LAB 10

Влад Моисеев ПИН-12

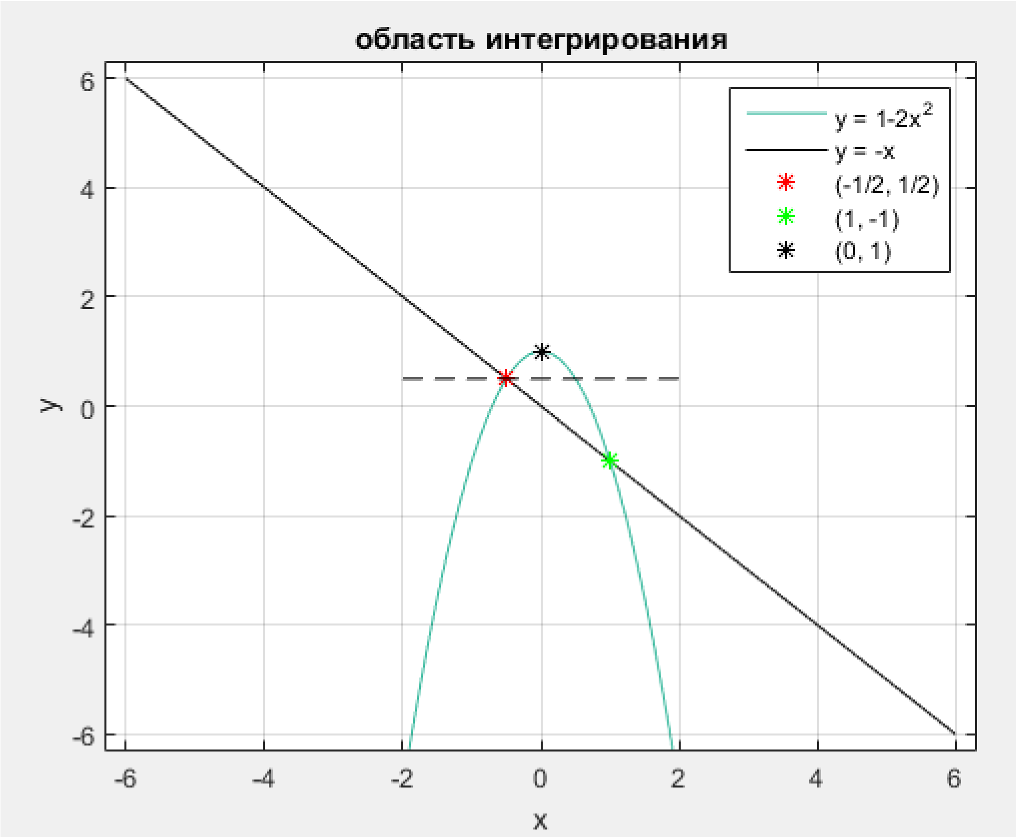
Упражнение 1С. Изобразить область интегрирования. Вычислить интеграл, расставив пределы интегрирования двумя способами:

$$\iint\limits_G \sin(xy)dxdy, \text{ где } G \text{ ограничена кривыми } y = 1-2x^2 \text{ и } y+x=0.$$

```
close all; clear; clc;
x = -6:6;
ezplot('y = 1 - 2*x^2');
hold on; grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); title('область интегрирования')
plot(x, -x, 'k')
syms x y

%y = -x
%y = 1-2x^2
s = solve(1-2.*x.^2 +x);
X = [s(1), s(2)];
Y = [-s(1), -s(2)];

%В ОДНУ СТОРОНУ
f = sin(x*y);
Iy = int(f, y, 1-2*x^2, -x);
Ix = int(Iy, x, min(X), max(X));
I1 = vpa(Ix,5)

%В ДРУГУЮ
%x = -y
%x = +- sqrt((1-y)/2)
Ix1 = int(f, x, sqrt((1-y)/2), -y);
Iy1 = int(Ix1, y, min(Y), max(Y));

Ix2 = 2*int(f, x, sqrt((1-y)/2), 0);
ext = subs(1-2.*x.^2, x, 0);
Iy2 = int(Ix2, y, max(Y), ext);

I2 = Iy1+Iy2;
I2 = vpa(I2, 5)

plot(X(1), Y(1), 'r*')
plot(X(2), Y(2), 'g*')
plot(0 ,ext, 'k*')
legend('y = 1-2x^2', 'y = -x', '(-1/2, 1/2)', '(1, -1)', '(0, 1)')
```

```
I1 =

0.067124
```

```
I2 =

0.067124
```

