Name: ___________________________________ Klasse: _________

Zentrale Prüfungen 2013 – Mathematik

Realschule / Gesamtschule (Erweiterungskurs) / Hauptschule (Klasse 10 Typ B)

Prüfungsteil 1: Aufgabe 1

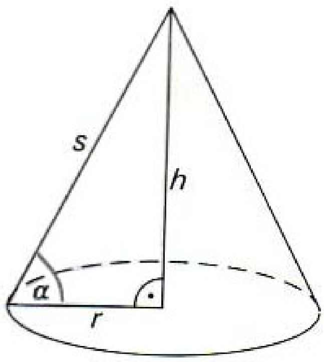
a) In einer Klasse sind doppelt so viele Mädchen wie Jungen. Gib den Anteil der Jungen und Mädchen als Bruchzahl an.

---

b) Der abgebildete Kegel hat die Maße r = 20 cm und s = 50 cm.

1) Berechne das Volumen des Kegels. Notiere deine Rechnung.

2) Wie groß ist der Neigungswinkel α des Kegels?
Notiere deine Rechnung.



---

c) Auf dem Foto siehst du 2,50 m hohe Stützpfeiler in der Form von runden Buntstiften. Sie entsprechen in ihren Proportionen echten Buntstiften (Maßstabstreue).

1) Ein echter Buntstift ist 17,5 cm lang und hat einen Durchmesser von 0,7 cm.
Zeige, dass der Durchmesser eines Stützpfeilers 10 cm beträgt. Notiere deine Rechnung.

2) Die dunklen Flächen der *beiden* Stützpfeiler sollen gestrichen werden. Farbe für eine Fläche von 2 m^2 ist vorhanden.
Überschlage durch eine Rechnung, ob die Farbe ausreicht.

Name: ____________________________________ Klasse: _________

d) Gib die *Anzahl* der Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems an und begründe:

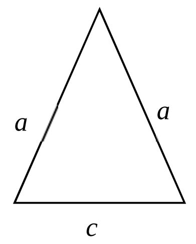
$$y = 2x + 3$$

$$y = 2x + 0{,}4$$

---

e) Ein gleichschenkliges Dreieck heißt „goldenes Dreieck“, wenn für seine Basis c und die Schenkel a gilt: $(a + c) \cdot c = a \cdot a$

Berechne die Länge der Basis c für ein solches Dreieck, wenn die Schenkel 5 cm lang sind. Notiere deine Rechnung.



Name: ___________________________________ Klasse: _________

Prüfungsteil 2: Aufgabe 2

Frau Schmidt kauft im Sommer für ihren Garten einen Rosenstrauch, auf dem eine Blattlaus sitzt.

Eine einzelne Blattlaus kann sich selbst vermehren. Pro Woche verfünffacht sich die Anzahl der Blattläuse auf dem Rosenstrauch.

a) Zeige, dass aus einer Blattlaus nach drei Wochen 125 Blattläuse geworden sind. Notiere deine Rechnung.

b) Mit der Funktionsgleichung $f(x) = 5^x$ kann man die Anzahl der Blattläuse ermitteln, wenn sie sich vermehren wie oben beschrieben.

1) Gib die Bedeutung der Variable x in dieser Gleichung an.

2) Berechne den Funktionswert für $x = 0$ und erläutere das Ergebnis am Beispiel der Blattläuse.

c) Stelle die Vermehrung einer Blattlaus für einen Zeitraum von drei Wochen in einem geeigneten Koordinatensystem dar.

d) Nach wie vielen Wochen können sich aus einer Blattlaus fast 80 000 Blattläuse entwickeln? Notiere deine Rechnung.

e) Frau Schmidt rechnet nach, dass sich im Sommer des nächsten Jahres (also genau ein Jahr später) rund $2{,}22 \cdot 10^{36}$ Blattläuse auf ihrer Rose befinden würden.

1) Überprüfe die Rechnung von Frau Schmidt.

