

# Final VCG Rules

Артем Дмитриевич Ищенко

February 2024

## 1 Introduction

Processing of Reflex expressions is done throw usage of recursive function  $expr(E, U) \rightarrow (E_{res}, U_{res}, D)$  which takes expression  $U$  and initial state  $U$  and returns symbolically evaluated expression  $E_{res}$ , updated state  $U_{res}$  and calculated limitations on domain of values  $D$  presented through logical formula. It uses several auxiliary functions:

- $mark(x)$  - marks variable for future actuation when side effects will be applied
- $act(x, u)$  - actuates variable value
- $typeDet$  - determines resulting type
- $toIsablleOp(op)$  - parses Reflex operation into it's Isabelle representation

Expression of the form  $(T)e$  means that  $e$  is casted to type  $T$ . With given annotations,  $expr$  is defined as follows:

1.  $expr(c, u) = (c, u, True)$ , If  $c$  - constant
2.  $expr(x, u) = (mark(x), u, True)$ , If  $x$  - variable
3.  $expr(\mathbf{process\ } p \mathbf{\ in\ state\ stop}, u) = (getPstate(u, p) = stop, u, True)$
4.  $expr(\mathbf{process\ } p \mathbf{\ in\ state\ error}, u) = (getPstate(u, p) = error, u, True)$
5.  $expr(\mathbf{process\ } p \mathbf{\ in\ state\ inactive}, u) = (getPstate(u, p) = stop \vee getPstate(u, p) = error, u, True)$
6.  $expr(\mathbf{process\ } p \mathbf{\ in\ state\ active}, u) = (\neg(getPstate(u, p) = stop) \wedge \neg(getPstate(u, p) = error), u, True)$
7.  $expr((e), u) = expr(e, u)$

8. Если  $\mathbf{op} \in \{+, -, *, <, >, <=, >=, \&\&, ||, ==, !=, |, \&, <<, >>\}$ 

```

function expr( $e_1 \mathbf{op} e_2, u$ ){
  ( $E_1, U_1, D_1$ ) = expr( $e_1, u$ )
  ( $E_2, U_2, D_2$ ) = expr( $e_2, U_1$ )
   $T = typeDet(E_1, E_2, \mathbf{op})$ 
   $E = ((T)act(E_1, U_2)) toIsabelleOp(\mathbf{op}) ((T)act(E_2, U_2))$ 
   $D = D_1 \wedge D_2$ 
  return( $E, U_2, D$ )}

```
9. Если  $\mathbf{op} \in \{/, \%\}$ 

```

function expr( $e_1 \mathbf{op} e_2, u$ ){
  ( $E_1, U_1, D_1$ ) = expr( $e_1, u$ )
  ( $E_2, U_2, D_2$ ) = expr( $e_2, U_1$ )
   $T = typeDet(E_1, E_2, \mathbf{op})$ 
   $E = ((T)act(E_1, U_2)) toIsabelleOp(\mathbf{op}) ((T)act(E_2, U_2))$ 
   $D = D_1 \wedge D_2 \wedge (\neg(((T)act(E_2, U_2)) == 0))$ 
  return( $E, U_2, D$ )}

```
10. 

```

function expr( $x = e, u$ ){
  ( $E_1, U_1, D_1$ ) = expr( $e, u$ )
   $T = typeDet(x, E_1)$ 
   $U = setVar(U_1, x, (T)act(E_1, U_1))$ 
  return(mark( $x$ ),  $U, D_1$ )}

```
11. Если  $\mathbf{op} \in \{*, +, -, \&, |, <<, >>\}$ 

```

function expr( $x \mathbf{op} = e, u$ ){
  ( $E_1, U_1, D_1$ ) = expr( $e, u$ )
   $T = typeDet(x, E_1, \mathbf{op})$ 
   $U = setVar(U_1, x, getVar(U_1, x) toIsabelleOp(\mathbf{op}) (T)act(E_1, U_1))$ 
  return(mark( $x$ ),  $U, D_1$ )}

```
12. Если  $\mathbf{op} \in \{/, \%\}$ 

```

function expr( $x \mathbf{op} = e, u$ ){
  ( $E_1, U_1, D_1$ ) = expr( $e, u$ )
   $T = typeDet(x, E_1, \mathbf{op})$ 
   $U = setVar(U_1, x, getVar(U_1, x) toIsabelleOp(\mathbf{op}) (T)act(E_1, U_1))$ 
   $D = D_1 \wedge (\neg(((T)act(E_1, U_1)) == 0))$ 
  return(mark( $x$ ),  $U, D$ )}

