

Teleportación Cuántica y Entrelazamiento de Qubits

Beatriz Fresno Naumova

1 Introducción

La **teleportación cuántica** es un protocolo que permite transmitir un estado cuántico entre dos partes distantes sin necesidad de enviar físicamente el qubit. Este proceso aprovecha una de las propiedades más intrigantes de la mecánica cuántica: el **entrelazamiento cuántico**. Es un recurso fundamental para las comunicaciones cuánticas seguras y la computación cuántica distribuida.

2 Estados de Qubits y Entrelazamiento

Un sistema de n qubits puede describirse usando una combinación de los *estados productos* de cada uno de los qubits. Por ejemplo, si tenemos dos qubits en los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, el estado combinado sería:

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = |01\rangle$$

En este caso, el estado del sistema completo se puede describir simplemente como la combinación de los estados de cada qubit. Sin embargo, hay algunos estados cuánticos que no pueden representarse como productos de estados individuales de qubits. Uno de los ejemplos más conocidos es el **estado de Bell**, un estado entrelazado de dos qubits:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Este estado no puede separarse en una combinación de los estados de dos qubits individuales. Cualquier medición realizada en un qubit afecta inmediatamente el estado del otro, sin importar la distancia que los separe. Los estados de esta naturaleza se conocen como **estados entrelazados**.

3 Protocolo de Teleportación Cuántica

La teleportación cuántica utiliza el entrelazamiento para transferir el estado cuántico de un qubit de un lugar a otro. A continuación se describe el proceso en detalle:

Objetivo: Alice desea enviar un qubit en un estado desconocido $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ a Bob sin enviar físicamente el qubit. Para lograrlo, Alice y Bob comparten un par de qubits en un estado entrelazado de Bell.

3.1 Paso 1: Preparación del estado compartido

Inicialmente, Alice tiene un qubit en el estado $|\psi\rangle$ y Bob tiene uno de los qubits de un par entrelazado, cuyo estado es:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

El estado combinado del sistema (los tres qubits: el de Alice y los dos entrelazados) es:

$$|\psi\rangle \otimes |\Phi^+\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Expandiendo este estado:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle + |11\rangle))$$

3.2 Paso 2: Aplicación de la puerta Hadamard

Alice aplica una puerta Hadamard a su qubit. El operador Hadamard transforma el estado de un qubit como sigue:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

Después de aplicar la puerta Hadamard al primer qubit de Alice, el estado del sistema se convierte en:

$$\frac{1}{2} [|0\rangle (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |1\rangle (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle)] \otimes (|00\rangle + |11\rangle)$$

3.3 Paso 3: Aplicación de la puerta CNOT

A continuación, Alice aplica una puerta **CNOT** entre su qubit y el segundo qubit (uno de los entrelazados con Bob). La puerta CNOT funciona de la siguiente manera:

$$\text{CNOT}|00\rangle = |00\rangle, \quad \text{CNOT}|01\rangle = |01\rangle, \quad \text{CNOT}|10\rangle = |11\rangle, \quad \text{CNOT}|11\rangle = |10\rangle$$

El estado del sistema ahora se convierte en:

$$\frac{1}{2} (|00\rangle (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |11\rangle (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle))$$

3.4 Paso 4: Medición y corrección

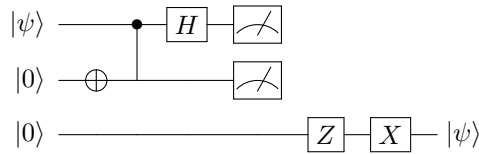
Alice mide sus dos qubits y obtiene uno de los siguientes resultados: $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ o $|11\rangle$. Luego envía el resultado a Bob, quien aplicará una corrección basada en la información que Alice le ha comunicado.

Dependiendo del resultado de la medición, Bob aplicará una de las siguientes operaciones en su qubit para recuperar el estado original $|\psi\rangle$:

- Si Alice obtiene $|00\rangle$, no es necesario aplicar ninguna operación.
- Si Alice obtiene $|01\rangle$, Bob aplica la puerta X .
- Si Alice obtiene $|10\rangle$, Bob aplica la puerta Z .
- Si Alice obtiene $|11\rangle$, Bob aplica la puerta XZ .

3.5 Representación del circuito cuántico

El circuito para este proceso de teleportación cuántica se puede representar de la siguiente manera:



4 Conclusión

La teleportación cuántica es uno de los ejemplos más impactantes de cómo la mecánica cuántica puede aprovechar el entrelazamiento para transmitir información cuántica sin necesidad de enviar físicamente los qubits. Este protocolo tiene implicaciones significativas para el desarrollo de redes cuánticas y la computación cuántica. Utilizando estados entrelazados y puertas cuánticas como Hadamard y CNOT, podemos transferir de manera eficiente el estado de un qubit entre dos partes.