Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Prüfungen 2024 – Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Die zu den Aufgaben dargestellten Beispiellösungen sind als *exemplarisch* zu betrachten. Maßgeblich für die Lösungsqualität der Aufgaben ist die *Erfüllung* der *aufgeführten Kriterien*. Erfüllen Schülerlösungen vollständig die aufgeführten Kriterien, sind diese mit der maximal zu erreichenden Punktzahl zu bewerten. Dies gilt auch dann, wenn die Schülerlösung nicht der Beispiellösung entspricht, jedoch sachlich richtig ist und die Kriterien erfüllt.
Schülerlösungen, welche die Kriterien teilweise erfüllen, sind entsprechend der den Kriterien zugeordneten Punkte in angemessenem Umfang mit ganzzahligen Teilpunkten zu bewerten.

Beispiellösungen

Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1

$-2\frac{1}{6} < -\frac{3}{8} < 0{,}2 < \frac{2}{5}$

Aufgabe 2

a) *F2*: „*=B2*E2*“

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:
Akzeptiert werden Formeln mit einer angemessenen Darstellung und geeigneten Zellbezügen.

b) Es ändern sich die Werte in den Zellen D3, E3, F3 und F4.

Aufgabe 3

a) $\frac{3}{4}$ von 24: $\frac{3}{4} \cdot 24 = 18$

b) 5 % von 160 $= \frac{5}{100} \cdot 160 = 8$

c) $\left(-\frac{5}{2}\right) \cdot 3 \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) = \cdots = 2$

Aufgabe 4

a) Median: 1,5 Mio.

Spannweite: $3{,}7\ \text{Mio.} - 0{,}8\ \text{Mio.} = 2{,}9\ \text{Mio.}$

b) Arithmetisches Mittel: $\frac{1{,}9+0{,}8+3{,}7+1{,}1+1{,}5}{5}\text{Mio.} = \frac{9}{5}\ \text{Mio.} = 1{,}8\ \text{Mio.}$

c) Der Wert der Spannweite nimmt zu, da die Differenz aus der bevölkerungsreichsten Stadt Berlin und [in dieser Liste] bevölkerungsärmsten Stadt zunimmt.

Aufgabe 5

a) $f(1) = 15$

b) $-5x^2 + 20 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1: Fruchtfliegen

a) $\frac{13-10}{10} = 0{,}3 = 30\ \%$

Die Anzahl der Fruchtfliegen wächst pro Tag um ca. 30 %.

b) $f(30) = 10 \cdot 1{,}3^{30} = 26\,199{,}9 \ldots \approx 26\,200$

Nach 30 Tagen sind es ca. 26 200 Fruchtfliegen.

c) Durch systematisches Ausprobieren ($x > 30$):

$f(35) \approx 97\,278, \ldots$

$f(36) \approx 126\,462, \ldots$

Nach 36 Tagen müsste die Anzahl der Fruchtfliegen erstmals größer als 100 000 sein.

d) $77 = 20 \cdot q^{11} \Leftrightarrow 3{,}85 = q^{11} \Leftrightarrow q \approx 1{,}13$

e) 1. Woche: $g(7) - g(0) = 20 \cdot 1{,}13^7 - 20 \cdot 1{,}13^0 = 27{,}05 \ldots \leq 28$

2. Woche: $g(14) - g(7) = 20 \cdot 1{,}13^{14} - 20 \cdot 1{,}13^7 = 63{,}64 \ldots \geq 63$

$\frac{63}{28} = 2{,}25 > 2$

Jasmins Vermutung stimmt.

f) (1) Graph A verläuft durch $(0|10)$ und $(3|22)$.

Für Funktion f gilt $f(0) = 10$ und $f(3) = 21{,}97 \approx 22$.

(2) Graph B verläuft durch $(0|20)$ und durch $(5|37)$.

Für Funktion g gilt $g(0) = 20$ und $g(5) = 36{,}8 \ldots \approx 37$.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:
Für eine unvollständige Argumentation, z. B. mit den Anfangswerten, gibt es maximal einen Punkt.

g) An dem Tag, an dem gemäß den Funktionen f und g etwa gleich viele Fruchtfliegen in den Zuchtboxen sind, schneiden sich die Graphen der Funktionen. Der Schnittpunkt der Graphen von g (also Graph B) und f (Graph A) liegt bei ca. $(5|37)$.

Somit sind nach ca. fünf Tagen in beiden Boxen ca. 37 Fruchtfliegen vorhanden.

Aufgabe 2: Lautsprecher

a) $V_{\text{Echo}} = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad 906 = \pi \cdot 4{,}4^2 \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{906}{\pi \cdot 4{,}4^2} = 14{,}896 \ldots$

Der Lautsprecher ist ca. 14,9 cm hoch.