```
13. Если  $\mathbf{op} \in \{+, -, !, \sim\}$

- ```

function expr(op e, u){
  (E1, U1, D1) = expr(e, u)
  checkT(op, typeDet(E1))
  E = toIsabelleOp(op) act(E1, U1)
  return(E, U1, D1)}

```
14. *function* expr(**(type)** e, u){  
 (E<sub>1</sub>, U<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>) = expr(e, u)  
 T = (typeDet(**type**))  
 E = (T) act(E<sub>1</sub>, U<sub>1</sub>)  
 return(E, U<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>)}
15. *function* expr(++x, u){  
 T = (x)  
 U = setVar(u, x, getVar(u, x) + ((T)1))  
 E = (mark(x))  
 return(E, U, True)}
16. *function* expr(--x, u){  
 T = (x)  
 U = setVar(u, x, getVar(u, x) - ((T)1))  
 E = (mark(x))  
 return(E, U, True)}
17. *function* expr(x++, u){  
 T = (x)  
 U = setVar(u, x, getVar(u, x) + ((T)1))  
 E = (getVar(u, x))  
 return(E, U, True)}
18. *function* expr(x--, u){  
 T = (x)  
 U = setVar(u, x, getVar(u, x) - ((T)1))  
 E = (getVar(u, x))  
 return(E, U, True)}

## 1.1 Правила выражений

Вычисление выражений задается функцией  $gen((P, U), W) \rightarrow (P_{new}, U_{new})$  где  $P$  и  $P_{new}$  начальное и итоговое предусловие,  $U$  и  $U_{new}$  начальное и итоговое состояние,  $W$  - обрабатываемая конструкция языка.  $W$  имеет ссылку на родительскую конструкцию получаемую функцией  $parent(W)$ .

Также в процессе вычисления используются функции  $stackPush(P, U, W, i)$ ,  $stackPop() \rightarrow (P, U, W, i)$  и  $isStackEmpty() \rightarrow bool$  отвечающие за взаимодействие с глобальным стеком, сохраняющим не пройденные генератором на ветвлениях пути.  $P$  означает уакопленное к текущему моменту предусловие.  $W$  - конструкция языка на которой произошло ветвление. Индекс  $i$  обозначает не пройденный ветвлением путь и зависит от типа ветвления

1. Для конструкции  $if \text{exp} = true \{ \} else \{ \}$ ,  $i$  принимает значения 0 и 1 соответствующие  $\text{exp} = true$  и  $\text{exp} = false$ .
2. Для конструкции  $switch \text{exp} case c_0 \dots case c_n default$ ,  $i$  принимает значения от 0 до  $n + 1$  (включительно) соответствующие  $\text{exp} = c_i$  для  $i = 0..n$  и  $default$  для  $i = n + 1$
3. Для конструкции  $timeout$ ,  $i$  принимает значения 0 и 1 соответствующие сработавшему и не сработавшему таймауту
4. Для конструкции  $process$ ,  $i$  принимает значения от  $-2$  до  $n$ ,  $i = -2$  соответствует процессу в состоянии  $error$ ,  $i = -1$  соответствует процессу в состоянии  $stop$ ,  $i$  от 0 до  $n$  соответствуют состоянию в котором находится процесс.

Сгенерированные условия корректности сохраняются в структуре  $ucs$ , добавление происходит операций  $+$   $=$ . Дополнительно определены следующие функции:

1.  $constTrue(D) \rightarrow bool$  - Для предиката области выражения  $D$  проверяет не является ли он постоянно истинным
2.  $markRestart(P)$ ,  $unmarkRestart(P)$  и  $checkRestart(P) \rightarrow bool$  - добавляет, убирает и проверяет пометку о том что в текущей цепочке операторов была команда  $restart$
3.  $markStateChange(P)$ ,  $unmarkStateChange(P)$  и  $checkStateChange(P) \rightarrow bool$  - добавляет, убирает и проверяет пометку о том что в текущей цепочке операторов была команда изменения состояния  
*На практике unmark будет оставлять свою пометку, а check проходить справа на лево по цепочки до первой метки*
4.  $initialize(U, p) \rightarrow U$  - проводит инициализацию всех переменных процесса
5.  $getStartState(p) \rightarrow pstate$  - возвращает имя первого состояния
6.  $getNextState(p, s) \rightarrow pstate$  - возвращает имя состояния следующего за состоянием  $s$

Символами  $p_0$  и  $s_0$  обозначаются имена текущих процесса и состояния соответственно.  $this$  обозначает ссылку на текущую обрабатываемую конструкцию

Правила для команд:

