

## Unterlagen für die Lehrkraft

**Zentrale Prüfungen 2023 – Mathematik***Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)*

Die zu den Aufgaben dargestellten Beispiellösungen sind als *exemplarisch* zu betrachten. Maßgeblich für die Lösungsqualität der Aufgaben ist die *Erfüllung der aufgeführten Kriterien*. Erfüllen Schülerlösungen vollständig die aufgeführten Kriterien, sind diese mit der maximal zu erreichenden Punktzahl zu bewerten. Dies gilt auch dann, wenn die Schülerlösung nicht der Beispiellösung entspricht, jedoch sachlich richtig ist und die Kriterien erfüllt. Schülerlösungen, welche die Kriterien teilweise erfüllen, sind entsprechend der den Kriterien zugeordneten Punkte in angemessenem Umfang mit ganzzahligen Teilpunkten zu bewerten.

**Beispiellösungen****Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel****Aufgabe 1**

a)  $-0,45 < -\frac{2}{5} < 0,38$

b)  $\sqrt{20}$  liegt zwischen den Zahlen 4 und 5.

**Aufgabe 2**

$$30 \cdot 40 \cdot 50 = 1\,200 \cdot 50 = 60\,000 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$60\,000 \text{ cm}^3 = 60\,000 \text{ ml} = 60 \text{ l}$$

**Aufgabe 3**

Lösen mit dem Additions-/Subtraktionsverfahren:

$$\text{I} - \text{II: } 5y = 5$$

$$y = 1$$

$$\text{Einsetzen in II: } 6x - 8 \cdot 1 = 10$$

$$x = 3$$

**Aufgabe 4**

(1)	$f(x) = (x + 2)^2 - 3$	
	$f(x) = -(x - 2)^2 + 3$	
	$f(x) = (x - 2)^2 + 3$	X

- (2) Die seitliche Verschiebung der Parabel um +2 nach rechts ist in der Klammer als  $(x - 2)^2$  ablesbar, die vertikale Verschiebung durch +3, daraus folgt  $S(2 \mid 3)$ . Die Parabel ist nach oben geöffnet. Damit kommt nur die dritte Funktionsgleichung in Frage.

**Aufgabe 5**

$$25 \% \text{ von } 82 \text{ €} = 20,50 \text{ €}$$

$$82 \text{ €} - 20,50 \text{ €} = 61,50 \text{ €}$$

Der neue Verkaufspreis beträgt 61,50 €.

**Aufgabe 6**

a)  $\beta = 110^\circ$

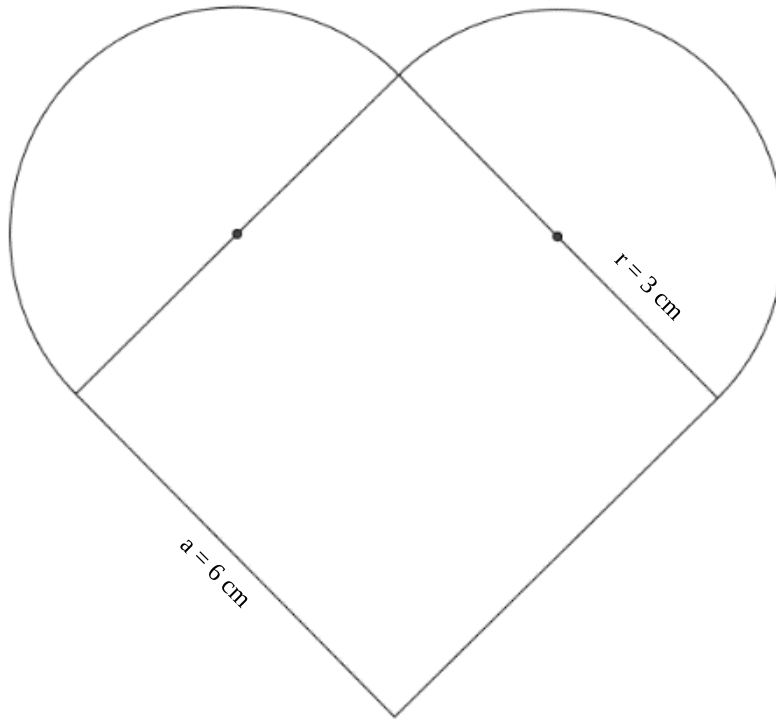
- b) Max Behauptung stimmt nicht, da die Höhe des Parallelogramms zur Berechnung des Flächeninhalts herangezogen wird und diese kürzer ist als Seite  $b = 4 \text{ cm}$ .

**Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:**

Alternativ kann auch argumentiert werden, dass der Flächeninhalt des Parallelogramms nicht aus dem Produkt der beiden Seitenlängen berechnet wird, sondern der Höhe und der Grundseite.

**Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln****Aufgabe 1: Herzlich willkommen**

a)

**Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:**

Im Unterricht vereinbarte Konventionen werden eingehalten.

b) Die Figur besteht aus zwei Halbkreisen und einem Quadrat, daher

$$A = A_{\text{Quadrat}} + A_{\text{Kreis}} = 6^2 + \pi \cdot 3^2 = 64,274 \dots \approx 64,3 \text{ [cm}^2\text{]}$$

c)  $64,3 \text{ cm}^2 = 0,643 \text{ dm}^2$ 

$$117 \cdot 0,643 = 75,2 \dots$$

Das Gewicht eines Herzens beträgt ca. 75 g.

d) In dem rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$3^2 + 3^2 = |M_1 M_2|^2$$

$$|M_1 M_2| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4,242 \dots \approx 4,24 \text{ [cm]}$$

e)  $b = |M_1M_2| + |AM_1| + |BM_2|$

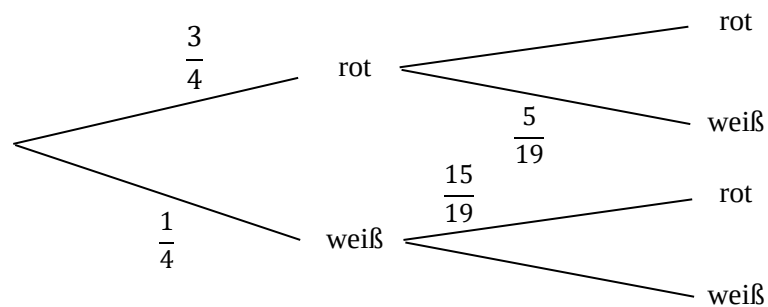
$|AM_1| = |BM_2| = 3 \text{ cm}$ , also ist

$b = 4,24 + 2 \cdot 3 = 10,24 \text{ [cm]}$

Das Herz hat eine Breite  $b$  von ca. 10,24 cm.

- f) Es gilt  $p(\text{rot}) = \frac{3}{4}$ . Wenn 15 Herzen einen Anteil von  $\frac{3}{4}$  ausmachen, befinden sich insgesamt 20 Herzen in der Verpackung, denn es gilt  $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ .

g) (1)



(2)  $P(\text{rw}, \text{wr}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{19} + \frac{1}{4} \cdot \frac{15}{19} = \frac{30}{76} = \frac{15}{38}$

Die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Herzen zu ziehen, beträgt  $\frac{15}{38}$ .

**Aufgabe 2: Varroa-Milbe**

- a) Die Milbe ist in der Abbildung 63 mm lang und 48 mm breit, der Maßstab ist 15 mm lang.

Somit ergibt sich ...

eine Länge von  $63 : 15 \cdot 0,5 = 2,1$  [mm]

eine Breite von  $48 : 15 \cdot 0,5 = 1,6$  [mm]

b)

	Messung 1	Messung 2	Messung 3
Zeit in Wochen	0	4	8
Anzahl der Milben	308	616	1 232

- c) 308: Anzahl der Milben zu Beginn der Beobachtung

1,19: Die Anzahl der Milben nimmt wöchentlich um 19 % zu.

d)  $f(12) = 308 \cdot 1,19^{12} = 2\,483,786 \dots \approx 2\,500$

e)  $f(20) \approx 9\,988$ ,  $f(21) \approx 11\,886$

Nach 21 Wochen wird die Anzahl von 10 000 Milben überschritten.

**Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:**

Wird mit gerundeten Werten gearbeitet, ist die Angabe „nach rund 20 Wochen“ ebenfalls zu akzeptieren.

- f) Nach der Behandlung sind noch  $0,1 \cdot 2\,500 = 250$  Milben vorhanden.

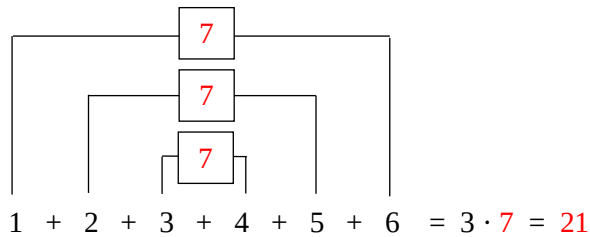
Setzt sich das Wachstum dann 9 Wochen weiter fort, ergibt sich:

$$250 \cdot 1,19^9 = 1\,196,3 \dots \approx 1\,196$$

$$1\,196 < 10\,000$$

**Aufgabe 3: Zahlenpaare**

a)



b) Bei der Berechnung für die Summe der Zahlen von 1 bis 30 lassen sich 15 Paare bilden, jedes Paar hat den Wert 31.

c) (1)  $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (40 + 1) = 820$

(2) Mit  $\frac{1}{2}n$  berechnet man also die Anzahl der Paare, die sich beim Zusammenfassen von je zwei Zahlen ergeben, und mit  $n + 1$  den Wert eines Paares.

d)  $\frac{1}{2} \cdot 100^2 + \frac{1}{2} \cdot 100 = 5\,050$

e) (1)  $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = 2\,080$

$$n^2 + n - 4\,160 = 0$$

$$n_1 = 64 \quad n_2 = -65$$

(2) Die Lösung  $n_2 = -65$  kommt im Sachzusammenhang nicht in Frage, da der Term nur für die natürlichen Zahlen gilt.

f)  $\frac{1}{2}(n-1) \cdot n + n = \left(\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}\right) \cdot n + n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$

**Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit im Fach Mathematik***Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (MSA)*

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_ Klasse/Kursbezeichnung: \_\_\_\_\_

Schule: \_\_\_\_\_

**Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel****Aufgaben 1 – 6**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK <sup>1</sup> Punktzahl	ZK <sup>1</sup> Punktzahl	DK <sup>1</sup> Punktzahl
	<b>Der Prüfling...</b>				
1a)	ordnet die Zahlen der Größe nach.	2			
1b)	gibt an, zwischen welchen zwei aufeinanderfolgenden Zahlen $\sqrt{20}$ liegt.	1			
2)	berechnet das Volumen des Kartons und gibt das Ergebnis in Litern an.	3			
3)	wählt ein geeignetes Verfahren und löst das lineare Gleichungssystem.	3			
4(1)	ordnet die richtige Funktionsgleichung zu.	1			
4(2)	begründet die gewählte Zuordnung.	2			
5)	berechnet den neuen Verkaufspreis.	3			
6a)	gibt die Größe des Winkels $\beta$ an.	1			
6b)	begründet, dass die Aussage nicht stimmt, indem die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Parallelogramms genutzt wird.	2			
	<b>Summe Prüfungsteil 1</b>	<b>18</b>			

<sup>1</sup> EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

**Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln****Aufgabe 1: Herzlich willkommen**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK <sup>1</sup> Punktzahl	ZK <sup>1</sup> Punktzahl	DK <sup>1</sup> Punktzahl
a)	zeichnet das Herz in Originalgröße.	3			
b)	bestätigt den Flächeninhalt rechnerisch, indem die Flächeninhalte der Teilflächen berechnet und addiert werden.	3			
c)	berechnet das Gewicht eines Herzens.	2			
d)	bestätigt die Länge der Strecke $\overline{M_1M_2}$ , indem der Zusammenhang im rechtwinkligen Dreieck erkannt und genutzt wird.	3			
e)	berechnet die Länge der Strecke $b$ , indem der geometrische Zusammenhang erkannt und genutzt wird.	2			
f)	begründet die Anzahl der Herzen zu Beginn des Zufallsversuchs.	2			
g(1)	ergänzt die gesuchten Wahrscheinlichkeiten.	2			
g(2)	berechnet die gesuchte Wahrscheinlichkeit, indem die Produkt- und Summenregel genutzt werden.	2			