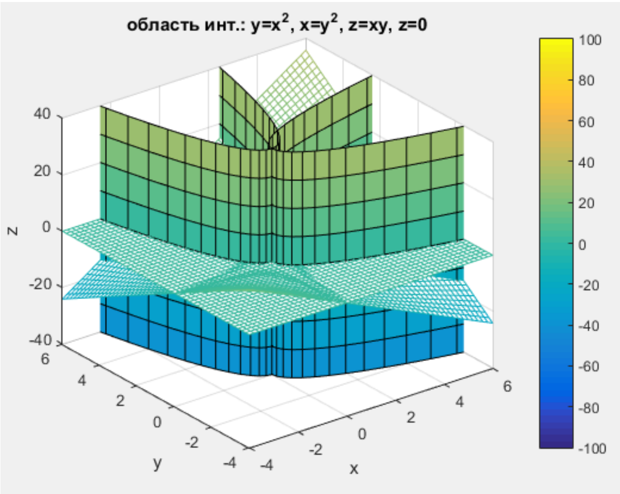


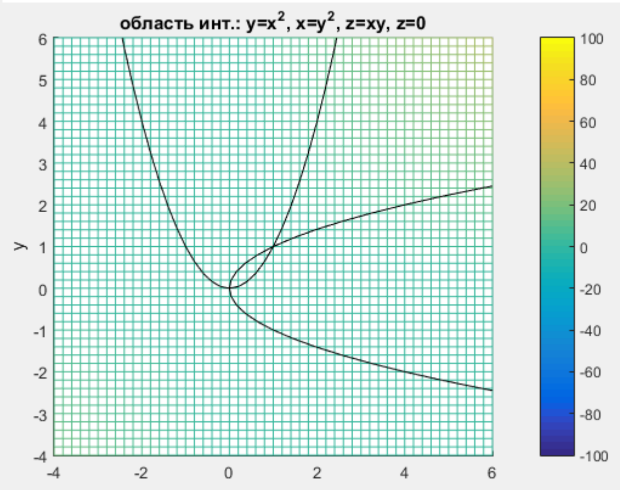
Вывод: поначалу интеграл не получался но функция vpa для динамической точности помогла.

Интегрировал в обе стороны. При интегрировании сначала по x разбил график на две части. Точность вышла высокой, как миинимум до 6 знака после запятой

Упражнение 2C. Изобразить область интегрирования. Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V xyz\,dx\,dy\,dz$, где V ограничена поверхностями $x=y^2$, $y=x^2$, $z=xy$ и координатной плоскостью $z=0$.

```matlab
close all; clear; clc;
[x, y] = meshgrid(-10:0.2:10, -10:0.2:10);
z = x.*y;
mesh(x, y, z)
hold on; grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
title('область инт.: y=x^2, x=y^2, z=xy, z=0');
xlim([-4 6]); ylim([-4 6]); zlim([-40 40]); colorbar;

mesh(x, y, zeros(size(z)))

[x, z] = meshgrid(-10:0.2:10, -100:10:100, 'r');
surf(x, x.^2, z)

[y, z] = meshgrid(-10:0.2:10, -100:10:100);
surf(y.^2, y, z)

syms x y z
f = x*y*z;
s = solve(x^2-sqrt(x));
X = [s(1), s(2)];
Y = X.^2;
Iz = int(f, z, 0, x*y);
Iy = int(Iz, y, x^2, sqrt(x));
Ix = int(Iy, x, min(X), max(X))
```






```
Iz =

(x^3*y^3)/2
```

```
Iy =

-(x^5*(x^6 - 1))/8
```

```
Ix =

1/96
```

Вывод: Самое сложное – изобразить область интегриррования, а сам интеграл простейший.