1. Вычисление выражения. сначала происходит символьное вычисления выражения, в процессе образуется обновленное состояние и может образоваться ограничение области определения, в случае чего оно дописывается в предусловие

```
function gen((P,U),e;){
  (E1,U1,D1) = expr((P,U),e);
  if !constTrue(D1){
    vcs+ = (P → D1)
    P1 = (P ∧ D1)
  }else{
    P1 = P
  }
  return (P1,U1)}
```

2. Команда изменения состояния процесса. Вычисляется новое состояние и делается пометка что состояние было обновлено.

```
function gen((P,U),set state s){
  U1 = setPstate(U,p0,s)
  markStateChange(P)
  return (P,U1)}
```

3. Команда изменения состояния процесса. Вычисляется новое состояние и делается пометка что состояние было обновлено.

```
function gen((P,U),set next state){ , где s - следующие состо-
  U1 = setPstate(U,p0,getNextState(p0,s0))
  markStateChange(P)
  return (P,U1)}
яние за текущим
```

4. Команда обновления таймера. Вычисляется новое состояние.

```
function gen((P,U),reset timer){
  U1 = reset(U,p0)
  return (P,U1)}
```

5. Команда перезапуска текущего процесса. Добавляется пометка что был произведен рестарт.

```
function gen((P,U),restart){
  markRestart()
  return (P,U)}
```

6. Команда начала процесса. Если имя процесса соответствует текущему, что повторяется сценарий перезапуска, иначе указанный процесс переходит в первое состояние.

```

function gen((P,U), start process p){
  if p == p0{
    markRestart()
    U1 = U
  }else{
    U1 = setPstate(U,p, getStartState(p))
  }
  return (P,U1)}

```

7. Команда остановки текущего процесса. Изменяется текущее состояние процесса. Добавляется пометка что было изменение текущего состояния процесса.

```

function gen((P,U), stop){
  U1 = setPstate(U,p0, stop)
  markStateChange()
  return (P,U1)}

```

8. Команда остановки другого процесса. Изменяется текущее состояние процесса. Добавляется пометка что было изменение текущего состояния процесса.

```

function gen((P,U), stop process p){
  U1 = setPstate(U,p, stop)
  if p == p0{
    markStateChange()
  }
  return (P,U1)}

```

9. Команда остановки с ошибкой текущего процесса. Изменяется текущее состояние процесса. Добавляется пометка что было изменение текущего состояния процесса.

```

function gen((P,U), error){
  U1 = setPstate(U,p0, error)
  markStateChange()
  return (P,U1)}

```

10. Команда остановки с ошибкой текущего процесса. Изменяется текущее состояние процесса. Добавляется пометка что было изменение текущего состояния процесса.

```

function gen((P,U),error process p){
  U1 = setPstate(U,p,error)
  if p == p0{
    markStateChange()
  }
  return (P,U1)}

```

11. Команда обработки последовательности команд. команды обрабатываются последовательно. *function gen((P,U),q<sub>1</sub>...q<sub>n</sub>)*{

```

  U1 = U
  P1 = P
  for i in (1.. = n){
    (P1,U1) = gen((P1,U1),qi)
  }
  return (P1,U1)}

```

12. Команда ветвления. Вычисляется выражение (условие). В стек добавляется пометка что необработано условие ложности. К предусловию добавляется утверждение что условие истинно и обрабатывается соответствующая ветвь.

```

function gen((P,U),if exp then w1 else w2){
  (E1,U1,D1) = expr(exp,U)
  if !constTrue(D1){
    vcs+ = (P => D1)
    P1 = (P ∧ D1)
  }else{
    P1 = P
  }
  stackPush(P1,U1,this,1)
  P1 = (P1 ∧ E1 = True)
  return gen((P1,U1),w1)}

```

13. Команда ветвления switch. Вычисляется выражение (условие). В стек добавляются пометки о необработанных условиях 1..n и когда все условия ложны. К предусловию добавляется утверждение что условие равно метке 0 и обрабатывается соответствующая ветвь. Если не было команды break;, то далее обрабатываются последующие ветви пока такая команда не будет встречена или не будет обработано все.

```

function gen((P,U),
switch(exp){
case c0{w0;break1}
...
case cn{wn;breakn}
default{wdef}){
  (E1,U1,D1) = expr(exp,U)
  if !constTrue(D1){
    vcs+ = (P => D1)
    P1 = (P ∧ D1)
  }else{
    P1 = P
  }
  for i in (1.. = n + 1){
    stackPush(P1,U1,this,i)
  }
  U1 = U
  breakdef = false
  P1 = (P1 ∧ E1 = c0)
  for i in (0.. = n){
    (P1,U1) = gen((P1,U1),wi)
    if breaki{
      breakdef = true
      break
    }
  }
  if (!breakdef){
    (P1,U1) = gen((P1,U1),wdef)
  }
  return (P1,U1)}

