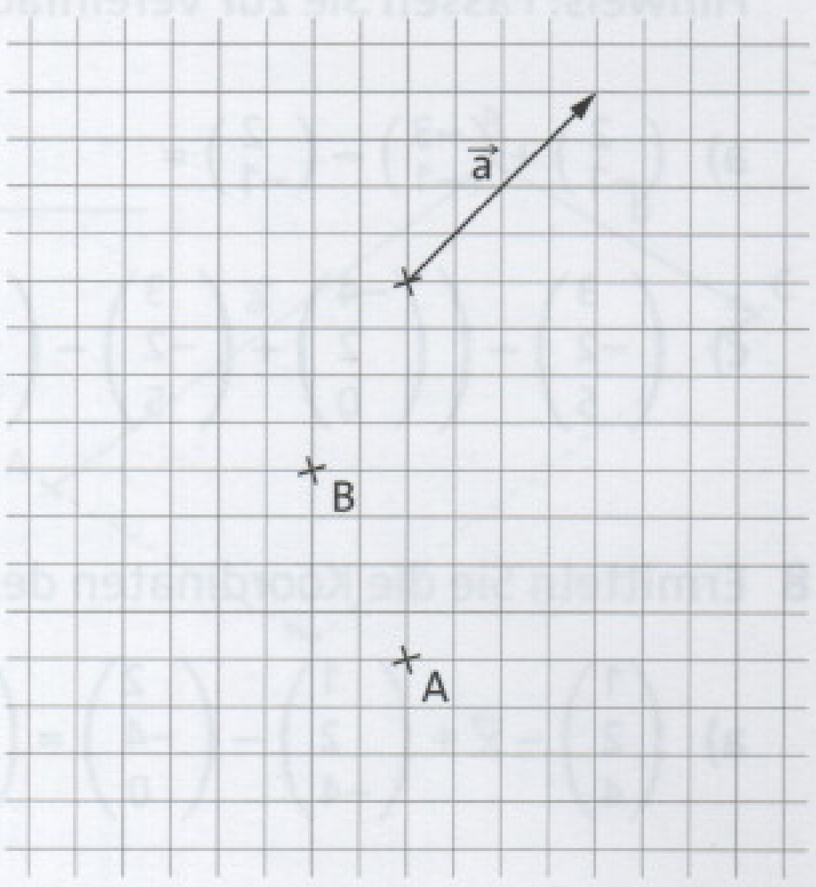
Basisaufgaben

1 Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl:



a) Zeichnen Sie einen Repräsentanten des Vektors $2\vec{a}$ von Punkt A aus und einen Repräsentanten des Vektors $-1{,}5\vec{a}$ von Punkt B aus.

b) Kreuzen Sie für den Vektor $\vec{x}$ die korrekten Vektoren $3\vec{x}$ und $\frac{1}{2}\vec{x}$ an.

① $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ ☐ $3\vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ ☐ $\frac{1}{2}\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

② $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ ☐ $3\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 18 \\ 24 \end{pmatrix}$ ☐ $\frac{1}{2}\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

③ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2a \\ 3a \\ a \end{pmatrix}$ ☐ $3\vec{x} = \begin{pmatrix} 6a \\ 9a \\ a \end{pmatrix}$ ☐ $\frac{1}{2}\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ 1{,}5a \\ a \end{pmatrix}$

2 Kreuzen Sie alle korrekten Vereinfachungen der Summen an. Korrigieren Sie Fehler.

☐ $4 \cdot (2\vec{a} - 3\vec{b}) - 2 \cdot (4\vec{a} - 6\vec{b}) = 8\vec{a} - 12\vec{b} - 8\vec{a} + 12\vec{b} = 16\vec{a} - 24\vec{b}$

☐ $-2 \cdot \left[\begin{pmatrix} -3 \\ 0{,}5 \\ 2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}\right] + 3 \cdot \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1{,}5 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}\right] = -2 \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 6{,}5 \\ -10 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12+0 \\ -13+6 \\ 20+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -7 \\ 32 \end{pmatrix}$

3 Kollinearität von Vektoren: Markieren Sie kollineare Vektoren mit derselben Farbe.

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; \vec{d} = \begin{pmatrix} -\pi \\ -\pi \\ -\pi \end{pmatrix}; \vec{e} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -\sqrt{8} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}; \vec{f} = \begin{pmatrix} 10 \\ \sqrt{100} \\ 0{,}1^{-1} \end{pmatrix}; \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

