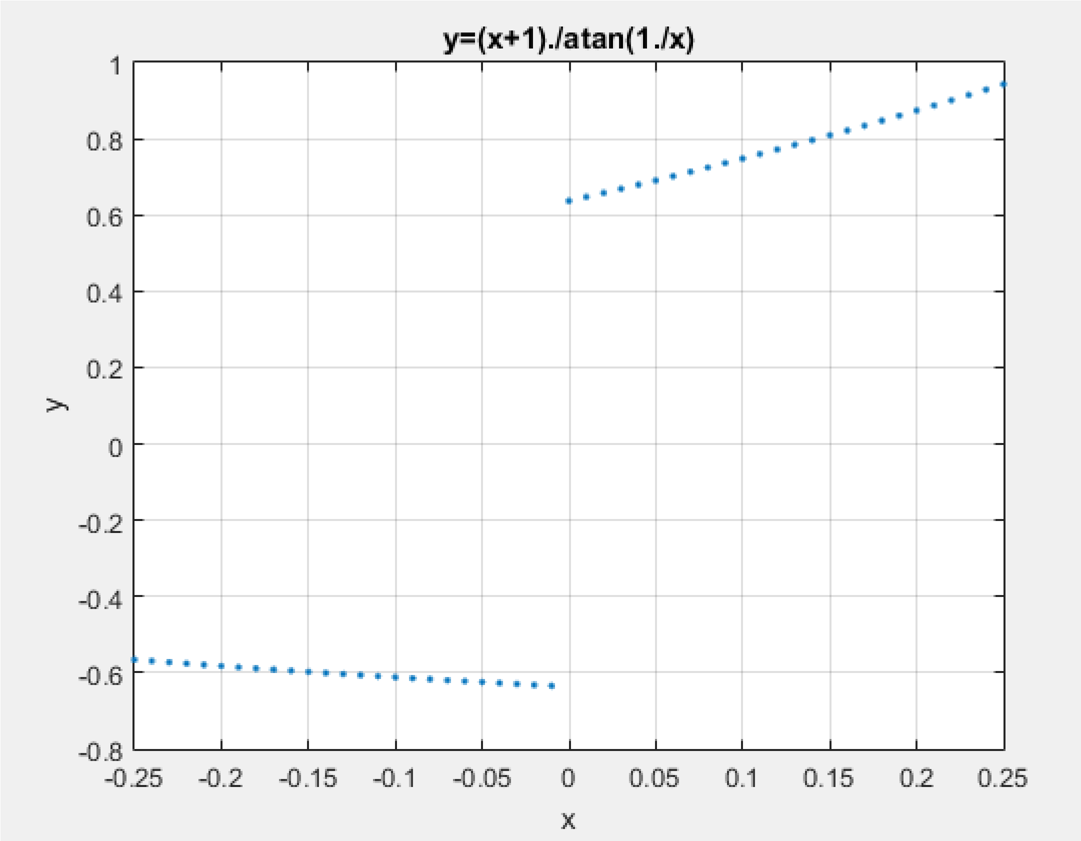
а) $f(x)=\dfrac{|x|-x}{x^2}$; б) $f(x)=\dfrac{x+1}{\operatorname{arctg}(1/x)}$; в) $f(x)=\sin x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; г) $f(x)=\dfrac{\cos\dfrac{\pi x}{2}}{x^3-x^2}$.

```
clear; clc; cla;
x=-2:0.01:2;
y1=(abs(x)-x)./x.^2;
plot(x, y1);
grid on;
xlabel('x'); ylabel('y');
title('y=(abs(x)-x)./x.^2');
ylim([-10 50]);
```