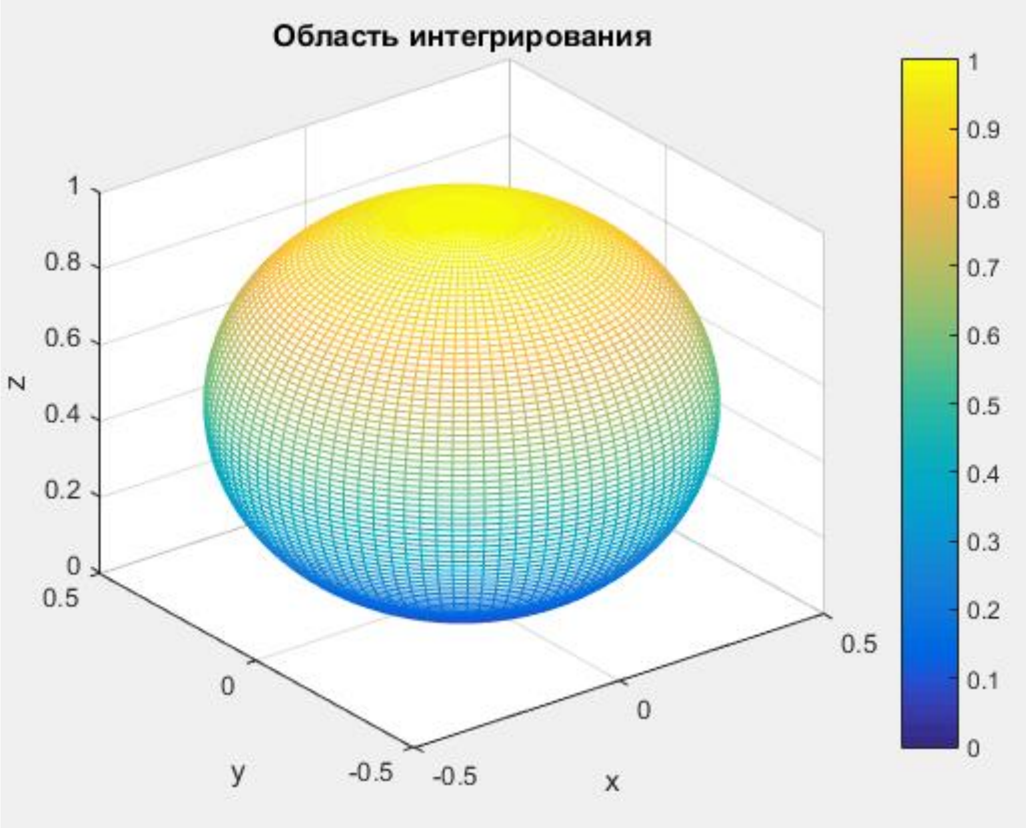
Упражнение 3С. Изобразить область интегрирования. Вычислить интеграл двумя способами (без помощи и с помощью замены переменных):

$\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dxdydz$, где область интегрирования V определяется неравенством $x^2+y^2+z^2 \le z$.

```
close all; clear; clc;
%x^2 + y^2 +(z-1/2)^2 = 1/4

[teta, phy] = meshgrid(-pi/2:pi/100:pi/2, 0:pi/50:2*pi);
r = 1/2;
x = r*cos(phy).*cos(teta);
y = r*sin(phy).*cos(teta);
z = r*sin(teta).*ones(size(teta)) + 1/2;
mesh(x, y, z)
hold on; grid on; xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
title('Область интегрирования'); colorbar;

%БЕЗ ЗАМЕНЫ
syms x y z r phy teta
f = sqrt(x^2+y^2+z^2);
Iz = int(f, z, -sqrt(1/4 - x^2 - y^2), sqrt(1/4 - x^2 - y^2));
Iy = int(Iz, y, -sqrt(1/4 - x^2), sqrt(1/4 - x^2));
Ix = int(Iy, x, -1/2, 1/2);
I1 = vpa(Ix, 4)

%ЗАМЕНА
x = r*cos(phy)*sin(teta);
y = r*sin(phy)*sin(teta);
z = r*cos(teta);
f = r^3*sin(teta); %sqrt(x^2+y^2+z^2)*r^2*sin(teta);
Ir = int(f, r, 0, 1/2);
Iphy = int(Ir, phy, 0, 2*pi);
Iteta = 2*int(Iphy, teta, 0, pi/2);
I2 = double(Iteta)
```

```
I1 =          I2 =

0.1964           0.1963
```

Вывод: построил график, произвел сферическую замену. Область интегрирования – сфера, смещенная по z, так что принял центр сферы за нулевую координату при подсчете в сферической системе.



Контрольные вопросы:

Для вычисления как двойного так и тройного интеграла последовательно используют функцию int (возможно использование integral2 для двойного). Для вывода результата м приемлемой точностью используют vpa функцию.

Не исключено использование solve и fminsearch для поиска граничных точек.