	<b>Summe Aufgabe 1</b>	<b>19</b>			
--	------------------------	-----------	--	--	--

**Aufgabe 2: Varroa-Milbe**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK <sup>1</sup> Punktzahl	ZK <sup>1</sup> Punktzahl	DK <sup>1</sup> Punktzahl
a)	berechnet die Länge und Breite der Milbe durch Messen und Anwenden des Maßstabs.	3			
b)	ergänzt die Anzahl der Milben nach vier und nach acht Wochen.	2			
c)	gibt die Bedeutung der Werte im Sachzusammenhang an.	2			
d)	bestätigt die Anzahl der Milben mithilfe der Funktionsgleichung.	3			
e)	wählt ein geeignetes Verfahren und bestimmt näherungsweise den gesuchten Zeitpunkt.	3			
f)	bestätigt den vorgegebenen Wert, indem ein neuer Startwert ermittelt und das Wachstum fortgesetzt wird.	3			

	<b>Summe Aufgabe 2</b>	<b>16</b>			
--	------------------------	-----------	--	--	--



**Aufgabe 3: Zahlenpaare**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK <sup>1</sup> Punktzahl	ZK <sup>1</sup> Punktzahl	DK <sup>1</sup> Punktzahl
a)	vervollständigt die Abbildung, indem die beschriebene Vorgehensweise erfasst und angewendet wird.	2			
b)	begründet die angegebenen Zahlen, indem die beschriebene Vorgehensweise auf ein komplexeres Beispiel übertragen wird.	2			
c(1)	berechnet den Wert des Terms für $n = 40$ .	2			
c(2)	erläutert die Bedeutung der Faktoren im Sachzusammenhang.	2			
d)	berechnet den Wert der Summe für $n = 100$ mit dem Term.	2			
e(1)	löst die quadratische Gleichung.	4			
e(2)	erklärt die Bedeutung der Lösungen im Sachzusammenhang.	2			
f)	zeigt die Gleichwertigkeit durch Termumformungen.	3			
<b>Summe Aufgabe 3</b>		<b>19</b>			

**Umgang mit Maßeinheiten**

Der Prüfling gibt bei Ergebnissen angemessene Maßeinheiten an:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (1 Punkt)
- ☐ oft (2 Punkte)
- ☐ immer (3 Punkte)

**Darstellungsleistung**

Der Prüfling stellt seine Bearbeitung nachvollziehbar und formal angemessen dar und arbeitet bei erforderlichen Zeichnungen hinreichend genau:

- ☐ nie (0 Punkte)
- ☐ selten (2 Punkte)
- ☐ oft (4 Punkte)
- ☐ immer (6 Punkte)

Notentabelle	
Punkte	Note
70 – 81	sehr gut
59 – 69	gut
48 – 58	befriedigend
36 – 47	ausreichend
15 – 35	mangelhaft
0 – 14	ungenügend

**Festsetzung der Note**

	maximal erreichbare Punktzahl	EK Punktzahl	ZK Punktzahl	DK Punktzahl
<b>Prüfungsteil 1:</b>				
Aufgaben 1 bis 6	<b>18</b>			
<b>Prüfungsteil 2:</b>				
Aufgabe 1	<b>19</b>			
Aufgabe 2	<b>16</b>			
Aufgabe 3	<b>19</b>			
<b>Umgang mit Maßeinheiten</b>	<b>3</b>			
<b>Darstellungsleistung</b>	<b>6</b>			
<b>Gesamtpunktzahl</b>	<b>81</b>			
<b>Paraphe</b>				

Die Prüfungsarbeit wird mit der Note \_\_\_\_\_ bewertet.

Unterschriften, Datum: \_\_\_\_\_