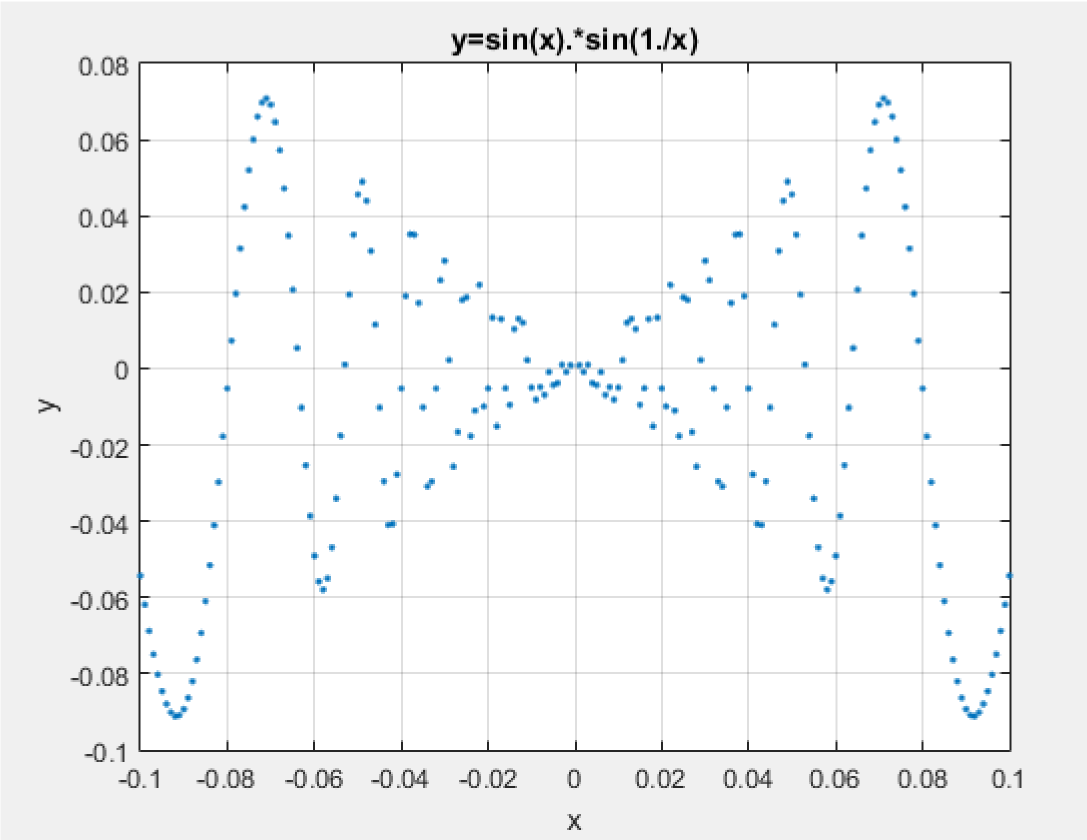

```
разрыв второго рода в x=0 (lim(x=>-0)=+беск)
```

```
%б
x=-0.25:0.01:0.25;
y2=(x+1)./atan(1./x);
figure();
plot(x, y2, '.');
grid on;
xlabel('x'); ylabel('y');
title('y=(x+1)./atan(1./x)');
```



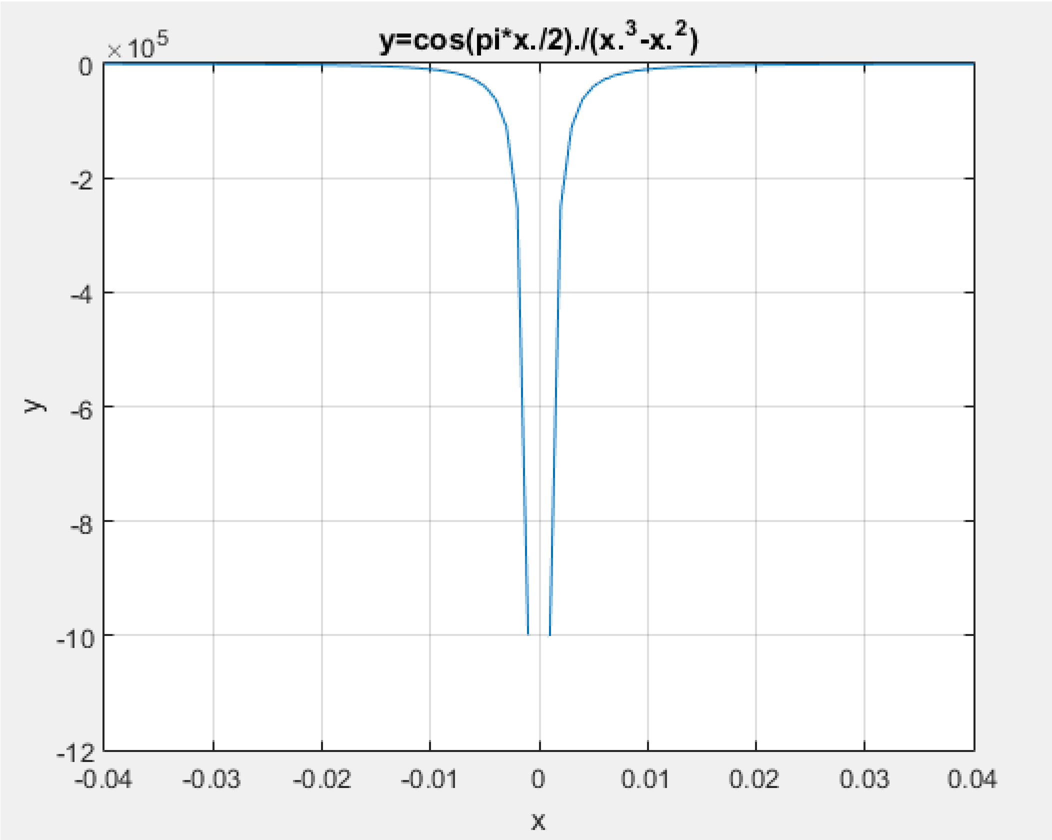
разрыв первого рода в т x=0 скачок с y=-0.62 до 0.62

```
%в
figure();
x=-0.1:0.001:0.1;
y3=sin(x).*sin(1./x);
plot(x, y3, '.');
grid on;
xlabel('x'); ylabel('y');
title('y=sin(x).*sin(1./x)');
```



