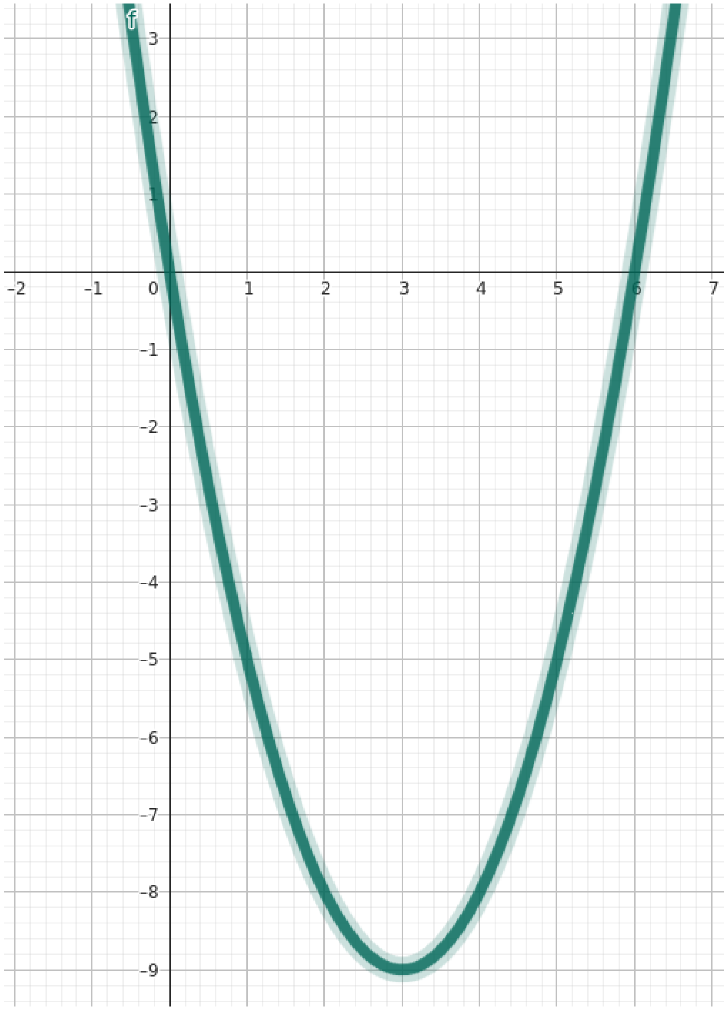
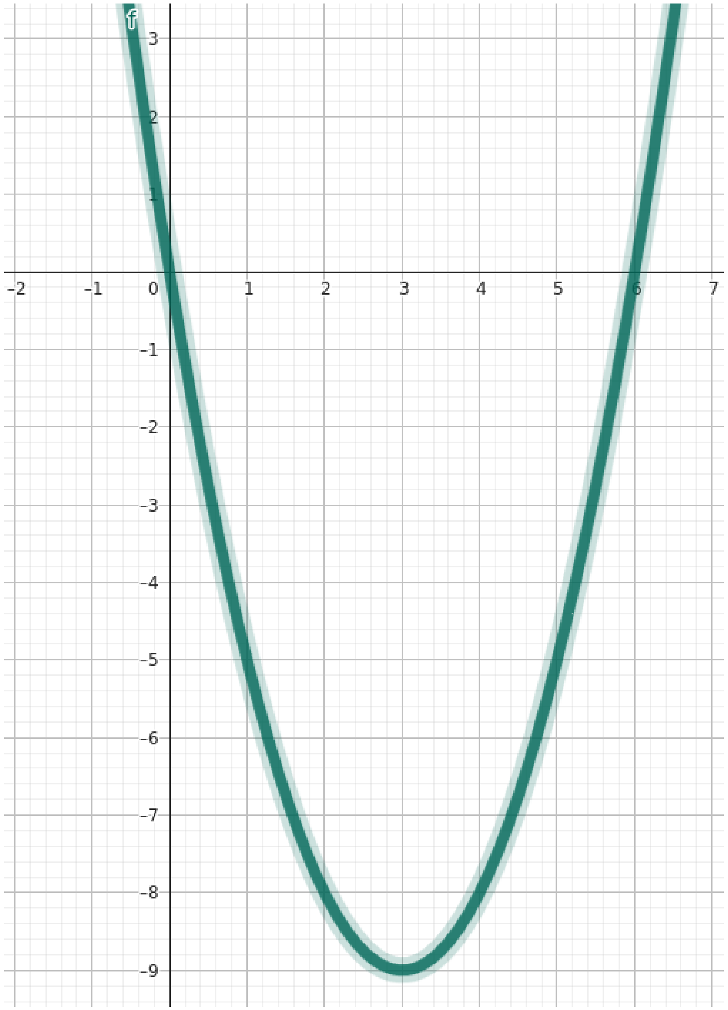
Monotonie



In welchen Bereich ist die Steigung des Funktionsgraphen positive?

