

Universidade do Minho
Departamento de Informática

Trabalho Prático 2

Investigação Operacional

3 de maio, 2022



Beatriz
Rodrigues
(*a.93230*)



Francisco Neves
(*a.93202*)



Gabriela Prata
(*a.93288*)



Guilherme
Fernandes
(*a.93216*)

Índice

1	Formulação do Problema	3
2	Modelo	5
2.1	Apresentação da Rede	5
2.2	Ficheiro de <i>Input</i>	6
3	Solução Ótima	7
4	Validação do Modelo	9

1. Formulação do Problema

Neste problema, é apresentada uma empresa situada em Keleirós que pretende efetuar entregas a clientes, através de equipas, de forma a minimizar o custo de deslocação e o custo fixo de utilização de veículos. No entanto, é necessário respeitar a hora à qual o serviço deve ser efetuado.

De acordo com o maior número de aluno, 93288, temos que a entrega à cliente Ana deve ser efetuada às 10h e que a cliente número 8, Helena, deverá ser removida do problema. Temos então as seguintes informações que associam uma hora de serviço a cada cliente.

j	cliente	a_j (¼hora)	a_j (hora do serviço)
1	Ana	4	10:00
2	Beatriz	7	10:45
3	Carlos	4	10:00
4	Diogo	2	09:30
5	Eduardo	10	11:30
6	Francisca	6	10:30
7	Gonçalo	9	11:15
9	Inês	2	09:30
10	José	5	10:15

Figura 1.1: Informação acerca dos clientes e da entrega

Para além disso, é necessário ter em conta o custo do transporte entre clientes, assim como o tempo de deslocação entre serviços. Considerou-se descartável o tempo de duração do serviço aquando da chegada ao cliente.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	4	1	2	2	3	2	1	0	3	1
B		3	5	3	3	2	3	4	2	5
C			3	2	3	2	0	1	1	2
D				1	3	3	3	2	3	1
E					2	1	2	2	2	2
F						2	3	3	3	4
G							2	2	2	3
H								1	1	1
I									3	2
J										4

tempos de deslocação

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	13	5	6	5	10	7	5	0	7	1
B		11	14	10	8	6	11	13	4	15
C			8	6	10	6	0	5	6	2
D				4	8	8	8	6	11	4
E					6	4	6	5	7	6
F						5	10	10	8	11
G							10	7	5	9
H								5	6	9
I									7	9
J										10

custos de deslocação

Figura 1.2: Custos e tempos de deslocação entre clientes

A partir desta informação, foi construído um grafo de compatibilidades, que permite identificar as várias possibilidades de que clientes podem ser visitados depois de outros dados clientes.