точка устранимого разрыва в x=0. В x=0 y=0 (по графику)

```
%г
figure()
x=-0.04:0.001:0.04;
y4=cos(pi*x./2)./(x.^3-x.^2);
plot(x, y4);
grid on;
```



%разрыв 2 рода в точке x=0 (правый и левый пределы =>-беск

Вывод: с помощью графиков нашел места разрывов функций и определил их род с помощью правых и левых пределов. Точки устранимого разрыва доопределил по графику.

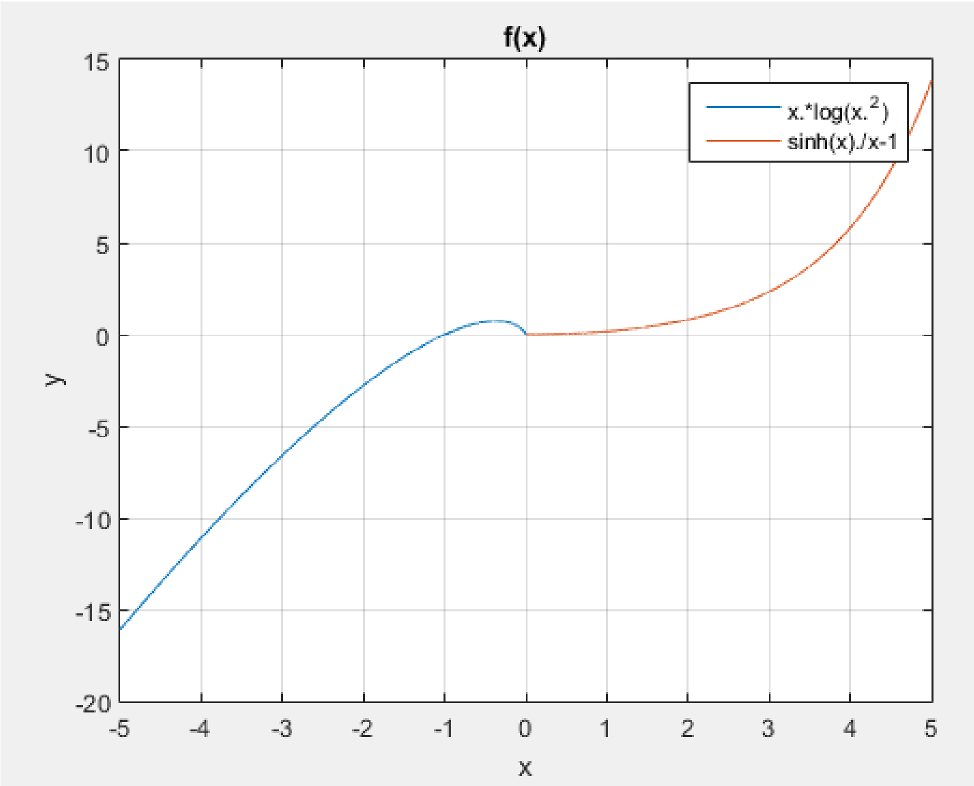
Упражнение 2.

Используя графическую модель непрерывности функции, найти значение a, при котором функция $f(x)$ будет непрерывной, если $f(x)=\begin{cases} x\ln x^2, x>0 \\ a, \quad x=0 \\ \dfrac{\operatorname{sh} x}{x}-1, \quad x<0 \end{cases}$.

```
clear; clc; cla;
xn = -5:0.001:-0.001;
xp = 0.001:0.001:5;
x=0;

Fn=xn.*log(xn.^2);
Fp=sinh(xp)./xp-1;

plot(xn, Fn);
grid on; hold on;
plot(xp, Fp);
xlabel('x'); ylabel('y');
title('f(x)');
legend('x.*log(x.^2)', 'sinh(x)./x-1');
```



