

Лаб 8

Владислав Моисеев

|

Упражнение 1

В землю врыта труба, поперечное сечение которой имеет форму эллипса с полуосями 0,63 м и 0,77 м. Труба утоплена в землю на глубину 0,28 м (см. рис. 1). На высоте 0,6 м над поверхностью земли на трубу опирается доска, другой конец доски упирается в землю. По доске от точки касания с трубой вверх ползет муха.

а) Напишите уравнение, описывающее положение доски. Проверьте результат графически, построив в системе координат Oxy эллипс и график уравнения доски.

б) На сколько выше поверхности трубы окажется муха в моменты, когда ее сдвиг вправо (вдоль поверхности земли) составит 1, 2, 3, ..., 15 см? Ответ на вопрос представьте как матрицу, в первой строке которой записаны отклонения мухи от начального положения по горизонтальной оси, а во второй – соответствующие им расстояния от мухи до поверхности трубы по вертикали. Размерами мухи пренебрегите.

Решение:

```
clear; clc; cla; close all;

a = 0.77; b = 0.63; x0 = 0; y0 = b-0.28;
%c = sqrt(a^2-b^2);
[X,Y,Z] = ellipsoid(x0,y0,0,a,b,0, 50);
surf1(X, Y, Z); shading interp;
xlabel('x'); ylabel('y');view(0,90); hold on; grid on;
plot([-1, 1], [0 0], 'b', [-1, 1], [-0.28 -0.28], 'b');

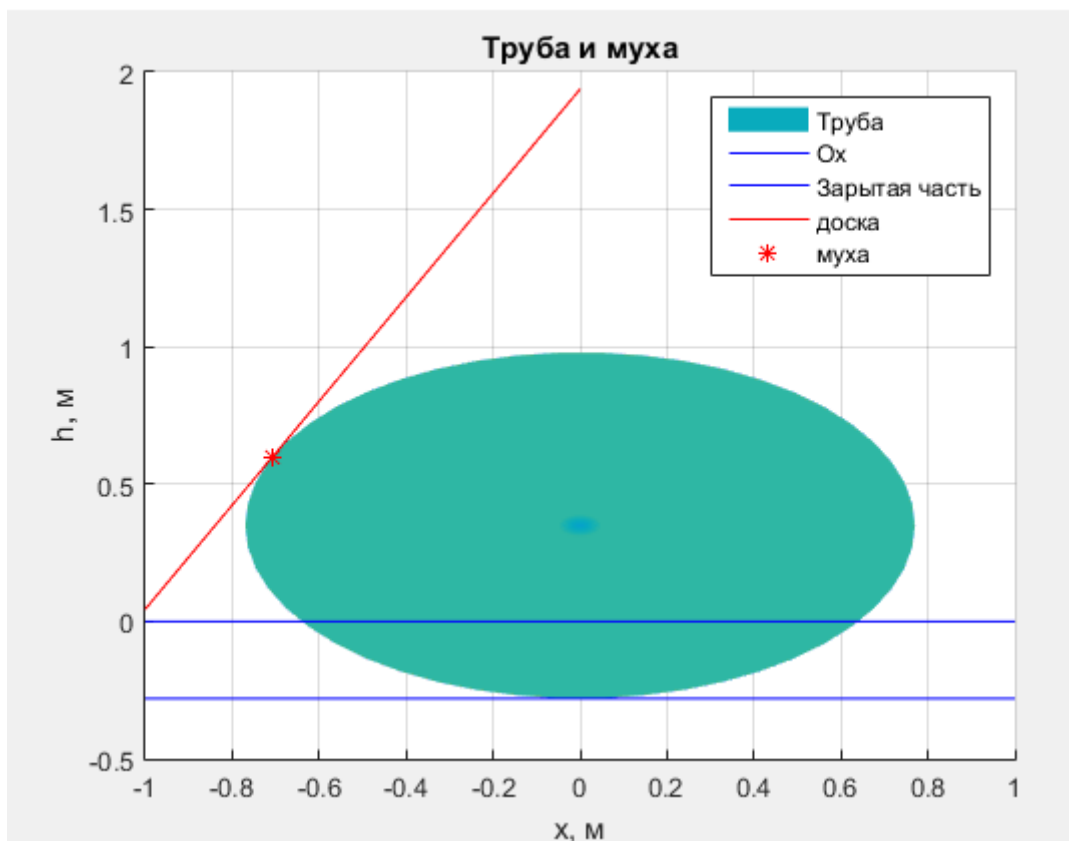
%(x+0.28)^2/a^2+y^2/b^2=1
h = 0.6;
syms x;
M = solve((x-x0)^2/a^2+(h-y0)^2/b^2-1);% x = -0.7068, M(-0.7068, 0.6) точка касания
Mx = M(1, 1);
y = @(x) sqrt(1-(x-x0).^2/a^2)*b+y0;
k = -b*Mx/(a*sqrt(a^2-(Mx-x0)^2));
syms O;
O = solve(k.*Mx+O-h);% = 1.9379
x = -1:0;
Y1 = @(x) k*x+O;% y = -b*Mx/(a*sqrt(a^2-(Mx-x0)^2))*x + O - уравнение положения доски
plot(x, Y1(x), 'r', Mx, h, 'r*')
for dx = 1:15
    dh(1, dx) = dx/100;
    dh(2, dx) = Y1(Mx+dx/100)-y(Mx+dx/100);
end
dh
xlabel('x, м'); ylabel('h, м'); title('Труба и муха');
legend('Труба', 'Ox', 'Зарытая часть', 'доска', 'муха');
```