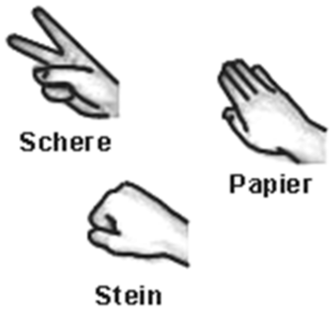
2) Hältst du diese Vorhersage für die Anzahl der Blattläuse für realistisch? Begründe deine Meinung.

f) Mit welcher der folgenden Funktionsgleichungen kann die Anzahl der Blattläuse ermittelt werden, wenn zu Beginn 100 Blattläuse auf einer Pflanze gezählt werden? Kreuze an.

☐ $g(x) = 500^x$ ☐ $g(x) = 100 + 5^x$ ☐ $g(x) = 100 \cdot 5^x$ ☐ $g(x) = 5^{x+100}$

Name: ______________________________ Klasse: _________

Prüfungsteil 2: Aufgabe 3



Anne und Paul spielen „Stein – Schere – Papier“. Auf ein Kommando formen beide gleichzeitig ihre Hand zu einem der drei Zeichen.
Es gilt:

- „Stein“ gewinnt gegen „Schere“, weil er die Schere stumpf macht.
- „Schere“ gewinnt gegen „Papier“, weil sie das Papier schneidet.
- „Papier“ gewinnt gegen „Stein“, weil es den Stein einwickelt.
- Zeigen beide dasselbe Zeichen, endet die Runde unentschieden.

Im Folgenden wird angenommen, dass beide ihre Wahl rein zufällig treffen.

a) Anne und Paul spielen das Spiel achtmal. Sie haben die ersten fünf Runden mit folgenden Ergebnissen gespielt.

	1. Runde	2. Runde	3. Runde	4. Runde	5. Runde	6. Runde	7. Runde	8. Runde
Anne	Papier	Papier	Stein	Schere	Stein			
Paul	Stein	Schere	Stein	Papier	Schere			

1) Wie viele Runden hat Anne gewonnen?

2) Gesamtsieger ist, wer die meisten Runden gewonnen hat. Fülle die Tabelle so aus, dass Paul der Gesamtsieger ist.

b) 1) Notiere in der Tabelle unten, wer jeweils gewinnt. Wo liegt ein Unentschieden vor? (Die rechte Spalte und die unterste Zeile bleiben zunächst frei.)

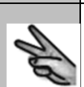
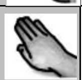
2) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Runde von Anne „Stein“ und von Paul „Papier“ gewählt werden.

3) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Paul eine Runde gewinnt.

4) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Paul zwei Runden nacheinander gewinnt.

Paul

Anne

	Stein 	**Schere** 	**Papier** 	
Stein 		**Anne gewinnt**		
Schere 				
Papier 				

Name: ___________________________________ Klasse: _________

c) Das Spiel kann um „Brunnen“ erweitert werden.

- „Brunnen“ gewinnt gegen „Stein“ und „Schere“, weil sie im Brunnen versinken.
- „Papier“ gewinnt gegen „Brunnen“, weil es ihn abdeckt.

1) Trage in die Tabelle von Teilaufgabe b) 1) „Brunnen“ ein und
   fülle die rechte Spalte und die unterste Zeile aus.

2) Anne und Paul spielen das Spiel nun mit „Brunnen“.
   Ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Runde unentschieden endet, jetzt größer?
   Begründe.