Monotonie



In welchen Bereich ist die Steigung des Funktionsgraphen positive?

f‘(x) > 0 für alle x > 3

Im Intervall x > 3 f ist **streng monoton zunehmend**

Untersuchen Sie die Funktion f mithilfe der ersten Ableitung auf Monotonie

i) $f(x) = 3x + 2$ ii) $f(x) = -x^2 + 3$ iii) $f(x) = x^4 - 2x^2$

Beispiel: $f(x) = 4x + x^2$

$f'(x) = 4 + 2x$

$f'(x) > 0$ für $x > -2$ → **Streng monoton zunehmend im Interval x > -2**
$f'(x) < 0$ für $x < -2$ → **Streng monoton abnehmend im Interval x < -2**

Untersuchen Sie die Funktion f mithilfe der ersten Ableitung auf Monotonie

i) $f(x) = 3x + 2$ ii) $f(x) = -x^2 + 3$ iii) $f(x) = x^4 - 2x^2$

ZP Teil 2

– Taschenrechner + Formelsammlung
– 75 Minuten
– 2 mal 24 Punkte = 48 Punkte

1 Aufgabe rein-mathematisch
1 Textaufgabe

Für jede Aufgabe ca. 30 Minuten

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x\ ,\ x \in \mathbb{R}\,.$$

Der Graph von f ist in der *Abbildung 1* dargestellt.

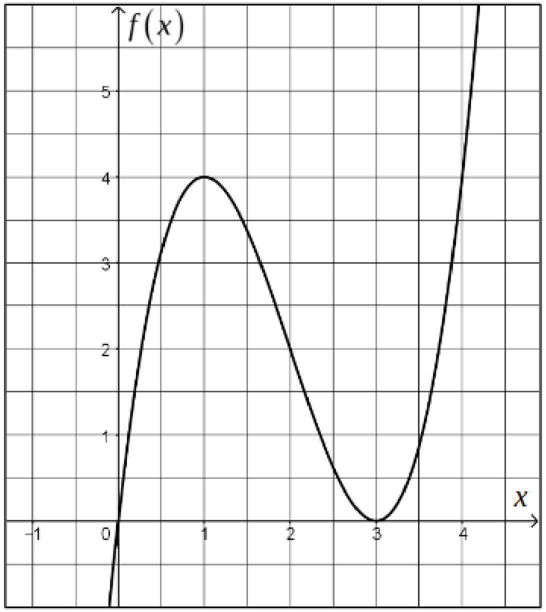


Abbildung 1

a) (1) *Weisen Sie nach, dass gilt:*

$$x \cdot (x-3)^2 = x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x\,.$$

(2) Für die Gleichung der Funktion f gibt es also die beiden folgenden Darstellungsmöglichkeiten:

D1: $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x\ ,\ x \in \mathbb{R}$.

D2: $f(x) = x \cdot (x-3)^2\ ,\ x \in \mathbb{R}$.

Nennen Sie zu jeder der beiden Darstellungsmöglichkeiten D1 bzw. D2 jeweils einen Vorteil bei der Untersuchung von Eigenschaften der Funktion f.

(2 + 2 Punkte)

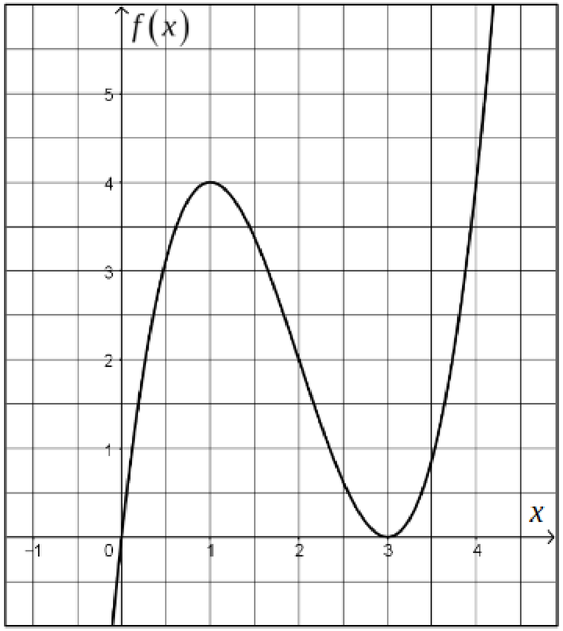


Abbildung 1

$$f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x \,,\ x \in \mathbb{R}\,.$$