Результат:

```
dh =

    0.0100    0.0200    0.0300    0.0400    0.0500    0.0600    0.0700    0.0800
    0.0008    0.0030    0.0063    0.0106    0.0158    0.0217    0.0283    0.0355

    0.0900    0.1000    0.1100    0.1200    0.1300    0.1400    0.1500
    0.0432    0.0514    0.0601    0.0692    0.0787    0.0885    0.0987
```



Вывод: Уравнение доски есть уравнение касательной к эллипсу на высоте 0.6 м от Ox . Подставив в уравнение эллипса высоту, нашел координату точки касания. Нашел свободный член в уравнении прямой и построил все. Уравнение прямой: $y = -b \cdot Mx / (a \cdot \sqrt{a^2 - (Mx - x_0)^2}) \cdot x + 0$. Для удобства составил функции для уравнений прямой и эллипса и через разность из значений в $x+dx$ нашел разность высот. Для построения эллипса пришлось использовать плоскость XY эллипсоида, ибо так удобнее.

Упражнение 2

Петр стоит на левом берегу ручья шириной 1,45 м (обозначим местоположение Петра точкой A). Петру нужно попасть на правый берег, форма которого в разрезе довольно точно описывается уравнением $y = \ln(x - 0,45)$ (уравнение записано в системе координат с началом в точке A и осями, одна из которых - Ox - направлена перпендикулярно берегу в сторону воды, другая - Oy - вертикально вверх).

Петр предполагает перебраться на правый берег по доске, опирающейся на левый берег в точке A . Какой длины доска нужна Петру, чтобы осуществить задуманное? Укажите минимальную длину. Визуализируйте результат, построив в системе координат Oxy график функции $y = \ln(x - 0,45)$ и отрезок касательной к нему, моделирующий импровизированный мостик.