```

14. Команда таймаута. Проверяется было ли в текущем проходе изменение состояния или рестарт. Если было то дальнейшей обработки не происходит т.к. условие всегда будет ложно. Иначе в стек добавляется пометка о необработанном условии не превышения таймаута. После в предусловие добавляется условие что время больше таймаута



```

function gen((P,U), timeout e {q1 ... qn}){
  if(checkStateChange(P)||checkRestart(P)){
    return(P,U)
  }
  stackPush(P,U,this,1)
  P1 = (P ∧ e < ltime(U,p0))
  return gen((P1,U1), q1 ... qn)}

```

15. Описание состояния. Происходит вычисление внутренних команд состояния и снимается метка что состояние было изменено.

```

function gen((P,U), state s {q1 ... qn}){
  (P1,U1) = gen((P,U), q1 ... qn)
  unmarkStateChange(P1)
  return (P1,U1)}

```

16. Описание процесса. В стек добавляется метка о не вычисленных состояниях. В предусловие добавляется что текущее состояние равно error.

```

function gen((P,U), process p {s0 ... sn}){
  for i in (-1..n){
    stackPush(P,U,this,i)
  }
  P1 = (P ∧ getPstate(U,p) = error)
  return (P1,U)}

```

17. Описание программы. Добавляется условие корректности соответствующее утверждению, что из состояния программы после инициализации следует инвариант. После вычисляется программа и добавляется условие корректности соответствующее утверждению, что из начального состояния программы соответствующего инварианту следует что новое состояние полученное после однократного прохода программы соответствует инварианту.

```

function gen((P,U), program p {pr0...prn}){
  U0 = U
  for i in (0..n){
    U0 = initialize(U1, pri)
  }
  U0 = setPstate(U0, pr0, getStartState(pr0))
  vcs+ = (u0 = U0 → inv(u0))
  (Pres, Ures) = gen((inv(U), U), pr0...prn)
  Uupd = toEnv(Ures)
  vcs+ = Pres → inv(Uupd)
  return}

```

В процессе генерации образуется *stack* не пройденных путей. Его обработка происходит в с помощью функций  $genRest(P, U, W, W_{child}) \rightarrow (P, U)$  и  $genMiss(P, U, W, i) \rightarrow (P, U)$  внутри функции  $genOther(P, U)$  до тех пор пока *stack* не опустеет:

```

function genOther(P, U){
  U0 = U
  while !isStackEmpty(){
    (Pres, Ures) = genMiss(stackPop())
    Uupd = toEnv(Ures)
    vcs+ = Pres → inv(Uupd)
  }
  return}

```

Правила для  $genMiss(P, W, i)$ :

1.  $function\ genMiss(P, U, if\ exp\ then\ w1\ else\ w2, i)\{$   
 $(E_1, U_1, D_1) = expr(exp, U)$   
 $U_1 = U$   
 $if\ i = 1\{$   
 $P_1 = (P \wedge E_1 = False)$   
 $(P_1, U_1) = gen((P_1, U_1), w2)$   
 $\}else\{$   
 $P_1 = (P \wedge E_1 = True)$   
 $(P_1, U_1) = gen((P_1, U_1), w1)$   
 $\}$   
 $return\ genRest(P_1, U_1, parent(this), this)\}$

```

2. function genMiss(P,U,
   switch(exp){
   case c0{w0;break1}
   ...
   case cn{wn;breakn}
   default{wdef},i){
      $(E_1, U_1, D_1) = \text{expr}(\text{exp}, U)$ 
      $U_1 = U$ 
      $\text{break}_{def} = \text{false}$ 
     for j in (0..i){
        $P_1 = (P_1 \wedge E_1! = c_j)$ 
     }
      $P_1 = (P_1 \wedge E_1 = c_i)$ 
     for j in (i..n){
        $(P_1, U_1) = \text{gen}((P_1, U_1), w_j)$ 
       if breakj{
          $\text{break}_{def} = \text{true}$ 
         break
       }
     }
     if (!breakdef){
        $(P_1, U_1) = \text{gen}((P_1, U_1), w_{def})$ 
     }
     return genRest(P1, U1, parent(this), this)}

3. function genMiss(P,U,timeout e {w},i){
    $(E_1, U_1, D_1) = \text{expr}(\text{exp}, U)$ 
    $U_1 = U$ 
   if i = 0{
      $P_1 = (P \wedge e > \text{ltime}(U, p_0))$ 
      $(P_1, U_1) = \text{gen}((P_1, U_1), w)$ 
   }else{
      $P_1 = (P \wedge e \leq \text{ltime}(U, p_0))$ 
   }
   return genRest(P1, U1, parent(this), this)}