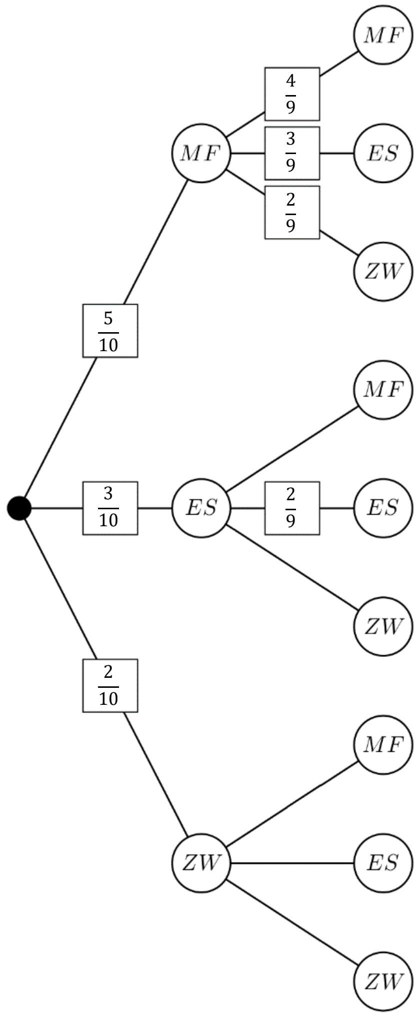
b) $V_{\text{Dot}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 = 523{,}598 \ldots \approx 524 \ [\text{cm}^3]$

c) $V_{\text{Kugelsegment}} = \pi \cdot b^2 \cdot \left(r - \frac{b}{3}\right) = \pi \cdot 1{,}1^2 \cdot \left(5 - \frac{1{,}1}{3}\right) = 17{,}61 \ldots \approx 17{,}6 \ [\text{cm}^3]$

$\frac{V_{\text{Kugelsegment}}}{V_{\text{Kugel}}} = \frac{17{,}61\ldots}{524} = 0{,}033 \ldots \approx 0{,}03 \triangleq 3\ \%$

d) 3 von 10 Liedern sind von Ed Sheeran, daher ist bei zufälliger Auswahl $p(\text{"Ed Sheeran"}) = \frac{3}{10}$.

e)



f) $P(\text{"zweimal nacheinander } E.S.\text{"}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15} \approx 6{,}7\ \%$

Aufgabe 3: Dreieck

a) Abgelesen aus der Abbildung: Längste Seite $c = 10$ cm, Kathete $a = 6$ cm und $b = 8$ cm.
Es gilt der Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 = 10^2 = c^2$, also ist das Dreieck rechtwinklig.

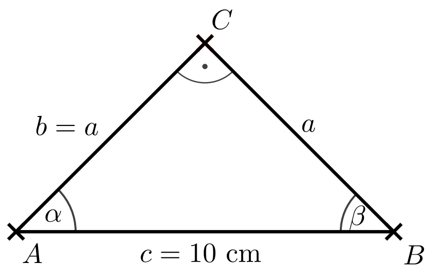
b) Da der rechte Winkel bei C liegt, ist $A_{\text{Dreieck}} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24$ [cm²].

c) Der rechte Teil der Gleichung $\frac{c \cdot h_c}{2}$ entspricht der Formel $A_{\text{Dreieck}} = \frac{g \cdot h}{2}$ zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken aus der Formelsammlung, wobei Grundseite $c \mathrel{\widehat{=}} g$ mit zugehöriger Höhe h_c.
Ebenso kann im rechtwinkligen Dreieck z. B. Kathete a als Grundseite und Kathete b als Höhe auf a gesehen werden. Dann gilt auch hier $A_{\text{Dreieck}} = \frac{a \cdot b}{2}$.
Somit entsprechen beide Teile der Gleichung dem Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks.

d) Seite $c = 10$ cm und der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt 24 cm²,
also ist $h_c = \frac{24 \cdot 2}{10} = 4{,}8$ [cm].

e) Im rechtwinkligen Dreieck gilt: $\cos(\alpha) = \frac{b}{c} = \frac{8}{10}$; $\alpha \approx 36{,}9°$

f) (1) Planskizze:



(2) Es gilt der Satz des Pythagoras, wobei $a = b$ ist.
Daher ist $10^2 = 2a^2 \iff a^2 = 50 \Rightarrow a = \sqrt{50}$.
Die Länge der Seite a beträgt daher $\sqrt{50} \approx 7{,}07$ [cm].

g) Wenn alle drei Seiten gleich lang sind ($a = b = c$), dann ist dies ein gleichseitiges Dreieck, bei dem aus Symmetriegründen alle drei Winkel gleich groß sind ($\alpha = \beta = \gamma$). Gemäß der Innenwinkelsumme beträgt jeder Winkel $\frac{180°}{3} = 60°$. Somit ist die Aussage falsch, da kein Winkel 90° groß sein kann.

Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit im Fach Mathematik

Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Name des Prüflings: ____________________________ Klasse/Kursbezeichnung: ______

Schule: ____

Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Aufgaben 1 – 5

	Anforderungen	**Lösungsqualität**			
	Der Prüfling …	**maximal erreichbare Punktzahl**	**EK[1] Punktzahl**	**ZK[1] Punktzahl**	**DK[1] Punktzahl**
1)	ordnet die Zahlen der Größe nach.	2			
2a)	gibt eine Formel zur Berechnung des Gesamtgewinns an.	1			
2b)	gibt an, welche Zellen sich verändern.	2			
3a)	gibt das Ergebnis an.	1			
3b)	gibt den Prozentwert an.	1			
3c)	gibt das Ergebnis der Multiplikation an.	1			
4a)	gibt den Median und die Spannweite an.	2			
4b)	bestätigt mit einer Rechnung, dass das arithmetische Mittel 1,8 Millionen beträgt.	2			
4c)	erläutert die Veränderung der Spannweite.	2			
5a)	berechnet $f(1)$.	2			
5b)	bestimmt rechnerisch die Lösung der Gleichung.	2			

	Summe Prüfungsteil 1	**18**			

[1] EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1: Fruchtfliegen

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling …	maximal erreichbare Punktzahl	EK[1] Punktzahl	ZK[1] Punktzahl	DK[1] Punktzahl
a)	weist die prozentuale Zunahme nach.	2			
b)	bestimmt $f(30)$.	2			
c)	bestimmt die Anzahl der Tage.	3			
d)	weist rechnerisch den Wert des Wachstumsfaktors q nach.	3			
e)	berechnet und vergleicht die absoluten Zuwächse.	3			
f)	begründet, dass die Funktion f durch den Graphen A und Funktion g durch den Graphen B dargestellt ist.	3			
g)	bestimmt graphisch die Stelle, an der $f(x) = g(x)$ ist und gibt die Anzahl der Fruchtfliegen zu dem Zeitpunkt an.	2			

	Summe Aufgabe 1	**18**			

Aufgabe 2: Lautsprecher

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling …	maximal erreichbare Punktzahl	EK[1] Punktzahl	ZK[1] Punktzahl	DK[1] Punktzahl
a)	berechnet die Höhe des zylindrischen Lautsprechers.	3			
b)	bestätigt rechnerisch das angegebene Kugelvolumen.	3			
c)	bestätigt rechnerisch das prozentuale Verhältnis zwischen dem Volumen des abgetrennten Kugelsegments und dem Volumen der Kugel.	4			
d)	begründet, dass die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{3}{10}$ beträgt.	2			
e)	ergänzt die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.	3			
f)	berechnet die Wahrscheinlichkeit, mit der zu Beginn zweimal nacheinander Ed Sheeran gespielt wird.	3			

	Summe Aufgabe 2	**18**			

Aufgabe 3: Dreieck

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling …	maximal erreichbare Punktzahl	EK[1] Punktzahl	ZK[1] Punktzahl	DK[1] Punktzahl
a)	begründet rechnerisch, dass das Dreieck rechtwinklig ist.	3			
b)	bestätigt den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks.	2			
c)	begründet, dass die Gleichung gilt.	2			
d)	bestimmt rechnerisch die Länge der Strecke h_c.	2			
e)	bestimmt rechnerisch die Größe des Winkels α.	2			
f(1)	skizziert eine geeignete Planfigur.	2			
f(2)	berechnet die Länge der Schenkel.	2			
g)	entscheidet begründet, ob es ein rechtwinkliges gleichseitiges Dreieck geben kann.	3			

	Summe Aufgabe 3	**18**			

Umgang mit Maßeinheiten

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (1 Punkt)
- ☐ oft (2 Punkte)
- ☐ immer (3 Punkte)

Darstellungsleistung

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (2 Punkte)
- ☐ oft (4 Punkte)
- ☐ immer (6 Punkte)

Notentabelle	
Punkte	**Note**
70 – 81	sehr gut
59 – 69	gut
48 – 58	befriedigend
36 – 47	ausreichend
15 – 35	mangelhaft
0 – 14	ungenügend

Festsetzung der Note

	maximal erreichbare Punktzahl	**EK** Punktzahl	**ZK** Punktzahl	**DK** Punktzahl
Prüfungsteil 1:				
Aufgaben 1 bis 5	**18**			
Prüfungsteil 2:				
Aufgabe 1	**18**			
Aufgabe 2	**18**			
Aufgabe 3	**18**			
Umgang mit Maßeinheiten	**3**			
Darstellungsleistung	**6**			
Gesamtpunktzahl	**81**			
Paraphe				

Die Prüfungsarbeit wird mit der Note ________________________________ bewertet.

Unterschriften, Datum: ____