Решение:

```

clear; clc; cla; close all;

M = [0, 0];
syms x;
y = @(x) log(x-45);
x1 = solve(log(x-45)); % = 46 => ~1.45/46 м на единицу

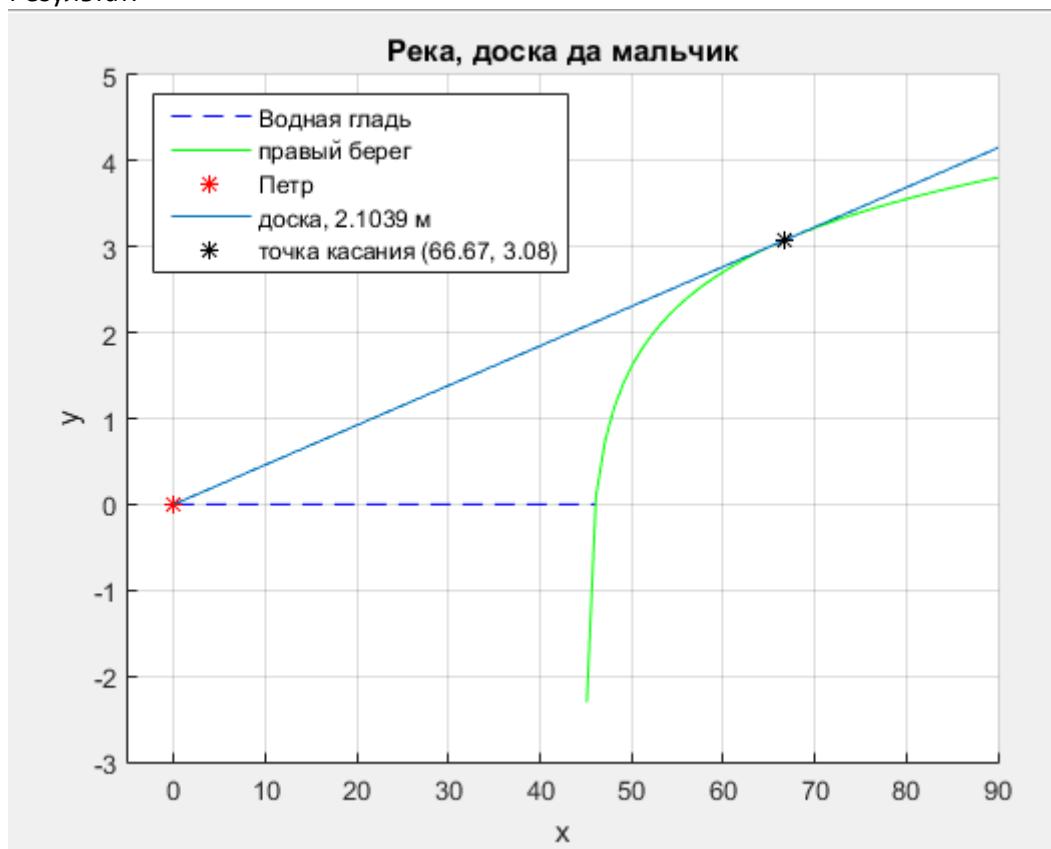
k = 1/(x-45);

x0 = solve(M(2)-y(x)-k*(M(1)-x)); % = 66.6748
x0 = 66.6748;
y0 = y(x0);
O = y0-1/(x0-45)*x0;
l = sqrt((x0-M(1))^2+(y0-M(2))^2); % = 66.7457 единиц
L = l*1.45/46; % = 2.1039

x = 45.1:100;
grid on; hold on;
plot([0, x1], [0, 0], 'b')
plot(x, y(x), M(1), M(2), 'r*')
x = 0:100;
Y = x./(x0-45)+O;%Уравнение касательной
plot(x, Y, x0, y0, 'k*')
xlabel('x'); ylabel('y'); title('Река, доска да мальчик'); xlim([-5 90]);
legend('Водная гладь', 'правый берег', 'Петр', 'доска, 2.1039 м', 'точка касания (66.67, 3.08)');

```

Результат:



Вывод: минимальная длина доски от мальчика до точки касания равна 2.1039 м. Т. к. значения в задаче даны в метрах а на графике вышло в единицах, выразил единицы в метрах. Нашел уравнение прямой как производная к берегу + конст., выразил константу и построил по красоте. Точку касания нашел по формуле Лагранжа.