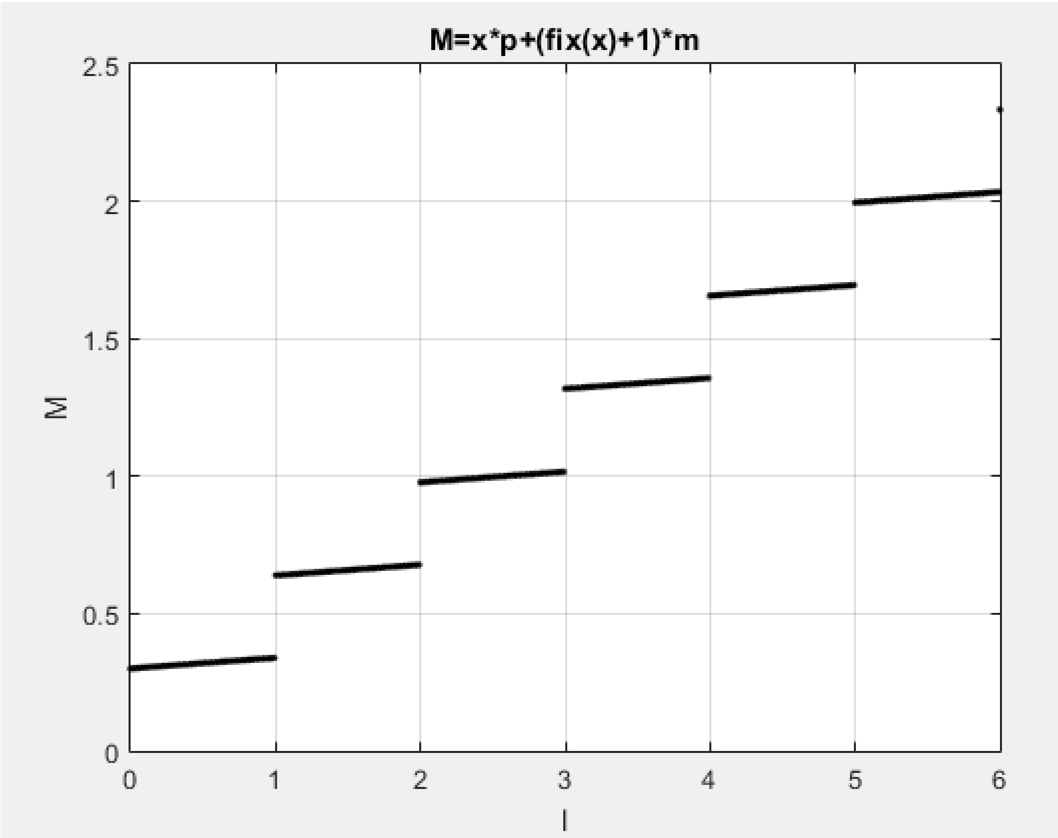
Вывод: a – точка устранимого разрыва функции и, чтобы ее найти, я построил график функции на участках до и после a, со значениями приближенными к точке разрыва. По графику непрерывности определил, что значение a в точке разрыва x=0 a=0. Теперь функция доопределена и непрерывна.

Упражнение 3.

На прямолинейную нить с началом O равномерно на расстоянии $l = 1\ см$ друг от друга нанизаны бусинки, первая из которых находится в точке O. Нить однородна с линейной плотностью $\rho = 0,039 \frac{г}{см}$, масса каждой бусинки равна $m = 0,3\ г$. Найдите формулу, выражающую зависимость массы $M(x)$ (в граммах) участка OA нити от его длины $x = OA$ (в сантиметрах).

Постройте график функции $M(x)$ на промежутке от 0 до 6 см. Опишите поведение функции с точки зрения непрерывности: укажите точки разрыва функции, значения односторонних пределов в точках разрыва, классифицируйте точки разрыва.

```
clear; clc; cla;
p= 0.039; m = 0.3;
x= 0:0.01:6;
M=x*p+(fix(x)+1)*m;
plot(x, M, '.k');
grid on;
xlabel('l'); ylabel('M');
title('M=x*p+(fix(x)+1)*m');
```




```
%точки разрыва первого рода в x = 1; 2; 3; 4; 5.
%левый предел x0=1-0 равен f(0)+x*p и равен f(1)-0.3
%правый предел x0=1+0 равен f(1)
%аналогично для остальных
```

Вывод: найдя зависимость массы нити от ее длины, построил график. По графику очевидно что в точках x=1; 2; 3; 4; 5 – разрывы первого рода с разницей значений =0,3. Разрывы появляются закономерно на каждой бусине. При этом Функция монотонно возрастает.