4 Wählen Sie zum gegebenen Vektor $\vec{a}$ den zugehörigen Einheitsvektor $\vec{e}$.

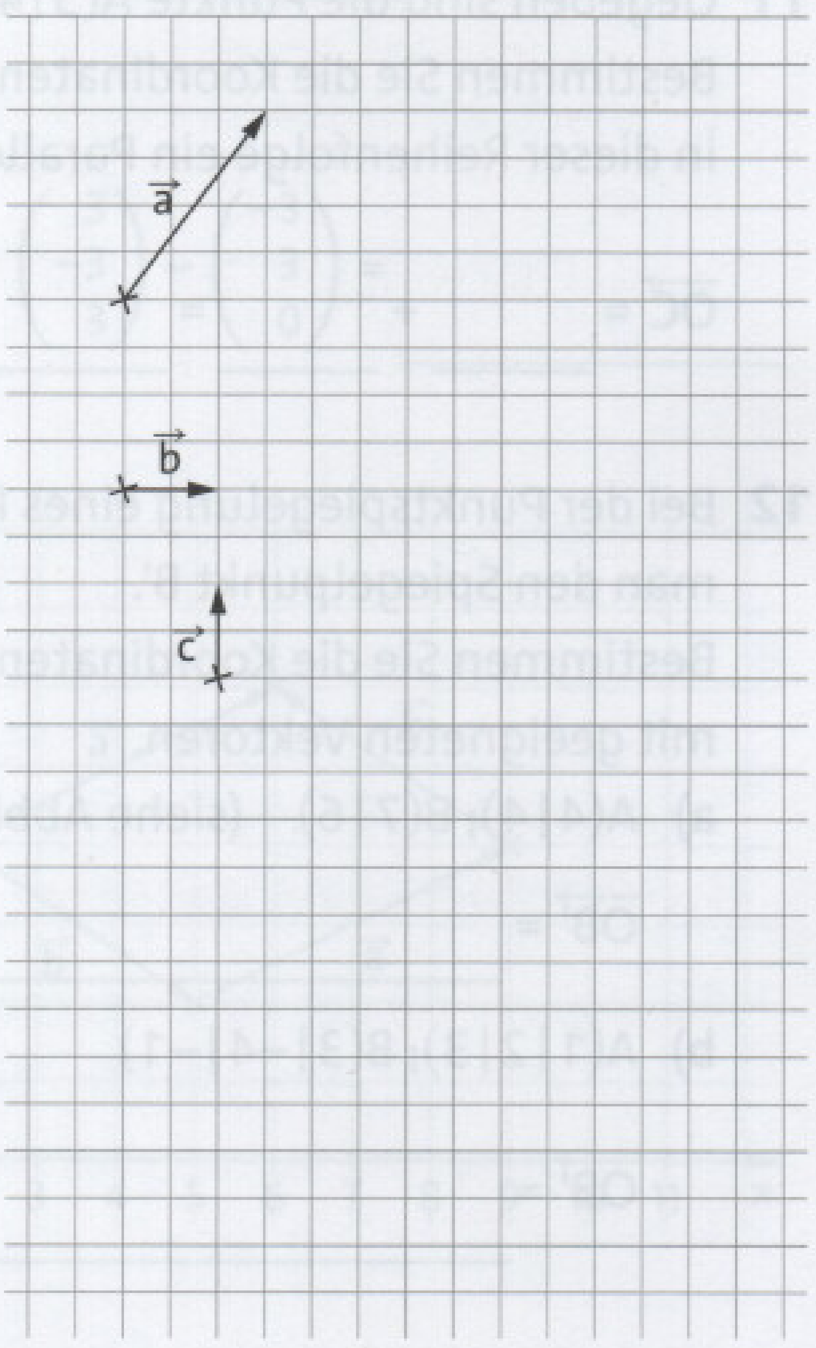
Einheitsvektor zu $\vec{a} \neq \vec{0}$:
$\vec{e} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$ mit $|\vec{e}| = 1$

① $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ② $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ③ $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $k \neq 0$ ④ $\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{e} = \frac{1}{|k|} \cdot \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{4+4+1}} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{9+16}} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

5 Linearkombination von Vektoren:



a) Stellen Sie in der Abbildung den Vektor $\vec{a}$ zeichnerisch als Linearkombination der Vektoren $\vec{b}$ und $\vec{c}$ dar.
(Eine Kästchenbreite entspricht einer Längeneinheit.)

b) Wählen Sie die korrekten Schritte zur rechnerischen Ermittlung des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$.

$\vec{a} = r \cdot \vec{b} + s \cdot \vec{c}$,

d.h. ☐ $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ ☐ $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$2 = 2r + 4s$ und $3 = 4r + 4s$, also

☐ $4s = 2 - 2r = 3 - 4r$ und $2r = 1$ ☐ $r = s$

☐ $r = \frac{1}{2}; s = \frac{1}{4}$ ☐ $r = -\frac{1}{2}; s = \frac{1}{2}$

☐ $\vec{a} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{b} + \frac{1}{2} \cdot \vec{c}$ ☐ $\vec{a} = \frac{1}{2} \cdot \vec{b} + \frac{1}{4} \cdot \vec{c}$