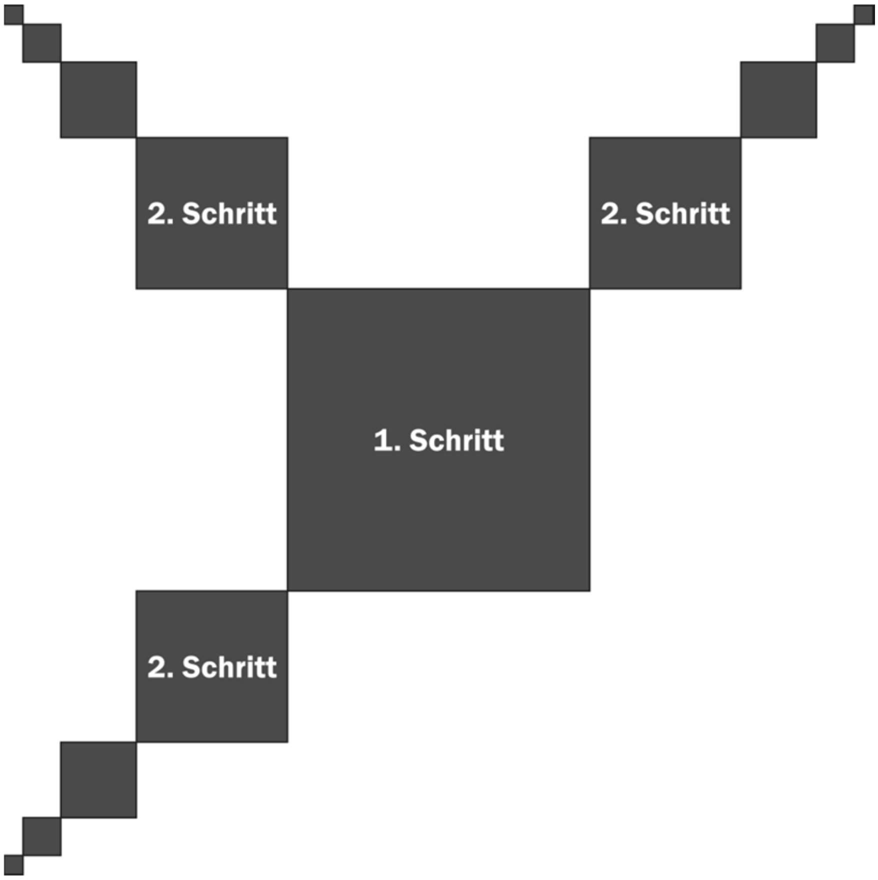
3) Anne überlegt, welches Handzeichen sie machen soll, damit ihre Gewinnchance möglichst groß ist.
   Gib ihr einen Tipp und begründe ihn z. B. mit Hilfe der Tabelle aus b) 4).

Name: ___________________________________ Klasse: _________

Prüfungsteil 2: Aufgabe 4

Die abgebildete Figur entsteht in mehreren Schritten:

- Im 1. Schritt wird ein Quadrat gezeichnet.
- Im 2. Schritt wird an allen vier Ecken ein Quadrat mit halber Seitenlänge angefügt.
- In den weiteren Schritten wird dieses Verfahren fortgesetzt (s. Grafik).



a) In der abgebildeten Figur hat das Ausgangsquadrat (Schritt 1) eine Seitenlänge von 4 cm.

1) Zeichne in der abgebildeten Figur die Quadrate unten rechts bis zum 3. Schritt.
Zeichne genau.

2) Aus wie vielen Quadraten besteht die gesamte Figur nach dem 4. Schritt?

3) Begründe, dass die Figur nach n Schritten aus $1 + 4 \cdot (n - 1)$ Quadraten besteht.

4) Zeige, dass der Flächeninhalt der gesamten Figur nach dem 3. Schritt 36 cm^2 beträgt.
Notiere deine Rechnung.

5) Um wie viel Prozent wächst der Flächeninhalt der gesamten Figur vom 3. zum 4. Schritt?
Notiere deine Rechnung.

b) Franziska berechnet den Flächeninhalt der Figur ab dem 5. Schritt mit Hilfe einer Tabellenkalkulation.

	A	B	C	D
1	**Schritt**	**Seitenlänge der Quadrate**	**Flächeninhalt von 4 Quadraten**	**Flächeninhalt der Gesamtfigur**
2				
3	5	0,25	0,25	37,25
4	6	0,125	0,0625	37,3125
5	7	0,0625	0,015625	
6	8	0,03125	0,0039063	37,3320213
7	9	0,015625	0,0009766	37,3330078
8	10	0,0078125	0,0002441	37,3332520
9	11	0,0039063	0,0000610	37,3333130
10	12	0,0019531	0,0000153	37,3333282
11	13	0,0009766	0,0000038	37,3333321

1) Lies aus der Tabelle ab, welchen Flächeninhalt die angefügten vier Quadrate des 6. Schrittes haben.

2) Berechne den Wert in Zelle D5. Notiere deine Rechnung.

3) Gib eine mögliche Formel zur Berechnung des Wertes in Zelle D10 an.

4) Formuliere mit Hilfe der Tabelle eine Vermutung über den Flächeninhalt der Gesamtfigur nach dem millionsten Schritt (Figur 1 000 000).