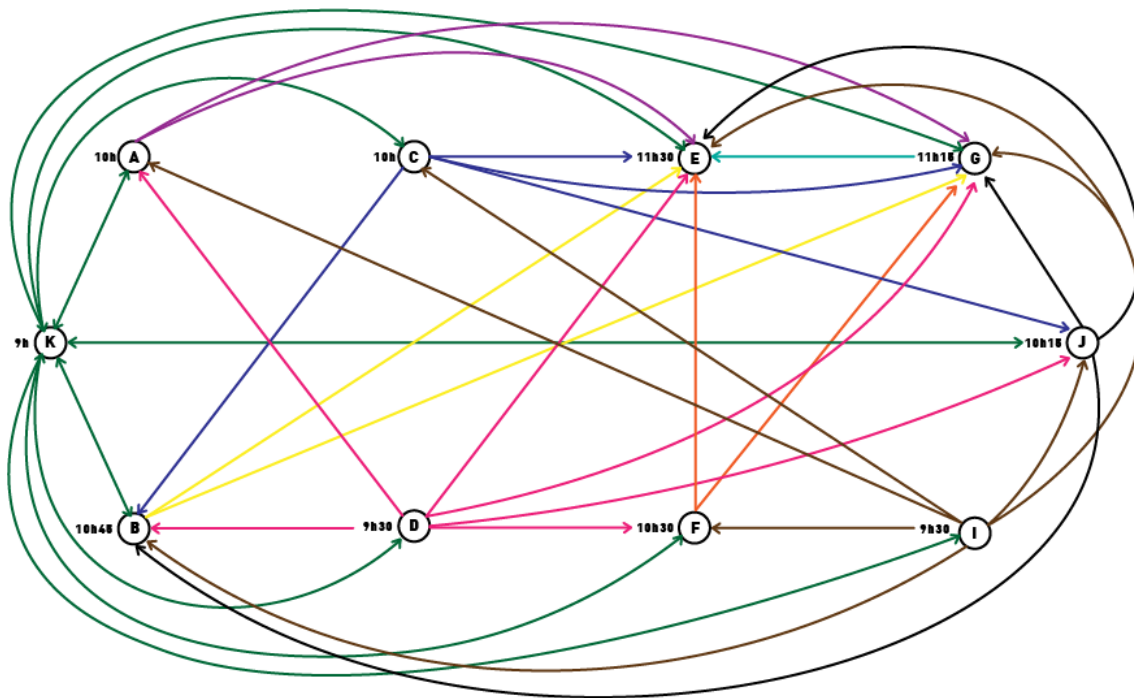


Figura 1.3: Grafo de Compatibilidades

Neste grafo, cada nodo A-J representa o cliente com a inicial correspondente, enquanto K representa Keleirós. Os arcos orientados simbolizam que é possível fazer a transição de um nodo para o outro, tendo em conta a hora do nodo origem e o tempo necessário até alcançar o nodo seguinte, garantindo que o é possível fazer antes de ser atingida a hora do serviço do nodo seguinte.

2. Modelo

2.1 Apresentação da Rede

De seguida, apresenta-se o modelo de fluxo em rede, no qual representam-se todas as transições possíveis e o seu custo. Cada nodo representado no grafo de compatibilidades foi partido em dois nodos, no qual um representa a entrada de uma equipa (um nodo de procura e por isso é representado associado a uma quantidade negativa) e um que representa a saída de uma equipa (nodo de oferta e consequentemente representado por um quantidade positiva).

Relativamente a capacidades, considerou-se que esta poderia ser representada pelo valor 1000, por ser grande o suficiente para simbolizar capacidade infinita, uma vez que não existem restrições relativamente a este valor.

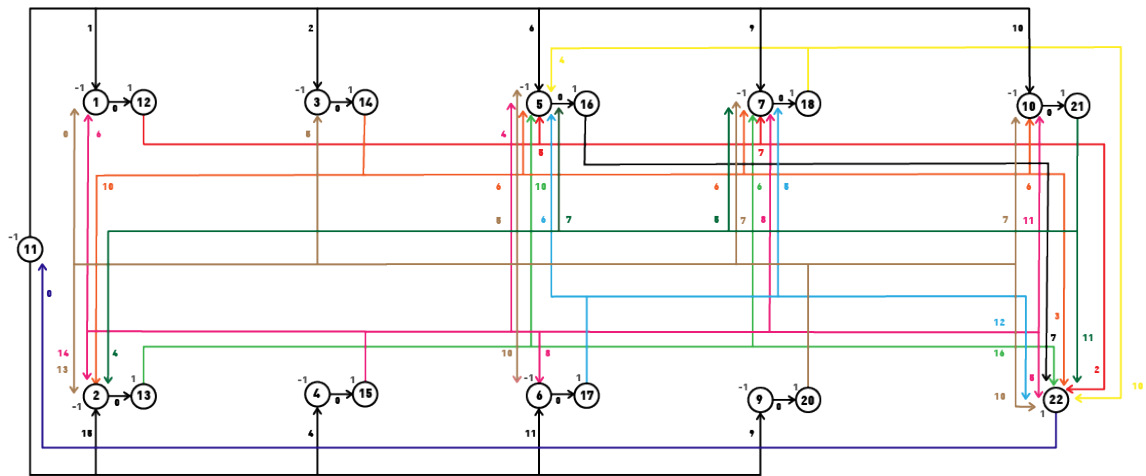


Figura 2.1: Modelo de fluxo em rede

2.2 Ficheiro de *Input*

O ficheiro de *input* corresponde a um ficheiro de texto, no qual é indicada a existência de 22 vértices e 55 arcos. De seguida, representam-se os arcos mencionados e, no final, indica-se se existe oferta ou procura em cada vértice (ou zero, caso não exista nenhuma das duas).

