

# Warm-up

**Punkt an Gerade = Stützvektor + Parameter • Richtungsvektor**

Nennen Sie in den folgenden Geraden den **Stützvektor** und **Richtungsvektor**.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = 3 \begin{pmatrix} a \\ -3, 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

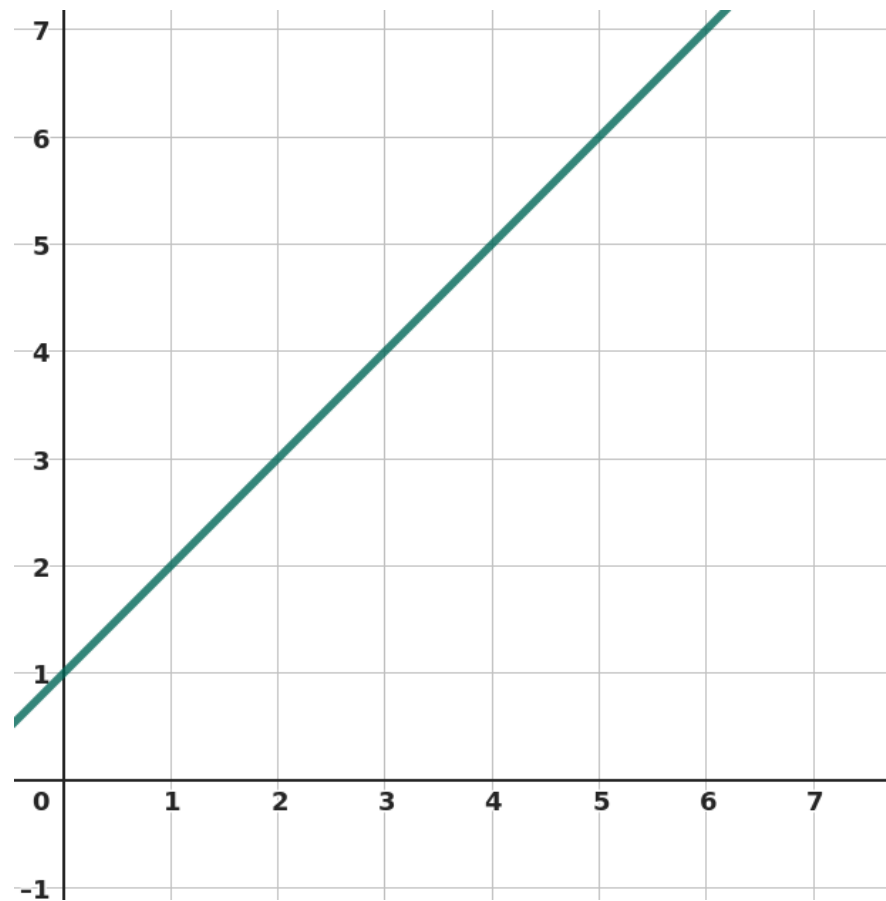
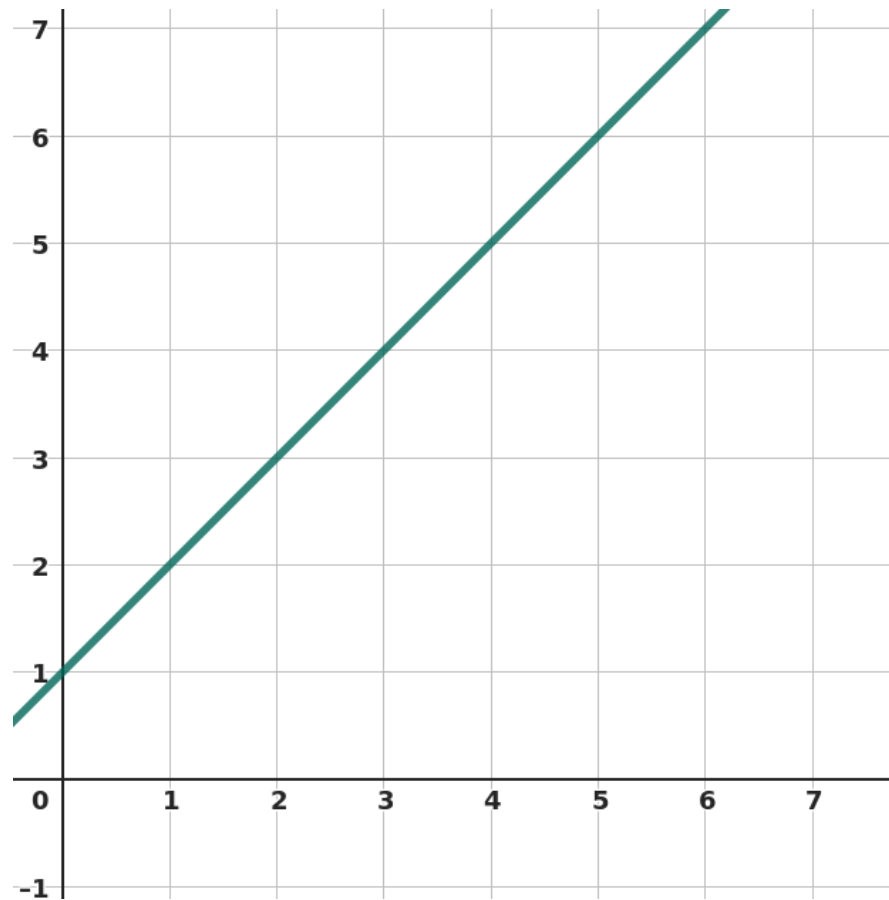
$$\vec{d} = \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ -1 \\ 12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Lernziele