b) *Untersuchen Sie rechnerisch die Funktion f auf lokale Extremstellen und ermitteln Sie rechnerisch die Art der lokalen Extremstellen und die Koordinaten der lokalen Extrempunkte des Graphen von f.*

(8 Punkte)

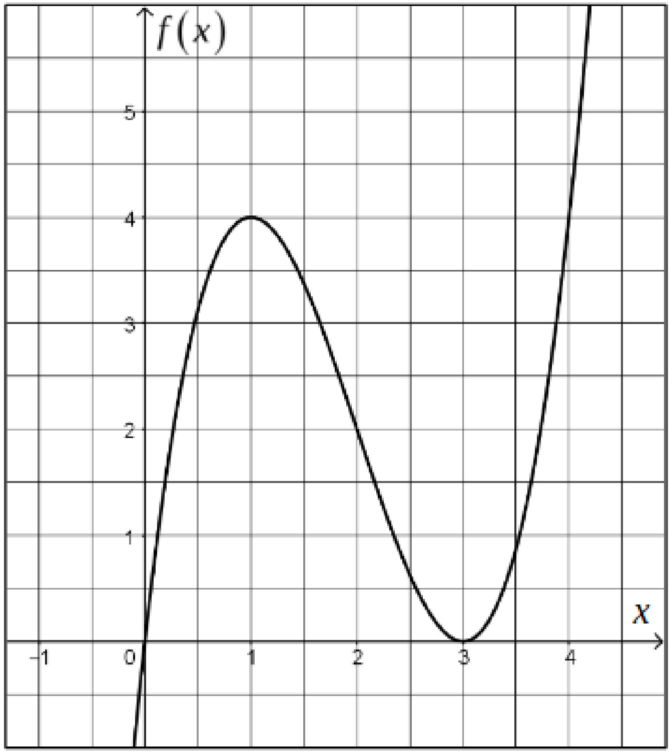


Abbildung 1

c) (1) *Zeichnen Sie die Sekante s durch die Punkte* $P(1|4)$ *und* $Q(3{,}5|0{,}875)$ *in die Abbildung 1 ein und ermitteln Sie rechnerisch eine Gleichung von s.*

(2) *Berechnen Sie den Steigungswinkel* α *von s.*

(5 + 2 Punkte)

d) Betrachtet wird jetzt die Ableitungsfunktion f' mit $f'(x) = 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9$.

(1) *Zeichnen Sie den Graphen von f' in die Abbildung 2 ein.*

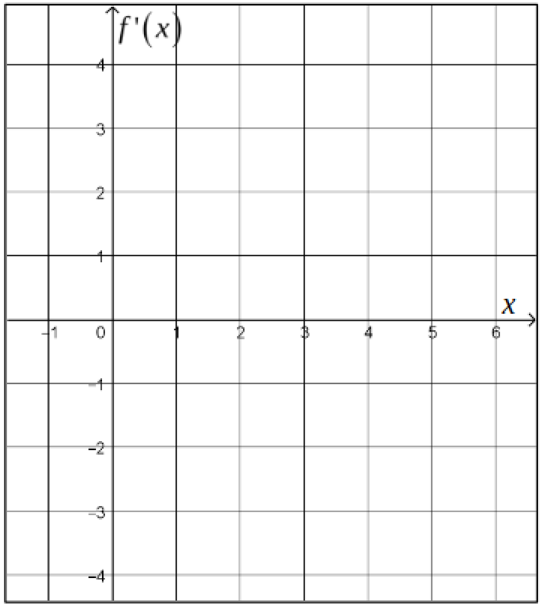


Abbildung 2

(2) Gegeben ist außerdem die Ableitungsfunktion g' mit $g'(x) = f'(x) + 4$.

Entscheiden Sie begründet, ob der Graph einer möglichen Ausgangsfunktion g mindestens einen lokalen Extrempunkt besitzt.

(3 + 2 Punkte)

Hausaufgaben für 02.06

- Seite 98 Aufgaben 3, 4