1	22				28	15	10	11	1000	55	7	18	0	1000
2	55				29	15	22	5	1000	56	9	20	0	1000
3	11	1	1	1000	30	16	22	7	1000	57	10	21	0	1000
4	11	2	15	1000	31	17	5	6	1000	58	-1			
5	11	3	2	1000	32	17	7	5	1000	59	-1			
6	11	4	4	1000	33	17	22	12	1000	60	-1			
7	11	5	6	1000	34	18	5	4	1000	61	-1			
8	11	6	11	1000	35	18	22	10	1000	62	-1			
9	11	7	9	1000	36	20	1	0	1000	63	-1			
10	11	9	9	1000	37	20	2	13	1000	64	-1			
11	11	10	10	1000	38	20	3	5	1000	65	0			
12	12	5	5	1000	39	20	5	5	1000	66	-1			
13	12	7	7	1000	40	20	6	10	1000	67	-1			
14	12	22	2	1000	41	20	7	7	1000	68	-1			
15	13	5	10	1000	42	20	10	7	1000	69	1			
16	13	7	6	1000	43	20	22	10	1000	70	1			
17	13	22	16	1000	44	21	2	4	1000	71	1			
18	14	2	11	1000	45	21	5	7	1000	72	1			
19	14	5	6	1000	46	21	7	5	1000	73	1			
20	14	7	6	1000	47	21	22	11	1000	74	1			
21	14	10	6	1000	48	22	11	0	1000	75	1			
22	14	22	3	1000	49	1	12	0	1000	76	0			
23	15	1	6	1000	50	2	13	0	1000	77	1			
24	15	2	14	1000	51	3	14	0	1000	78	1			
25	15	5	4	1000	52	4	15	0	1000	79	1			
26	15	6	8	1000	53	5	16	0	1000					
27	15	7	8	1000	54	6	17	0	1000					

Figura 2.2: Ficheiro de *Input*

3. Solução Ótima

A solução foi obtida recorrendo ao *software* Relax4. Apresenta-se seguidamente o *output* do programa.

```

C:\Users\Lenovo\OneDrive\Ambiente de Trabalho>relax4 < tp2.txt
END OF READING
NUMBER OF NODES = 22, NUMBER OF ARCS = 55
CONSTRUCT LINKED LISTS FOR THE PROBLEM
CALLING RELAX4 TO SOLVE THE PROBLEM
*****
TOTAL SOLUTION TIME =  0. SECS.
TIME IN INITIALIZATION =  0. SECS.
  11 3  1.
  11 4  1.
  11 9  1.
  12 22 1.
  13 7  1.
  14 10 1.
  15 6  1.
  16 22 1.
  17 22 1.
  18 5  1.
  20 1  1.
  21 2  1.
  22 11 4.
OPTIMAL COST =  64.
NUMBER OF AUCTION/SHORTEST PATH ITERATIONS = 37
NUMBER OF ITERATIONS =  38
NUMBER OF MULTINODE ITERATIONS =  2
NUMBER OF MULTINODE ASCENT STEPS =  2
NUMBER OF REGULAR AUGMENTATIONS =  4
*****
```

Figura 3.1: Ficheiro de *Output*

Desta forma, conclui-se que a solução ótima pode ser representada pelo seguinte grafo:

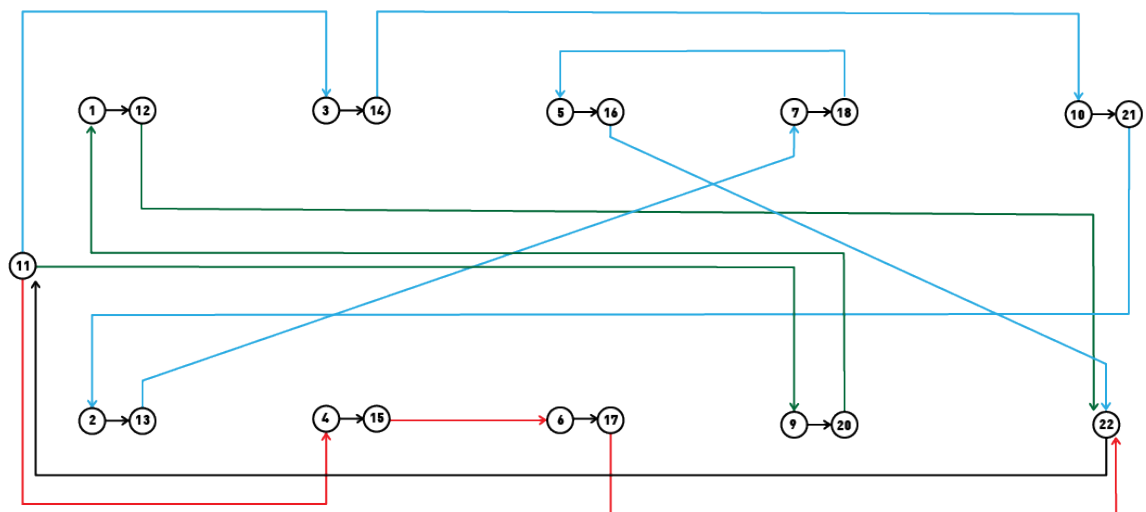


Figura 3.2: Representação da Solução

Interpretando mais em detalhe, é possível notar a existência de três equipes.

