Höhere Ableitungen

Ist die erste Ableitungsfunktion $f'(x)$ differenzierbar, so ist ihre Ableitung die zweite Ableitung der Funktion f und man schreibet $f''(x)$.
Ist die zweite Ableitung von f differenzierbar, so ist ihre Ableitung die dritte Ableitung der Funktion f und man schreibt $f'''(x)$.

Übungsaufgabe

1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f'.

a) $f(x) = 3x^2$ b) $f(x) = 4x^2$ c) $f(x) = 5x^2$
d) $f(x) = -3x^2 - x$ e) $f(x) = -4x^2 + 2x$ f) $f(x) = -5x - 2x$

Bestimmung der Ableitung mit Ableitungsregeln

Gerade für längere und komplexere Funktionen ist es sehr aufwendig, die Ableitungsfunktion mit Hilfe der h-Methode zu bestimmen.
Stattdessen kommen Ableitungsregeln zum Einsatz.
Sie lernen im Folgenden drei Ableitungsregeln kennen. Diese werden selbstverständlich auch in Kombinatnion angewendet.

Die Potenzregel

Für jede natürliche Zahl n als Exponent ist die Potenfunktion $f(x) = x^n$ differenzierbar und die Ableitung ist $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$.

Beispiele:

-$f(x) = x^{12}$: $f'(x) =$ ____________________

-$f(x) = x^3$: $f'(x) =$ ____________________

-$f(x) = x^8$: $f'(x) =$ ____________________

-$f(x) = x$: $f'(x) =$ ____________________

-$f(x) = 5$: $f'(x) =$ ____________________

Merke: Die Ableitung einer **Konstanten** ist immer ____________________

Die Faktorregel

Für jede natürliche Zahl n ist die Funktion $f(x) = a \cdot x^n$ differenzierbar und für die Ableitung f' gilt: $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$.

Der konstante Faktor a bleibt also beim Ableiten erhalten.

Alternative Formulierung: Für $f(x) = a \cdot g(x)$ gilt $f'(x) = a \cdot g'(x)$

Beispiele:

-$f(x) = 3 \cdot x^{12}$: $f'(x) =$ ______________________________

-$f(x) = -2 \cdot x^3$: $f'(x) =$ ______________________________

-$f(x) = 0{,}5x^8$: $f'(x) =$ ______________________________

-$f(x) = 4x$: $f'(x) =$ ______________________________

-$f(x) = 5$: $f'(x) =$ ______________________________

Die Summenregel

Sind die ganzrationalen Funktionen g und h differenzierbare Funktionen, so ist auch die Funktion f mit $f(x) = g(x) + h(x)$ differenzierbar und es gilt:

$f'(x) = g'(x) + h'(x)$.

Eine ganzrationale Funktion wird also **summandenweise** abgeleitet.
Die Ableitungen der einzelnen Summanden werden dabei mit der Potenz- und Faktorregel bestimmt.

Beispiele:

- $f(x) = x^3 - x^2$: $f'(x) =$ ______________________________
- $f(x) = 2x^5 + 7x^4$: $f'(x) =$ ______________________________
- $f(x) = 8x^3 - 4x^2 + 3x - 9$: $f'(x) =$ ______________________________

4 Berechnen Sie den Wert der Ableitung an der Stelle x_0.

a) $f(x) = x^5$; $x_0 = 2$
b) $f(x) = 4x^{10}$; $x_0 = \frac{1}{2}$
c) $f(x) = -6x^6$; $x_0 = -1$
d) $f(x) = \frac{1}{4}x$; $x_0 = 1$
e) $f(x) = \frac{1}{7}x^4$; $x_0 = \frac{3}{7}$
f) $f(x) = \frac{3}{8}x^8$; $x_0 = 1$

6 Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion f die Steigung m hat.

a) $f(x) = \frac{1}{5}x^2$; $m = 10$
b) $f(x) = 8x$; $m = 8$
c) $f(x) = 4x^3$; $m = 12$
d) $f(x) = \frac{3}{2}x^4$; $m = 48$
e) $f(x) = \frac{1}{2}x^5$; $m = \frac{5}{2}$
f) $f(x) = x$; $m = 1$