```

```

4. function genMiss(P, U, process p {w0 ... wn}, i) {
    U1 = U
    if i = -1 {
        P1 = (P ∧ getPstate(U, p) = stop)
        (P1, U1) = gen((P1, U1), w)
    } else {
        P1 = (P ∧ getPstate(U, p) = wi)
        (P1, U1) = gen((P1, U1), wi)
    }
    unmarkRestart(P1)
    return genRest(P1, U1, parent(this), this)}

```

Правила для *genRest*(*P*, *U*, *W*, *W*<sub>*child*</sub>):

1. *function* *genRest*(*P*, *U*, *q*<sub>1</sub> ... *q*<sub>*n*</sub>, *W*<sub>*child*</sub>) {
 *for* *i* *in* (1..*n*) {
 *if* *q*<sub>*i*</sub> = *W*<sub>*child*</sub> {*break*}
 }
 (*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>) = *gen*((*P*, *U*), *q*<sub>*i*+1</sub> ... *q*<sub>*n*</sub>)
 *return* *genRest*(*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>, *parent*(*this*), *this*)}
2. *function* *genRest*(*P*, *U*, *if* ..., *W*<sub>*child*</sub>) {
 *return* *genRest*(*P*, *U*, *parent*(*this*), *this*)}

3. *function* *genRest*(*P*, *U*,  
*switch*(*exp*){  
*case* *c*<sub>0</sub>{*w*<sub>0</sub>; *break*<sub>1</sub>}  
...  
*case* *c*<sub>*n*</sub>{*w*<sub>*n*</sub>; *break*<sub>*n*</sub>}  
*default*{*w*<sub>*def*</sub>},  
*W*<sub>*child*</sub>){  
  *for* *i* *in* (0.. = *n*){  
    *if* *w*<sub>*i*</sub> = *W*<sub>*child*</sub>{*break*}  
  }  
  *if break*<sub>*i*</sub>{  
    *return genRest*(*P*, *U*, *parent*(*this*), *this*)  
  }  
  *break*<sub>*def*</sub> = *false*;  
}  
  *for* *j* *in* (*i* + 1.. = *n*){  
    (*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>) = *gen*((*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>), *w*<sub>*j*</sub>)  
    *if break*<sub>*j*</sub>{  
      *break*<sub>*def*</sub> = *true*  
      *break*  
    }  
  }  
  *if* (!*break*<sub>*def*</sub>){  
    (*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>) = *gen*((*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>), *w*<sub>*def*</sub>)  
  }  
  *return genRest*(*P*, *U*, *parent*(*this*), *this*)}
4. *function* *genRest*(*P*, *U*, *timeout* ..., *W*<sub>*child*</sub>){  
  *return genRest*(*P*, *U*, *parent*(*this*), *this*)}
5. *function* *genRest*(*P*, *U*, *state* *s* {*q*<sub>1</sub> ... *q*<sub>*n*</sub>}, *W*<sub>*child*</sub>){  
  *for* *i* *in* (1..*n*){  
    *if* *q*<sub>*i*</sub> = *W*<sub>*child*</sub>{*break*}  
  }  
  (*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>) = *gen*((*P*, *U*), *q*<sub>*i*+1</sub> ... *q*<sub>*n*</sub>)  
  *unmarkStateChange*(*P*<sub>1</sub>);  
  *return genRest*(*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>, *parent*(*this*), *this*)}

6. *function* *genRest*(*P*, *U*, *process* *p* {*s*<sub>1</sub> . . . *s*<sub>*n*</sub>}, *W*<sub>*child*</sub>) {  
     *unmarkReset*(*P*);  
     *return* *genRest*(*P*, *U*, *parent*(*this*), *this*)}
7. *function* *genRest*(*P*, *U*, *program* *p* {*pr*<sub>1</sub> . . . *pr*<sub>*n*</sub>}, *W*<sub>*child*</sub>) {  
     *for* *i* *in* (1..*n*) {  
         *if* *pr*<sub>*i*</sub> = *W*<sub>*child*</sub> {*break*}  
     }  
     (*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>) = *gen*((*P*, *U*), *pr*<sub>*i*+1</sub> . . . *pr*<sub>*n*</sub>)  
     *return* (*P*<sub>1</sub>, *U*<sub>1</sub>)}