- Uma equipa (representada a azul) faz o percurso 11-3-14-10-21-2-13-7-18-5-16-22-11, isto é, Keleirós-Carlos-José-Beatriz-Gonçalo-Eduardo-Keleirós. O seu custo traduz-se por $2 + 6 + 4 + 6 + 4 + 6 = 28 + 1 = 29$.
- Outra (representada a vermelho) faz o percurso 11-4-15-6-17-22-11, isto é, Keleirós-Diogo-Francisca-Keleirós. O seu custo traduz-se por $4 + 8 + 11 = 23 + 1 = 24$.
- A restante (representada a verde) faz o percurso 11-9-20-1-12-22-11, isto é, Keleirós-Inês-Ana-Keleirós. O seu custo traduz-se por $9 + 0 + 1 = 10 + 1 = 11$.

Assim, confirma-se um custo total de 64 ($29 + 24 + 11$).

4. Validação do Modelo

Como forma de validação do modelo, decidiu-se resolver o mesmo problema recorrendo ao *software* **LPSolve** utilizando o seguinte ficheiro de *input*, de acordo com o grafo de compatibilidades.

```
min: 1*xKA + 15*xKB + 2*xKC + 4*xKD + 6*xKE + 11*xKF + 9*xKG + 9*xKI + 10*xKJ +
      5*xAE + 7*xAG + 2*xAK +
      10*xBE + 6*xBG + 16*xBK +
      11*xCB + 6*xCE + 6*xCG + 6*xCJ + 3*xCK +
      6*xDA + 14*xDB + 4*xDE + 8*xDF + 8*xDG + 11*xDJ + 5*xDK +
      7*xEK +
      6*xFE + 5*xFG + 12*xFK +
      4*xGE + 10*xGK +
      0*xIA + 13*xIB + 5*xIC + 5*xIE + 10*xIF + 7*xIG + 7*xIJ + 10*xIK +
      4*xJB + 7*xJE + 5*xJG + 11*xJK;

/* Restrições */

xKA + xDA + xIA = 1;
xAE + xAG + xAK = 1;
xCB + xDB + xIB + xJB + xKB = 1;
xBE + xBG + xBK = 1;
xIC + xKC = 1;
xCB + xCE + xCG + xCJ + xCK = 1;
xKD = 1;
xDA + xDB + xDE + xDF + xDG + xDJ + xDK = 1;
xAE + xBE + xCE + xDE + xFE + xGE + xIE + xJE + xKE = 1;
xEK = 1;
xDF + xIF + xKF = 1;
xFE + xFG + xFK = 1;
xAG + xBG + xCG + xDG + xFG + xIG + xJG + xKG = 1;
xGE + xGK = 1;
xKI = 1;
xIA + xIB + xIC + xIE + xIF + xIG + xIJ + xIK = 1;
xCJ + xDJ + xIJ + xKJ = 1;
xJB + xJE + xJG + xJK = 1;
xKA + xKB + xKC + xKD + xKE + xKF + xKG + xKI + xKJ >= 1;
xAK + xBK + xCK + xDK + xEK + xFK + xGK + xIK + xJK >= 1;

bin xKA, xKB, xKC, xKE, xKF, xKG, xKJ,
    xAE, xAG, xAK,
    xBE, xBG, xBK,
    xCB, xCE, xCG, xCJ, xCK,
    xDA, xDB, xDE, xDF, xDG, xDJ, xDK,
    xFE, xFG, xFK,
    xGE, xGK,
    xIA, xIB, xIC, xIE, xIF, xIG, xIJ, xIK,
    xJB, xJE, xJG, xJK;
```

Figura 4.1: *Input do LPSolve*

Com isto, foi obtido o seguinte *output*.

Variables	M... ▼	result
	64	64
xKC	1	1
xKD	1	1
xKI	1	1
xAK	1	1
xBG	1	1
xCJ	1	1
xDF	1	1
xEK	1	1
xFE	1	1
xGK	1	1
xA	1	1
xB	1	1

Figura 4.2: *Output* do LPSolve

Desta forma, conferimos que ambos os *softwares* coincidem naquela que consideram ser a solução ótima, tanto relativamente ao seu custo como relativamente à distribuição de equipas.

Para além disso, podemos ainda verificar as seguintes condições que suportam a solução:

- Todas as equipas têm tempo suficiente para chegar ao próximo serviço;
- Os serviços com hora de entrega em simultâneo e com tempo de entrega e distâncias entre eles superiores a 0 são realizados por equipas diferentes;
- Nenhum serviço é repetido por qualquer equipa.