- Bestimmen ob zwei Geraden identisch sind
- Bestimmen ob zwei Geraden parallel sind
- **Vorwissen:**
  - Aufbau eine Gerade Parametergleichung
  - Vektor Kollinearität

# Identische Geraden

$$\vec{g} = \vec{s} + t \bullet \vec{r}$$



# Identische Geraden

$$\vec{g} = \vec{s} + t \bullet \vec{r}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie, ob die Geraden g und h identisch sind.

$$\vec{h} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

## Lösung

Um identisch zu sein, die Geraden müssen zwei Kriterien erfüllen:

- 1) Richtungsvektoren müssen kollinear sein
- 2) Ein beliebiger Punkt der auf der ersten Geraden liegt, muss auch auf der zweiten liegen

# Identische Geraden

$$\vec{g} = \vec{s} + t \bullet \vec{r}$$

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -15 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie, ob die Geraden g und h identisch sind.

$$\vec{h} = \begin{pmatrix} -8 \\ -3, 2 \\ 0, 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

## Lösung

Um identisch zu sein, die Geraden müssen zwei Kriterien erfüllen:

- 1) Richtungsvektoren müssen kollinear sein
- 2) Ein beliebiger Punkt der auf der ersten Geraden liegt, muss auch auf der zweiten liegen

## Parallele Geraden

$$\vec{g} = \vec{s} + t \bullet \vec{r}$$

Überprüfen Sie, ob die Geraden g und h parallel sind.

### Lösung

Um parallel zu sein, die Geraden müssen zwei Kriterien erfüllen:

- 1) Richtungsvektoren müssen kollinear sein
- 2) Die Geraden haben keine gemeinsame Punkte

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

# Übungen

## Aufgaben

- 1 ☒ Gegeben sind die Geraden g, h, i und j.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad j: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sortieren Sie die verschiedenen Geradenpaare in die passende Kiste.

I g und h      III g und j

II g und i      IV h und i

V h und j      VI i und j

Die Geraden sind identisch.

Die Geraden sind nicht identisch.

- 2 ☒ Gegeben sind die Geraden  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -15 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

- a) Zeigen Sie, dass die Geraden g und h identisch sind.
- b) Ändern Sie bei der Parametergleichung der Geraden h einmal eine Koordinate des Stützvektors und einmal eine Koordinate des Richtungsvektors, so dass jeweils die neue Gerade und die Gerade g nicht mehr identisch sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

- 3 ☒ Untersuchen Sie, ob die Geraden g und h identisch sind.

a)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ;  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$       b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ ;  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

c)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$       d)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ;  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,2 \\ -1 \\ 0,6 \end{pmatrix}$

# Lernzielkontrolle

- Bestimmen ob zwei Geraden identisch sind
- Bestimmen ob zwei Geraden parallel sind
- **Vorwissen:**
  - Aufbau einer Geraden Parametergleichung
  - Vektor Kollinearität